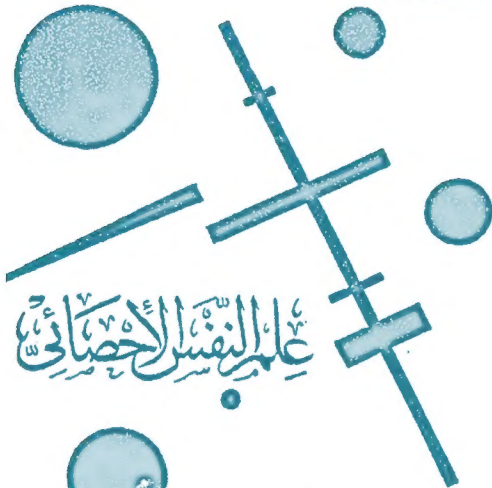


الدكتور فؤاد البهي السنيك



# عِلْمُ النَّفْسِ الْأَخْصَانِيَّ

وقياس العقل البشري

ملازم الطبع والنشر  
دار الفكر العربي



الدكتور فؤاد البهي السيد

# علم النفس الإحصائي

وقياس العنا

MOHAMED KHATAB

دار الفكر العربي



# عِلْمُ النَّفْسِ الْأَحْصَائِيِّ

وَقِيَاسُ الْعَقْلِ الْبَشَرِيِّ

- تأليف

الدكتور فؤاد البهري السبيعي

أستاذ علم النفس بكلية التربية  
جامعة عين شمس

مكتبة المطبع والنشر  
دار الفكر العربي

الطبعة الأولى ١٩٥٨

الطبعة الثانية المعدلة ١٩٧١

اللَّهُمَّ إِنَّا نَعُوذُ بِكَ مِنَ التَّكْلِيفِ مَا لَا تَحْسِنُ  
إِنَّا نَعُوذُ بِكَ مِنَ الْعُجْبِ بِمَا نَحْنُ





بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## التاريخ الطبيعي لكتاب علم النفس الإحصائي

عندما ظهرت الطبعة الأولى لكتاب علم النفس الإحصائي سنة ١٩٥٨ كان ميدان هذا العلم الناشئ الجديد مازال في مرحلته السديمية لم تتحدد معالمه بعد ، ثم اتضحت الرؤية في الستينيات وذلك عندما تكامل المنهج الإحصائي الذي تعتمد عليه أبحاث الفروق الفردية مع المنهج الرياضي الذي تعتمد عليه أبحاث علم النفس التجريبي . وأصبح لزاماً على كل دارس وباحث في ميدان علم النفس أن يلم بالأساليب الإحصائية والرياضية في معالجة الظاهرة النفسية .

وقد ظهرت أهمية هذا الكتاب في الأبحاث المختلفة التي اعتمدت عليه خلال السنوات الطويلة التي عاشها منذ سنة ١٩٥٨ ، وأصبحت الطريقة الثفارية في التحليل العاملي التي نشرها مؤلف هذا الكتاب لأول مرة سنة ١٩٥٨ هي أكثر الطرق نجاحاً في أغلب الأبحاث النفسية المصرية التي قام بها طلبة الماجستير والدكتوراه في كلية التربية والعلوم الأخرى المعاصرة . وأصبح كتاب علم النفس الإحصائي هو المرجع الأساسي في هذا النوع من التحليل ، وفي المعايير الثانية ، والسهام المعيارية الذي يعد بحق أصلح المقاييس الإحصائية النفسية لتحديد مستويات الفروق الفردية في البيئة المصرية .

وهذه الطبعة الجديدة لعل النفس الإحصائي تضيف نتائج بعض الأبحاث الحديثة في هذا الميدان وخاصة معامل الارتباط الثلاثي الذي يصلح لمعالجة الإحصائية لأسئلة الاستفتاءات التي تعتمد على التقسيم الثلاثي أو الخماسي لاستجابات الأفراد .

ويشتمل الكتاب في صورته الأولى وطبعته الجديدة على نوعين رئيسيين : هما الإحصاء الوصفي والإحصاء التحليلي ، وعلى التطبيقات النفسية المختلفة لكل نوع من هذين النوعين . ولذا تمتد الفصول التي تعالج مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت إلى المعايير النفسية الطولية والمستعرضة . وتمتد الفصول التي تعالج معاملات الارتباط لتبين طرق استخدام الارتباط الثنائي في تحليل مفردات الاختبار . ويمتد التحليل الإحصائي لمعالج أهمية تحليل التباين في الكشف عن الفروق الفردية بين الجنسين في النواحي النفسية المختلفة . ويتصدى التحليل العاملي لمعالجة المكونات الأساسية للعمليات العقلية والسمات المزاجية والاتجاهات الاجتماعية .

ذلك هو أسلوب الكتاب ومنهجه ، وذلك هي غايته .

والله أرجو أن يعين الكتاب الدارسين والباحثين على الكشف عن الخصائص النفسية للإنسان العربي المعاصر .

وعلى أنه قصد السبيل ٩٠

فؤاد البهي السعيد

# فهرس الموضوعات

مقدمة

## الفصل الاول : المفصل ... .. ١٧

مقدمة (١٧) انشاء الإحصاء (١٧) أهمية الإحصاء في الأبحاث العلمية (١٨)  
الإحصاء وخطوات البحث العلمي (٢١) اختيار المشكلة (٢١) خطة البحث العلمي  
وجمع المعلومات (٢٢) التبريد (٢٣) الوصف الإحصائي (٢٣) التحليل  
الإحصائي (٢٣) التفسير (٢٤) التقرير (٢٤) الإحصاء والقياس (٢٥) الأسس  
العامة لتصنيف الإحصائي (٢٦) التصنيف الثنائي (٢٨) الوسائل الحسابية (٢٨)  
التقريب (٢٨) أهمية التقريب ومعناه (٢٩) حدود الدقة (٣٠) التقريب البسيط  
(٣١) جمع وطرح الأعداد المقربة (٣١) ضرب وقسمة الأعداد المقربة (٣٢)  
المجذر التربيعي (٣٣) الطريقة المطولة (٣٤) طريقة فيونين (٣٦) مربعات الأعداد  
المتتالية (٣٧) تمارين (٣٩) مطالعات ومراجع (٤٠)

## الفصل الثاني : التوزيع التكرارى ... .. ٤١

هدف التوزيع التكرارى وأهميته (٤١) الخطوات العملية لحساب  
التوزيع التكرارى البسيط (٤١) العلامات التكرارية (٤٤) الفئات التكرارية  
(٤٧) الحدود الحقيقية للفئة (٥٠) عدد الفئات ومداهما (٥٣) منتصف الفئة  
(٥٧) تهذيب التوزيع التكرارى (٦٠) التوزيع التكرارى المتجمع للدرجات  
الحام (٦٤) التوزيع التكرارى المتجمع لفئات الدرجات (٦٧) التكرار  
المتجمع التصاعدي (٦٧) التكرار المتجمع التنازلي (٧٠) تمارين (٧٣)

## الفصل الثالث : مقاييس النزعة المركزية ... .. ٧٢

مقدمة (٧٢) المتوسط الحسابي (٧٣) حساب المتوسط من الدرجات الخام  
(٧٤) حساب المتوسط من تكرار الدرجات (٧٥) حساب المتوسط من فئات  
الدرجات (٧٧) حساب المتوسط بالطريقة المختصرة (٧٩) متوسط المتوسطات  
أو المتوسط الوزني (٨٣) الخواص الإحصائية للمتوسط (٨٧) مجموع الانحرافات  
(٨٧) الدرجات المتطرفة (٨٩) عدد الدرجات (٩١) جمع المتوسطات (٩١)  
طرح المتوسطات (٩٢) فوائد المتوسط (٩٣) المعايير (٩٣) المقارنة (٩٣)  
الوسيط (٩٤) حساب الوسيط من الدرجات الخام (٩٤) حساب الوسيط  
عندما يكون عدد الدرجات فردياً (٩٥) حساب الوسيط عندما يكون عدد  
الدرجات زوجياً (٩٦) حساب الوسيط من تكرار الدرجات (٩٨) حساب  
الوسيط من فئات الدرجات (١٠٠) حساب الوسيط من التكرار المتجمع  
التصاعدي (١٠١) حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي (١٠٣)  
حساب الوسيط الذي يقع ترتيبه على حدود الفئات (١٠٥) حساب الوسيط  
الذي يقع في فئة لا تكرار لها (١٠٧) الخواص الإحصائية للوسيط (١٠٩)  
مجموع الانحرافات المطلقة (١٠٩) الدرجات المتطرفة والوسطى (١١٠) فوائد  
الوسيط (١١٢) المتوال (١١٤) حساب المتوال من تكرار الدرجات (١١٤)  
حساب المتوال من فئات الدرجات (١١٥) حساب المتوال من الوسيط والمتوسط  
(١١٦) حساب المتوال من تكرار الفئات المتجاذبة (١١٨) الخواص  
الإحصائية للمتوال (١٢٠) فوائد المتوال (١٢١) العلاقة بين مقاييس النزعة  
المركزية (١٢٢) تمارين على الفصل الثالث (١٢٤)

## الفصل الرابع : مقاييس التشتت ... .. ١٢٥

المدى السكلي (١٢٦) الإرباعيات (١٢٦) طرق حساب الإرباعيات  
(١٢٨) طريقة حساب الإرباعي الأول (١٢٨) طريقة حساب الإرباعي الثاني  
(١٢٩) طريقة حساب الإرباعي الثالث (١٣٠) نصف مدى الإنحراف

الإرباعي (١٣٠) الخواص الإحصائية الإرباعيات (١٣٢) الفوائد العملية التطبيقية للإرباعيات (١٣٦) قياس التشتت (١٣٦) المعايير والمستويات (١٣٧) المثنيات والإعشاريات (١٣٧) طرق حساب المثنيات والإعشاريات (١٣٧) الخواص الإحصائية للمثنيات والإعشاريات (١٤٢) الفوائد العلمية والتطبيقية للمثنيات والإعشاريات (١٤٤) تقريب النقط المثنية (١٤٥) الانحراف المعياري (١٤٧) طرق حساب الانحراف المعياري (١٤٩) حساب الانحراف المعياري للدرجات الحام (١٤٩) حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية (١٥١) حساب الانحراف المعياري لفئات الدرجات بالطريقة المختصرة (١٥٤) حساب الانحراف المعياري بالطريقة العامة (١٦٠) الخواص الإحصائية للانحراف المعياري (١٦٤) اعتناء أغلب المقاييس الإحصائية عليه (١٦٤) القيم الموجبة والسالبة (١٦٤) علاقة الانحراف المعياري بالتكرار (١٦٥) الدرجات المتطرفة (١٦٦) أثر الإضافة والخصف (١٦٦) علاقته بالمدى الكلي (١٧٠) الفوائد العملية التطبيقية (١٧٣) التباين (١٧٣) نماذج على الفصل الرابع (١٧٧)

## الفصل الخامس : المعايير الإحصائية التفسيرية للتوزيعات التجريبية ... ١٧٩

معايير الأعمار الزمنية (١٨٠) معايير الفروق الدراسية (١٨٦) الدرجات المعيارية (١٨٧) أم الخواص الإحصائية للدرجات المعيارية (١٩٢) أم التطبيقات العملية (١٩٤) أم صيغ الدرجات المعيارية (١٩٥) الدرجات المعيارية المعدلة (١٩٧) حساب الدرجات المعدلة من الدرجات المعيارية (١٩٧) حساب الدرجات المعدلة من الدرجات الحام (١٩٩) نماذج على الفصل الخامس (٢٠١)

## الفصل السادس : التوزيع التكراري الاعتدالي المعياري ... ٢٠٣

الاحتمال والصدقة (٢٠٣) المنح التكراري الاعتدالي (٢٠٧) المنحن التكراري الاعتدالي (٢١٣) المنحن التكراري الاعتدالي المعياري (٢١٣)

أهم الخواص الإحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى (٢١٦) أم  
 الفوائد التطبيقية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى (٢١٧) تحويل التوزيع  
 التكرارى إلى صورته الاعتدالية المعيارية (٢١٨) مقياس حسن المطابقة  
 (٢٢٧) المساحات الاعتدالية المعيارية النسبية (٢٣٤) نمازين على الفصل  
 السادس (٢٣٨)

## ٢٣٩ ... الفصل السابع : المعايير الوصفية للتوزيعات الاعتدالية ...

مقدمة (٢٣٩) المعيار الثانى (٢٤١) فئاته ومعناه (٢٤١) طريقة حساب  
 المعيار الثانى (٢٤٤) المقابلات الثانية للدرجات الخام (٢٤٧) المعايير الثانية  
 المعدلة (٢٤٩) المعيار الثانى الحربى (٢٥٠) المعيار الثانى الجامعى (٢٥٠) نشأة  
 المعيار الجيسى (٢٥١) حساب الدرجات الجمعية من الدرجات المعيارية  
 (٢٥٢) حساب الدرجات الجمعية من الدرجات الثانية (٢٥٥) حساب الدرجات  
 الجمعية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبى (٢٥٨) التساوى  
 المعيارى (٢٦٦) نشأة التساوى المعيارى (٢٦٦) حساب الدرجات التساوية  
 المعيارية (٢٦٦) تقويم التساويات المعيارية (٢٦٩) السباعى المعيارى (٢٧٠)  
 نشأة المعيار السباعى ومعناه (٢٧٠) طريقة حساب السباعيات للدرجات الخام  
 (٢٧٥) طريقة حساب السباعيات لفئات الدرجات (٢٧٧) علاقة السباعيات  
 بالثنائيات (٢٧٨) نسبة الذكاء الإنحرافية (٢٧٩) الصفر المطلق للمعايير  
 الاعتدالية (٢٨٠) أهمية الصفر للطلق (٢٨٠) معنى الصفر المطلق للمعايير  
 النسبية (٢٨١) نمازين على الفصل السابع (٢٨٥)

## ٢٨٩ ... الفصل الثامن : الارتباط ...

معنى الارتباط وأهميته (٢٨٩) أنواع التغير الاقترانى (٢٩٠) معاملات  
 الارتباط التناسمى لبيرسون (٢٩٤) حساب الارتباط بطريقة الدرجات  
 المعيارية (٢٩٥) حساب الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية (٢٩٩) حساب  
 الارتباط بطريقة الانحرافات (٣٠٢) حساب الارتباط للدرجات الخام بالطريقة

العامة (٣٠٦) حساب الارتباط بطريقة التكرار المزدوج لقنات الدرجات  
(٣١٠) معامل الارتباط الثنائي (٣٢٠) مقدمة (٣٢٠) الارتباط الثنائي (٣٢١)  
الارتباط الثنائي الأميل (٣٢٧) معامل الارتباط الثلاثي (٣٢٩) معامل  
الارتباط الرباعي (٣٣٠) معامل الاقتران الرباعي (٣٣٦) معامل ارتباط  
الرتب (٣٣٧) أهم الخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط (٣٤٠) حدود  
الارتباط (٣٤٠) زيادة أو نقصان الدرجات بكمية ثابتة (٣٤٢) متوسطات  
معاملات الارتباط (٣٤٣) تمارين على الفصل الثامن (٣٤٧)

### ٣٤٩ ... .. الفصل التاسع : الارتباط الجزئي والاعتماد والافتقار

مقدمة (٣٤٩) الارتباط الجزئي (٣٥٠) معنى الارتباط الجزئي (٣٥٠)  
حساب الارتباط الجزئي البسيط (٣٥٢) جدول الارتباط الجزئي (٣٥٤) أهمية  
الارتباط الجزئي في التحليل الطائفي (٣٥٦) الاعتماد (٣٥٨) معنى الاعتماد  
حساب الاعتماد (٣٥٩) استنتاج ص من ص (٣٥٩) استنتاج ص من ص  
(٣٦٥) أهمية الاعتماد للمعايير الإحصائية النفسية (٣٦٦) الافتقار (٣٧٠)  
تمارين على الفصل التاسع (٣٧١)

### ٣٧٣ ... .. الفصل العاشر : نظرية العينات والربوطة الإحصائية

مقدمة (٣٧٣) نظرية العينات (٣٧٤) معنى العينات وأهميتها (٣٧٤)  
أنواع العينات (٣٧٥) طرق اختيار العينات (٣٧٥) الطريقة العشوائية (٣٧٦)  
الطريقة الطبقية (٣٧٧) الطريقة المقصودة (٣٧٩) الطريقة العرضية (٣٨٠)  
التحليل التتابعى لاختيار العينات (٣٨٠) الدلالة الإحصائية (٣٨٣) معنى الدلالة  
الإحصائية وأنواعها (٣٨٣) الخطأ المعياري (٣٨٤) الخطأ المعياري للتوسط  
(٣٨٦) الخطأ المعياري الوسيط (٣٨٧) الخطأ المعياري للانحراف المعياري  
(٣٨٩) الخطأ المعياري للنسبة (٣٩٠) الخطأ المعياري لفروق المتوسطات (٣٩٢)  
الخطأ المعياري لفروق المتوسطات المرتبطة (٣٩٢) الخطأ المعياري لفروق  
المتوسطات غير المرتبطة (٣٩٨) الخطأ المعياري لفروق الانحرافات المعيارية

(٤٠١) الخطأ المعياري للفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة (٤٠٢)  
 الخطأ المعياري للارتباط (٤٠٢) الخطأ المعياري للارتباط العادي (٤٠٣) الخطأ  
 المعياري للارتباط الكبير (٤٠٤) الخطأ المعياري للارتباط الصغير (٤٠٦)  
 تمارين على الفصل العاشر (٤١٠)

## ٤١٣ ... الفصل الحادي عشر: الثبات

مقدمة (٤٣) معنى الثبات (٤١٤) الثبات والدلالة الإحصائية (٤١٧)  
 الطرق الإحصائية لقياس الثبات (٤١٨) طريقة إعادة الاختبار (٤١٩) طريقة  
 التجزئة النصفية (٤٢٠) معادلة سبيرمان وبراون للتجزئة النصفية (٤٢١)  
 معادلة دولون المختصرة للتجزئة النصفية (٤٢٧) معادلة جيتان العامة للتجزئة  
 النصفية (٤٣٠) معادلة نجلكون للاختبارات الموقوفة (٤٣٣) طريقة تحليل  
 التباين (٤٣٤) طريقة الاختبارات المتكافئة (٤٣٧) أم العوامل التي تؤثر على  
 الثبات (٤٣٨) عدد الأسئلة (٤٣٩) زمن الاختبار (٤٤١) التباين (٤٤١)  
 التخمين (٤٤٣) صياغة الأسئلة (٤٤٤) حالة الفرد (٤٤٤) تمارين على الفصل  
 الحادي عشر (٤٤٥)

## ٤٤٧ ... الفصل الثاني عشر: الصدق

معنى الصدق وأهميته (٤٤٧) أنواع الصدق (٤٤٨) الصدق الوصفي (٤٤٩)  
 الصدق الفرعي (٤٤٩) الصدق السطحي (٤٤٩) الصدق المنطقي (٤٥٠) الصدق  
 الإحصائي (٤٥١) الصدق الذاتي (٤٥١) الصدق التجريبي (٤٥٢) الصدق  
 العاملي (٤٥٢) الطرق الإحصائية لقياس الصدق (٤٥٤) طريقة معاملات  
 الارتباط (٤٥٥) طريقة المقارنة الطرفية (٤٥٧) طريقة الجدول المرتقب (٤٦٣)  
 أنواع الموازين (٤٦٩) الاختبارات (٤٧٠) العوامل المشتركة (٤٧٠) الميزان  
 الاتساق (٤٧١) ميزان الانطباعات الذاتية (٤٧١) زمن التعلم (٤٧١) ميزان  
 المتابعة (٤٧١) العوامل التي تؤثر على الصدق (٤٧٢) طول الاختبار (٤٧٢)



ثبات الاختبار (٤٧٤) ثبات الميزان (٤٧٧) اقتران ثبات الاختبار بثبات الميزان (٤٧٩) التباين (٤٨٢) فوائد الصدق في الاختبار التعليمي والمنهج (٤٨٢) الصدق والنسبة الاختيارية (٤٨٣) النسبة المحددة للنجاح في الدراسة أو المهنة (٤٨٦) تمارين على الفصل الثاني عشر (٤٩٠)

## الفصل الثالث عشر: تحليل مفردات الاختبار ... .. ٤٩٣

معنى المفردات (٤٩٣) أهمية تحليل المفردات (٤٩٣) الخطرات العملية لبناء وتحليل المفردات (٤٩٤) أنواع المقاييس النفسية (٤٩٦) بالنسبة لميدان القياس (٤٩٧) المقاييس العقلية المرفقة (٤٩٧) مقاييس الشخصية والنواحي المراجعة (٤٩٨) بالنسبة للختبر (٤٩٩) اختبارات فردية (٤٩٩) اختبارات جماعية (٤٩٩) بالنسبة لطريقة الأداة - (٤٩٩) كتابية (٤٩٩) عملية (٥٠٠) بالنسبة للزمن (٥٠٠) اختبارات موقوته (٥٠٠) اختبارات غير موقوته (٥٠١) أنواع المفردات (٥٠١) اختبار إجابة من إجابتين (٥٠٢) اختبار إجابة واحدة من إجابات متعددة (٥٠٢) التكلفة (٥٠٣) المطابقة (٥٠٤) الاستجابة الحرة (٥٠٥) إعادة الترتيب (٥٠٥) عمليات الاختبار (٥٠٨) عمليات المختبرين (٥٠٨) عمليات للمختبرين (٥٠٩) الوحدات (٥٠٩) البيانات الخاصة بالأفراد (٥١٠) فكرة الاختبار وزمنه (٥١٠) الأجئلة المحولة (٥١١) الأسئلة التدرجية (٥١١) عمليات بعد الاختبار (٥١٢) صياغة العمليات (٥١٢) إزارة حافز الإجابة (٥١٣) مفتاح الإجابة وتصحيح المفردات (٥١٤) شروط الإجابة الموضوعية (٥١٤) وسائل الإجابة الموضوعية (٥٢٥) مفتاح الإجابة وطريقة التصحيح (٥١٥) تصحيح أثر التخمين (٥١٧) معاملات سهولة وصعوبة المفردات (٥٢٢) حساب معاملات السهولة (٥٢٣) معاملات السهولة المصححة من أثر التخمين (٥٢٥) المعاملات المعيارية السهولة (٥٢٧) علاقة ترتيب المفردات بالتوزيع التكراري للدرجات (٥٢٩) أهمية معامل السهولة في بناء الاختبارات المتكافئة (٥٣١) الانحراف المعياري للمفردات (٥٣١) صدق المفردات (٥٣٥) حساب الصدق بطريقة الارتباط الثنائي الأصيل

(٥٣٦) حساب الصدق بطريقة المقارنة الطرقية (٥٣٧) طريقة الفروق الطرقية  
(٥٤١) ثبات المفردات (٥٤٤) طريقة إعادة الاختبار (٥٤٤) طريقة الاحتمال  
المتمول (٥٤٥) الزمن المناسب للاختبار (٥٤٨) تحليل الاحتمالات الاختيارية  
للمفردات (٥٥١) اختبار المفردات (٥٥٤) تمارين على الفصل الثالث عشر (٥٥٦)

## ٥٥٩ ... الفصل الرابع عشر : تحليل التباين

مقدمه (٥٥٩) الخواص الإحصائية للتباين (٥٦٠) التباين والانحراف  
المعياري (٥٦٠) قياس التباين للفروق الفردية والجماعية (٥٦٠) جمع التباين  
(٥٦٠) التباين الوزني ومكوناته (٥٦١) النسبة الفئوية والدلالة الإحصائية  
(٥٦٣) الطريقة الإحصائية لتحليل التباين (٥٦٤) تحليل التباين لمجموعتين  
(٥٦٥) حساب مجموع المربعات داخل المجموعات (٥٦٥) حساب مجموع المربعات  
بين اعموعات (٥٦٨) درجات الحرية (٥٦٩) درجات حرية مجموع المربعات  
الداخلية (٥٧٠) درجات حرية مجموع المربعات البينية (٥٧١) حساب التباين  
داخل اعموعات وبين المجموعات (٥٧١) حساب النسبة الفئوية (٥٧١) الدلالة  
الإحصائية للنسبة الفئوية (٥٧٢) تحليل التباين لثلاث مجموعات (٥٧٣) حساب  
مجموع المربعات داخل المجموعات (٥٧٥) حساب المربعات بين المجموعات (٥٧٠)  
درجات الحرية (٥٧٦) حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات (٥٧٦)  
الدلالة الإحصائية للنسبة الفئوية (٥٧٧) تمارين على الفصل الرابع عشر (٥٧٨)

## ٥٨١ ... الفصل الخامس عشر : التحليل العاملي

مقدمة (٥٨١) معنى التحليل العاملي ونشأته (٥٨٢) أهمية التحليل العاملي  
ومبادئه (٥٨٨) الأسس العلمية للتحليل العاملي (٥٩٠) المنهج العلمي للتحليل العاملي  
منهج استقرائي (٥٩٠) المعادلة الأساسية للتحليل العاملي (٥٩٣) تباين الاختبار  
يساوي مجموع مربعات تشبعاته (٥٩٤) العوامل المشتركة والمنفردة (٥٩٦) علاقة  
الاشتراكات بتشبعات العوامل (٥٩٨) علاقة الارتباط بتشبعات السوائل

المشتركة (٥٩٩) اختيار الاختبارات المناسبة لتحليل العامل (٦٠٢) علاقة عدد الاختبارات بعدد العوامل (٦٠٢) التقيد واليساطة (٦٠٦) مستوى السهولة والصعوبة (٦٠٧) حساب العوامل المشتركة بالطريقة التقاربية (٦٠٨) مصفوفة الارتباط (٦١٠) تشبعات العامل الأول (٦١١) مصفوفة تشبعات العامل الأول (٦١٦) مصفوفة بواني العامل الأول (٦١٨) تغيير الإشارات السالبة لمصفوفة البواني (٦١٩) حساب تشبعات العامل الثاني (٦٢١) مصفوفة تشبعات العامل الثاني (٦٢٣) مصفوفة بواني العامل الثاني وتغيير الإشارات السالبة (٦٢٤) حساب تشبعات العامل الثالث (٦٢٨) النتيجة النهائية لتحليل العامل (٦٣٠) الأخطاء المعيارية للعوامل المشتركة (٦٣٢) الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الأول (٦٣٥) الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثاني (٦٣٦) الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الثالث (٦٣٧) التدوير المتعامد للعوامل (٦٣٩) بساطة الاختبار (٦٤٠) الاقتران البسيط (٦٤١) الطريقة التائية لتدوير العوامل (٦٤١) ترتيب عمليات التدوير (٦٤١) تدوير  $A$  إلى  $A'$  بـ  $B$  (٦٤٢) تدوير  $A'$  إلى  $A''$  بـ  $B'$  (٦٤٥) تدوير  $B'$  إلى  $B''$  بـ  $C$  (٦٤٦) تفسير العوامل بالقدرات الطاقية (٦٤٨) تمارين على الفصل الخامس عشر (٦٥٠)



## الفصل الأول

### المدخل

#### مقدمة

يهدف هذا الفصل إلى توضيح المعالم الأولى والعمليات العددية التي تقوم عليها الوسائل الإحصائية حتى لا يجد القارئ صعوبة أو مشقة في قراءة الفصول التالية . ولذا فهو يبدأ بدراسة نشأة الإحصاء وأهميته في الأبحاث العلمية وارتباطه بخطوات البحث العلمي ثم يتطور لبيان علاقة الإحصاء بالقياس النفسي والفروق الفردية ، ثم ينتهي إلى معالجة الوسائل الحسابية اللازمة للإحصاء وخاصة حدود التقريب ، والطرق المتبعة في حساب الجذر التربيعي ، ومربعات الأعداد المتتالية .

#### نشأة الإحصاء

الإحصاء في اللغة العد الشامل . ومن المجاز قول العرب لم أر أكثر منهم حصي أي لم أر أكثر منهم عدداً ، وقولهم هنا أمر لا أحصي أي لا أطيعه ولا أضبطه (١) .

---

(١) راجع أساس البلاغة للزمخشري ، والقاموس المحيط للفيروز آبادي — يقول أحسن يعني تعدد وحفظه ومقارنته وضبطه .

وقد نشأ علم الإحصاء في إطار التنظيم السياسى للدولة على يد البارون  
 ييفلد J. F. Von Bielefeld سنة ١٧٧٠ ، وترجع النشأة الرياضية الصحيحة لهذا  
 العلم إلى أبحاث لابلاس Laplace الرياضى الفرنسى وجاوس Gauss الرياضى  
 الألماني، وجولتون Galton العالم الانجليزى وكارل بيرسون Kari Pearson  
 الرياضى الانجليزى (١) .

## أهمية الإحصاء في الأبحاث العلمية

الإحصاء كما يفهمه أغلب الناس لا يخرج عن كونه جمع معلومات رقمية  
 وعرضها في جداول ورسوم بيانية ، وقد تقمه طائفة قليلة من الناس في إطار  
 حساب المتوسطات والنسب المختلفة .

والإحصاء في صورته الحديثة هو إحدى الدعائم الرئيسية التي تقوم عليها  
 الطريقة العلمية في بحثها للعلوم الإنسانية والعلوم المتصلة بأى لون من ألوان الحياة .

والطريقة العلمية في جوهرها العام لا تخرج عن الخطوات التالية (٢) :

- ١ - القيام بإجراء ملاحظات وتجارب موضوعية
- ٢ - استخلاص النتائج الموضوعية التي تؤدي إليها تلك التجارب .
- ٣ - صياغة القوانين والنظريات التي تفسر نتائج التجارب المختلفة .

ويرتبط علم الإحصاء ارتباطاً وثيقاً بالخطوتين الأولى والثانية . وذلك  
 لأنه يحدد الشروط الأساسية لموضوعية التجارب وخطتها ووسائلها ومنهجها ،

(1) Yule, G. U., and Kendall, M. G. An Introduction to the Theory of Statistics, 1946, p. p. 4—5 .

(2) Mood. A. M. Introduction to the Theory of Statistics, 1950, p. p. 1—4 .

وهو يحدد أيضاً طرق التحليل المناسبة لسكل تجربة ومدى التعميم الذى تنطوى عليه نتائج تلك التجارب .

وهكذا تعتمد الأبحاث الحديثة فى العلوم المختلفة على الطريقة العلمية التى تقوم على الملاحظة الدقيقة والتجريب العلمى والتحليل الرياضى والاستنتاج المنطقى . وهذه الطريقة وحدها تصبح العلوم المختلفة علوماً تجريبية موضوعية . وتؤدى الملاحظة من ناحية ، والتجربة من ناحية أخرى ، إلى جمع معلومات عدة هادفة عن الظواهر التى تنطوى تحت التقسيمات المختلفة للعلوم ، ولعل أحسن طريقة لتركيز هذه المعلومات هى الطريقة العددية التى تعتمد فى جوهرها على رصد النتائج ورصداً موجزاً واضحاً . لكن الأعداد وحدها وبصورتها الخام الأولية لا تكفى لفهم وتفسير الظاهرة العلمية تفسيراً صحيحاً . ولهذا يلجأ الباحث إلى تحليل نتائجه تحليلًا إحصائيًا ليدرك مثلاً مدى تجمعها واشتقاقها وارتباطها ، وغير ذلك من ضروب التحليل الإحصائى . وهو يهدف بهذا التحليل إلى فهم العوامل الأساسية التى تؤثر على الظاهرة التى يدرسها . وقد يصل من هذا كله إلى الكشف عن الفكرة الجوهرية أو القانون العام الذى يصلح لتفسير تلك الظاهرة والظواهر الأخرى التى تنتمى إليها .

لهذا كان الإحصاء من أهم الوسائل التى يستعين بها الباحث وتستعين بها العلوم المختلفة فى الوصول إلى نتائجها وفى تحليل هذه النتائج وتطبيقها ونقدتها .

وقد شهد هذا القرن ، والقرن الماضى ، ظهور علوم جديدة نشأت من اقتران الإحصاء بالعلوم المختلفة ، فاقترن الإحصاء بالرياضة البهتة ، والميكانيكا ، وعلم النفس ، وعلم الحياة ، وعلم الاقتصاد ، وعلم الاجتماع ، وعلوم أخرى لنبشئ . من ذلك كله علوماً جديدة مثل علم الإحصاء الرياضى Mathematical Statistics ، والميكانيكا الإحصائية Statistical Mechanics

وعلم النفس الإحصائي Statistical Psychology ، وعلم الحياة الإحصائي Biometry ، وعلم الاقتصاد الإحصائي Statistical Economy . وهكذا . ما يزال العلم يكشف عن تطبيقات جديدة للأحصاء في الأبحاث النظرية . والتجريبية والتطبيقية ، وفي جميع ضروب الحياة .

والعلم في جوهره تنظيم اجتماعي يقوم على تبادل المعرفة بين المشتغلين بالبحث . وأغلب الأبحاث الحديثة - كما أسلفنا - تعتمد على الأرقام والمعالجة الإحصائية للبيانات العددية المختلفة ولهذا كان لزاماً على المشتغلين بالبحث والعلميين عليه ، والدارسين له ، والقارئ لآثاره ، والمتنفعين بنتائجها أن يعرفوا مناهجه التجريبية ووسائله العددية الإحصائية ليسا يروا تطوره وتطبيقاته المتنوعة .

ويقاس التطور العلمي لأي فرع من فروع المعرفة البشرية بمدى تطور مناهجه ووسائله ، وقد أحرزت العلوم الطبيعية قصب السبق في هذا المضمار لبساطة تكوينها وثبوت نتائجها وخضوعها المباشر للضبط العلمي الهادف ، واستعانتها المبكرة بالأعداد والعلوم الرياضية . وتخلفت للعلوم الإنسانية في نشأتها الأولى عن هذا التطور لتعقيدها وعروفتها التي تحول بينها وبين الضبط العلمي البسيط . ومن المفارقات الغريبة أن علم النفس كان أسبق من العلوم الطبيعية في الكشف عن الطاقة الكامنة والطاقة الحركية . وكان أرسطو أول من عرّف الطاقة الكامنة البشرية بأها حالة النوم التي تنظرأ على الإنسان ، وعرّف الطاقة الحركية بأنها حالة النشاط التي تبدو في اليقظة . ثم تخفف علم النفس من هذه المفاهيم الجوهرية وتركها للعلوم الطبيعية التي استعانت بها في تطورها الرئيسي ، ثم عاد علم النفس ليستعيرها من قادتها المحدثين .



## الإحصاء وخطوات البحث العلمى

الإحصاء كما بينا من أهم الوسائل الحديثة القوية للبحث العلمى فى مبادئه المختلفة بوجه عام ، وفى الميادين الإنسانية بوجه خاص . والبحث العلمى لا يستقيم إحصائياً إلا إذا انتظم فى خطوات منطقية واضحة . وسنحاول أن نبين فى الفقرات التالية أهم هذه المعالم .

وتناخص الخطوات الرئيسية للبحث العلمى الذى يعتمد على التحليل الإحصائى فى اختيار المشكلة ، وتنظيم خطة البحث ، وجمع المعلومات ونبريها ، ووصفها إحصائياً ، وتحليلها ، وتفسير نتائجها ، ثم تسجيلها فى تقرير يبين نواحيها المختلفة .

### ١ - اختيار المشكلة

تناخص أهم الأسس الرئيسية لاختيار المشكلة فى :

- ١ - ألا تكون كبيرة واسعة حتى لا تصبح ضخمة ؛ وألا تكون ضيقة جداً محدودة حتى لا تصبح تافهة ، بل تكون وسطاً بين هذه وتلك ، منزلة مناسبة حتى تصل الباحث إلى نتائجها المرجوة فى يسر وقوة .
- ٢ - وأن يكون توقيتها مناسباً معقولا من حيث بدئها ومدائها ونهايتها .
- ٣ - وأن تكون تكلفتها فى حدود إمكانيات الباحث وإلا عاقته هذه الأمور عن إتمام بحثها .
- ٤ - وأن تكون جديدة لتكشف عن بعض الأفاق المجهولة ، وإلا فقدت قوتها وأهميتها .
- ٥ - وأن تتفق وميل الباحث ومستوى قدرته على معالجتها .

٦ - أن تكون بياناتها المختلفة ميسورة بحيث لا تكلف الباحث عناءاً  
أو مشقة في جمعها .

## ٢ - خطة البحث العلمي وجمع المعلومات

تقوم خطة البحث على بناء تنظيم علمي مناسب يسبق القيام بالبحث ،  
وقد تشمل هذه الخطة على نموذج مصغر للبحث وذلك للكشف عن نواحي  
قوته وضعفه ، والتغلب على الصعوبات التي قد تواجهه ، ولتبيان أوضاع  
المسائل لمعالجة المشكلة معالجة علمية دقيقة . وهي بهذا المعنى تشبه النموذج  
المصغر أو الرسم التوضيحي الذي يعده المهندس المعماري قبل قيامه بعملية البناء .

هذا ويجب أن تشمل خطة دراسة المشكلة على بيان تفصيلي لمصادر  
المعلومات ومدى دقتها والطرق المختلفة لجمعها ووسائلها ملاحظة كانت أم تحرياً  
أم إعادة نيوب للمعلومات القائمة . وبذلك نتناول هذه الخطة بياناً تفصيلياً  
عن عينة الأفراد التي تستخدم في التجربة والاسس العلمية لاختيارها وعينة  
الاحتمالات والمقاييس التي تجري ، والاسس العلمية لاختيارها أو لصياغتها  
وتأليفها والأجهزة التي قد يستعان بها .

ومن الميسور إخضاع هذه الخطة للدراسة وذلك بإجراء تجربة تمهيدية  
على نطاق صغير للكشف عن أثر الظروف المختلفة في نتائج التجربة ولحاولة  
التحكم في الشوائب الفريدة التي قد تعوق نمى البحث والكشف عن الأخطاء  
والعروض النقص الذي لم يكشف عنه التنظيم الأول لخطة البحث ، وحثاً  
لجاء بعض الباحثين إلى تنظيم تجاربهم في خطوات متعاقبة يتلو بعضها بعضاً بحيث  
تؤدي نتائج التجربة الأولى إلى تحديد مشكلة التجربة الثانية وتؤدي نتائج  
التجربة الثانية إلى تحديد مشكلة التجربة الثالثة ، وهكذا يتطور البحث حتى  
يصل إلى هدفه النهائي .

### ٣ - التجميع

عندما ينتهي الباحث من جمع المعلومات التي خدشها خطته في البحث ووسيلته في الجمع ، فإنه يجمعها في جداول كبيرة متصلة ، أو بطاقات صغيرة منفصلة ليسهل عليه بعد ذلك تلخيصها وتحليلها وتفسيرها .  
وفي مقدوره بعد ذلك أن يجمعها ثانية في جداول صغيرة ، ورسوم بيانية ، ومنحنيات وأشكال توضيحية ليبين معالمها وخواصها الرئيسية .

### ٤ - الوصف الإحصائي

يعتمد الوصف الإحصائي للظواهر المختلفة على الكشف عن مدى تجمع بياناتها العددية أو مدى تشتتها والعلاقات المختلفة التي تربط كل ظاهرة بأخرى والقيمة العددية لهذا الارتباط .

ولهذا يهدف الباحث في معالجته الإحصائية للظواهر التي يبحثها إلى معرفة متوسطاتها المختلفة أو نزعتها المركزية ليلخصها في صورة موجزة توضح أهم خواصها ، ويهدف أيضاً إلى معرفة مدى انتشارها وانحراف أفرادها عن هذه المتوسطات ليصل من ذلك كله إلى وصف شامل للظواهر التي يبحثها .

ويسمى هذا الميدان من ميادين علم الإحصاء بالإحصاء الوصفي .

### ٥ - التحليل الإحصائي

يعتمد التحليل الإحصائي على نوع المشكلة وخصائصها الرقمية وهدف البحث والتحليل الذي يصلح لمعالجة مشكلة ما قد لا يصلح لمعالجة مشكلة أخرى .

والوصف الإحصائي الشامل يهدف تمهيداً صحيحاً للتحليل الإحصائي المناسب لأنه يوضح الخواص الإحصائية للظاهرة .

ويسمى هذا النوع من ميادين علم الإحصاء بالإحصاء التحليلي .

ولا يحسن الباحث أنه كلما غالى في اختيار الطرق الإحصائية المنتهية في دفنها أمسكت الوصول إلى نتائج قوية ، ذلك لأن نوع التحليل يعتمد على مدى دقة البيانات الممدية التي اعتمد عليها الباحث في تحديد الظواهر التي يدرسها ، فبعض هذه الظواهر لا تحتاج في تحليلها إلى مثل هذه المغالاة ، لأنها بطبيعتها ليست حساسة لهذه الفروق المنتهية في الدقة ، ومثلها في ذلك مثل قياس المسافة بين القاهرة والإسكندرية لأقرب مليمتر أو حتى لأقرب سنتيمتر .

## ٦ - التفسير

ينطوي التفسير على ضرب من ضروب التعميم . ويجب ألا يجاوز هذا التعميم حده وهداه . وذلك لأنه يقوم على إطار محدد عينه الأفراد الذين أحرزت عليهم التجربة والاختبارات التي استخدمت في هذه الدراسة ، والأجهزة التي استعان بها الباحث للوصول إلى نتائجه . ومن الخطأ الشائع في بعض الأبحاث العلمية إجراء تجربة ما في إطار معين محدد ثم تعميم نتائج هذه التجربة دون استغراق شامل لجميع النواحي المختلفة للظاهرة العلمية .

وحرىّ بالباحث أن يلتزم حدود نتائجه العلمية دون مبالغة أو إفاضة حتى لا يضل الناس في فهم نتائجه ، وحتى لا تنهار هذه النتائج سريعاً من جوانبها التي نأت بها بعيداً عن الإطار الموضوعي الواقعي للبحث .

## ٧ - التقرير

يبدأ التقرير من حيث بدأت المشكلة باختيارها وصياغتها ، وينتهي إلى حيث انتهت بالتحليل الإحصائي والتفسير النهائي . أي أنه بهذا المعنى يسجل

خطوات البحث في تطورها تلو خطوة ليكون بذلك أقرب إلى الموضوعية العلمية والتنظيم المنطقي المتناسق .

ويشترط في لغة البحث أن تكون واضحة موجزة موضوعية إلى الحد الذي تتخفف فيه من تأكيد الذات حتى لا تصطبغ بصيغة ذاتية تبعدها عن الروح العلمي الصحيح .

وخلباً ما ينتهي التقرير بملخص واضح عن المشكلة ونتيجة بحثها ومدى قوة أو ضعف هذه النتائج ، وهو لهذا يوضح ، إلى حد ما ، فقد الباحث لنفسه ، والمشاكل الجديدة التي أسفر عنها البحث خلال تطوره ، ومدى صلاحية هذه المشاكل للبحث . فهو بذلك يفتح آفاقاً جديدة للبحث والدراسة .

## الإحصاء والقياس

القياس بمعناه العام مقارنة ترصد في صورة عددية ، كقارنة الأطوال بالمتر . والأوزان بالكيلو جرام أى أن نتيجة المقارنة تتحول إلى أعداد نسميها درجات ، والدرجات جمع درجة والدرجة تعنى المرتبة والطبقة .

وتعتمد المقارنة على النواحي الوصفية والنواحي السكّية . وتهدف النواحي الوصفية إلى الكشف عن وجود الصفة أو عدم وجودها ، كقارنة الأطوال بالأوزان لتحديد الفروق القائمة بينهما حتى يتحدد بذلك نوع القياس الصالح لكل منهما وحتى لا يُظن أن الطول يقاس بالكيلو جرام والوزن بالمتر .

وتهدف النواحي السكّية إلى الكشف عن درجة وجود الصفة بعد أن كشفت المقارنة الوصفية عن وجودها وتميزها .

وهكذا تعتمد الجدول الإحصائية على التصنيف الوصفي والرقمي للظواهر المختلفة فهي بذلك تقسم الصفات إلى أنواع لما أهميتها بالنسبة لهدف البحث، ثم تقسمها إلى درجات تقاس بها كل صفة من تلك الصفات، أي أنها تبدأ وصفية وتنتهي رقمية.

## الأسس العامة للتصنيف الإحصائي

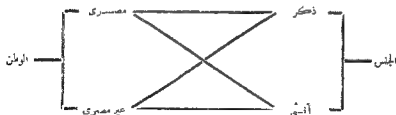
التصنيف من أهم دعائم المعرفة البشرية لأنه يلخص المعلومات المختلفة في قدر مناسب يستطيع معه العقل أن يستوعبه؛ ولأنه يشوهد ويكشف عن العلاقات الجوهرية التي تربط الأشياء بعضها ببعض الآخر.

ويعتمد التصنيف على مدى تمايز الأشياء، وعلى تعميم هذا التمايز بحيث تنقسم الأشياء أو صفاتها إلى مجموعات بين كل مجموعة وأخرى فروق أساسية تبرر هذا الفصل القائم بينها، بحيث تضم كل مجموعة أفراداً يشتركون معاً في صفات أساسية تبرز جميعها معاً في وحدة متألقة. فالنوع الإنساني يشتمل على لميزات الرئيسية للجنس البشري وبحول بين هذا الجنس والأجناس الأخرى حتى لا تتداخل معه في هذا التقسيم.

والتمايز قد يكون حاداً فاصلاً، أو يكون متداخلاً ندياخلاً قليلاً أو كثيراً. ومن أمثلة التمايز الحاد في الصفات: الحياة والموت والذكورة والانوثة، ومن أمثلة التمايز المتداخل ندياخلاً قليلاً فصول السنة، ومن أمثلة التمايز المتداخل ندياخلاً كثيراً أطوال الناس ولهذا ترصد هذه الأطوال في سلسلة متصلة من الدرجات بحيث يمكن جمعها في ثنائيات مثل من ١٣٠ سم إلى ١٣٥ سم ومن ١٣٥ سم إلى ١٤٠ سم.

ويجب أن يكون أساس التقسيم واضحاً وإلا ندياخلت الأسس واخلطت.

الأمر ، فن الخطأ تقسيم تلاميذ المدارس بنين وبنات وغير مصريين وإغما  
الصواب أن تقسم تلاميذ المدارس بالنسبة المذكورة والأنوثة ، ثم نعود  
لنقسمهم إلى من هو مصري ومن هو غير مصري حتى نستغرق الأقسام الفرعية .  
فالذكور قد يكونون مصريين أو غير مصريين . والإناث قد يكن مصريات  
أو غير مصريات . والشكل التالي يوضح هذه الفكرة .



( شكل ١ )  
مثال يوضح أسس التقسيم

وهكذا نرى أن الأساس الأول للتقسيم في مثالنا هذا هو الجنس ،  
والأساس الثاني للتقسيم هو الوطن . ويوضح هذا المثال فكرة الأقسام المنفصلة  
فإذا ما أن يكون الطالب ذكراً أو أنثى ، ولما أن يكون مصرياً أو غير مصري .

وقد تكون هذه الأقسام متصلة كالبياض والسواد وما بينهما من ظلال  
تميل من جانبها الأول نحو الأبيض حينما تكون باهتة خفيفة وتميل من جانبها  
الثاني نحو الأسود حينما تكون قاتمة ثقيلة وتتوالى درجاتها في تسلسل متصل من  
بدنها إلى نهايتها .

وهكذا تنقسم البيانات العددية بالنسبة لمتغيرها إلى نوعين رئيسيين :  
منفصلة ومتصلة .

## التصنيف الثنائي

ينقسم التصنيف الإحصائي للأصناف المختلفة إلى نوعين رئيسيين :

١ - التصنيف الثنائي - وهو يحتوى على أجناس ، ينقسم كل جنس فيها إلى نوعين فقط .

٣ - التصنيف المتعدد - وهو يحتوى على أجناس ، ينقسم كل جنس فيها إلى أكثر من نوعين .

والتصنيف الثنائي أكثر التصنيفات بساطة وفائدة وشيوعاً ويستخدم في كثير من المعاملات الإحصائية مثل معامل الارتباط الرباعي . ويستخدم التصنيف المتعدد في التحليل العاملي وبعد هذا النوع من التحليل الأساس العلمى الذى تعتمد عليه أبحاث القدرات العقلية وميول الشخصية ومقاييس الاتجاهات النفسية .

## الوسائل الحسابية

من أهم الوسائل الحسابية التى يعتمد عليها الباحث فى عملياته الإحصائية التقريب وقواعده الرئيسية ، وحساب الجذر التربيعى ، ومربعات الأعداد المتتالية ، والآلات والجداول والرسوم الحسابية .

## التقريب

للتقريب حدود يجب أن تراعى حتى لا يغالى الباحث فى تسجيل أرقام لقيمة لها للبحث ، فله فوق فهم نتائج النهائية ، وتعيظه بهالة من الدقة الظاهرية التى تعجب حقيقته وتظل عيباً نقيلاً على العمليات الحسابية من بدئها إلى نهايتها دون فائدة ترجى من هذا العمل الشاق المرهق . وأحياناً يغالى الباحث فى تقريبه فيحذف أرقاماً لها دلالتها الصحيحة التى قد تلتقى أضواء جديدة على الظاهرة التى يبحثها .



## ١ - أهمية التقريب ومعناه

يعتمد الإحصاء في كثير من عملياته الحسابية على التقريب ، ويهدف هذا التقريب إلى تبسيط العمليات الحسابية وألّ صياقتها في صورة موجزة تيسر للباحث معالجتها وتأكيد معاملها الرئيسية ، وتساعد القارئ على فهم نتائجها .  
وشتان بين قولك إن متوسط درجات الطلبة في الحساب يساوي ٤,٨١٢ درجة ، وقولك إن هذا المتوسط يساوي ٥ درجات . ولا شك أن المتوسط الأول أدق من المتوسط الثاني ، لكنه رغم دقته الظاهرية يعمق الفهم والتذكر الصحيح ، لكثرة أرقامه . هذا وليست درجات الامتحانات المدرسية من الحسابية بحيث ندلنا على معنى واضح لتلك الأرقام الكثيرة التي يحتويها المتوسط الذي يساوي ٤,٨١٢ درجة . ويمكن أن نوضح هذه الفكرة بتحليل أرقام هذا المتوسط بالطريقة التالية .

$$\begin{array}{rcl}
 ٤ & \text{تعني} & \text{أربع درجات صحيحة .} \\
 ٠,٨ & \text{تعني} & \frac{٨}{١٠} \text{ درجة} \\
 ٠,٠١ & \text{تعني} & \frac{١}{١٠٠} \text{ درجة} \\
 ٠,٠٠٢ & \text{تعني} & \frac{٢}{١٠٠٠} \text{ درجة} \\
 ٤,٨١٢ & = & ٤ + \frac{٨}{١٠} + \frac{١}{١٠٠} + \frac{٢}{١٠٠٠}
 \end{array}$$

ولا شك أن قدرتنا على قياس جزء من ألف من الدرجة في امتحان ما من الامتحانات المدرسية العادية إدعاء باطل لا يقوم على أساس علمي . وهكذا بالنسبة إلى أجزاء المائة وأجزاء العشرة ، وخير لنا أن نقرب هذا المتوسط إلى أقرب عدد صحيح فنجعله مساوياً ٥ درجات ، أو أن نبالغ نوعاً ما في تقدير دقته فنقربه إلى ٤,٨ درجة ، من أن نقدره إلى أقرب جزء من الألف من الدرجة .

وهكذا نرى أن التقريب يرتبط ارتباطاً وثيقاً بحدود الدقة الأساسية للأرقام الخام التي نعتمد عليها في تحليلنا الإحصائي .

## ٢ - حدود الدقة

تعتمد الحدود على مدى دقة الأرقام الخام التي يقوم عليها البحث وعلى مدى دقة الطريقة الإحصائية التي يستعان بها في تحليل النتائج وعلى الباحث أن يقدر مدى الدقة العددية تقديراً يتفق ونوع البيانات العددية التي يحصل عليها .

لحدود الدقة للعدد ٤,٦ تمتد إلى رقم عشري واحد، أي أن البيانات الدقيقة التي يدل عليها هذا العدد أقرب إلى ٤,٦ منها إلى ٤,٧ أو إلى ٤,٥ . أي أن حدود الدقة تؤثر في الرقم العشري لهذا العدد، وتحدد قيمته بحيث لا تصل هذه القيمة إلى ٤,٧ في حالة الزيادة أو إلى ٤,٥ في حالة النقصان .

وهكذا يمكن أن نرى أن العدد ٤,٦ يقع فيما بين ٤,٥٥ ، ٤,٦٥ أي أن حد الخطأ يصبح مساوياً ٠,٠٥ وأن العدد ٢٣,٠٨ يقع فيما بين ٢٣,٠٧٥ و ٢٣,٠٨٥ . والعدد ٥٧٢ يقع فيما بين ٥٧٢,٠٥ ، ٥٧٢,٠٥ .

ونسبة حد الدقة إلى العدد لها أهميتها في معرفة الخطأ النسبي لهذا العدد . وتحسب هذه النسبة بقسمة حد الدقة على العدد نفسه والمثال التالي يوضح هذه الفكرة :

حد الدقة للعدد ٤,٦ يساوي ٠,٠٥

$$\frac{0.05}{4.6} = \text{الخطأ النسبي}$$

$$1.09\% = 100 \times 0.0109 = \text{النسبة المئوية للخطأ}$$

### ٣ - التقريب البسيط

يوضح الجدول رقم (١) مثالا لفكرة التقريب البسيط

الأعداد المقربة	الأعداد الأصلية
١٦	١٦,٣
٣٨,٥	٣٨,٤٥
١٠	٩,٨
١	٠,٩٥

( جدول ١ )

تقريب الأرقام

تقوم فكرة هذا التقريب على حذف الرقم الأول أى الذى يقع فى أقصى الناحية اليمنى للعدد ثم إضافة واحد صحيح إلى الرقم الذى يقع مباشرة إلى يساره إذا كان الرقم المحذوف مساوياً ٥ أو أكبر من ٥ أى يقع بين ٥ و ٩ ، ٥ ويترك الرقم الذى إلى يساره كما هو دون أن نضيف إليه شيئاً إذا كان الرقم المحذوف أقل من ٥ أى يقع بين صفر ، ٤

٤ - جمع وطرح الأعداد المقربة

عندما نقرب الأعداد التالية :

١٨,٣٧٨	إلى	١٨,٣٧٨٤
١٥٣,٢	إلى	١٥٣,١٦
٧٨,٧٤	إلى	٧٨,٧٤٢

ثم نجمع هذه الأعداد المقربة كما يلي :

$$200,318 = 78,74 + 103,2 + 18,378$$

نجد أن هذا الناتج يختلف في بعض أرقامه عن حاصل جمع الأعداد قبل تقريبها ، كما يبدو ذلك في عملية الجمع التالية .

$$200,318 = 78,742 + 103,16 + 18,3784$$

وعندما نقرب ناتج جمع الأعداد المقربة إلى رقم عشري واحد نرى أنه يساوي ٢٥٠,٣ . وعندما نقرب ناتج جمع الأعداد الأصلية إلى رقم عشري واحد نرى أنه يساوي أيضاً ٢٥٠,٣ .

ولهذا يجب أن نقرب الأرقام العشرية لحاصل جمع الأعداد المقربة بحيث يصبح عددها مساوياً لأقل الأرقام العشرية التي تحتوي عليها عملية الجمع ، لأن ذلك يحدد مدى تقبلاً في دقة هذه الأرقام . وبما أن العدد ١٥٣,٢ يحتوي على رقم عشري واحد . فهو إذاً الذي يحدد دقة الناتج أي أن الناتج في هذه الحالة يجب أن يحتوي على رقم عشري واحد . وهكذا يصبح بعد التقريب مساوياً ٢٥٠,٣ بدلاً من ٢٥٠,٣١٨ .

وبنفس هذه الطريقة نقرب أيضاً ناتج عملية طرح الأعداد المقربة حتى يحتوي على أرقام عشرية تساوي في عددها أقل عدد للأرقام العشرية التي تحتويها عملية الطرح . ولذلك يجب أن نقرب الناتج التالي :

$$135,179 = 52,421 - 187,6$$

حتى يصبح ١٣٥,٢

## ٥ - ضرب وقسمة الأعداد المقربة

يخضع ناتج عمليتي ضرب وقسمة الأعداد المقربة لنفس الفسكرة التي يتبناها في جمع وطرح هذه الأعداد . والأمثلة التالية لعملية الضرب توضح تطبيق تلك الفسكرة .

$$٨,٥٣٩٨١١٢٨ = ٢,٧١٨٣ \times ٣,١٤١٦ \quad \text{وهذا يقرب إلى } ٨,٥٣٩٨$$

$$٨,٥٤٠ = ٢,٧١٨ \times ٣,١٤٢ \quad \text{وهذا يقرب إلى } ٨,٥٤٠$$

$$٨,٥٤٠٨ = ٢,٧٢ \times ٣,١٤ \quad \text{وهذا يقرب إلى } ٨,٥٤٠٨$$

والأمثلة التالية لعملية القسمة توضح أيضاً تطبيق نفس تلك الفسكرة على تقرب خارج القسمة .

$$٨,٤٧ \div ٢٣ = ٠,٣٦٨٢٦ \quad \text{وهذا يقرب إلى } ٠,٣٧$$

$$٧,١٨٢ \div ٢,٣ = ٣,١٢٢٦١ \quad \text{وهذا يقرب إلى } ٣,١$$

## الجذر التربيعي

تعتمد أغلب العمليات الإحصائية على حساب الجذر التربيعي للأعداد المختلفة ، ولهذا سنوضح أهم الطرق الحسابية التي تستخدم في حساب الجذر التربيعي .

والجذر التربيعي لأي عدد ما مثل ١٦ هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه يعطينا العدد الذي نبحث عن جذره ، وهو في مثالنا هذا ٤ ، لأن :

$$١٦ = ٤ \times ٤$$

$$\text{أي أن } ١٦ = ٤^2$$

# ١ - الطريقة المطولة

تشبه هذه الطريقة القسمة المطولة ، ولا تختلف عنها إلا اختلافاً بسيطاً في بعض نواحيها والأمثلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة .

المثال الأول : لحساب الجذر التربيعي للعدد ٢٦٣١٦٩ يقسم العدد من ناحيته اليمنى إلى أزواج من الأرقام بحيث تصبح خاتمة الأحاد والعشرات قسماً ، وخاتمة المئات والآلاف قسماً ، وهكذا حتى ينتهي تقسيم العدد إلى ٢٦٣١٦٩ ثم تجرى عملية حساب الجذر بالطريقة التالية :

	٥ ١ ٣	
أقرب مربع لـ ١٦ هو ٣٥ وهذا يساوي ٥ × ٥	٢٦٣١٦٩	٥
٢٦ - ٣٥ = - ٩ = ١ تكتب ٥ فوق ٢٦	٢٥	٥
١٠ ÷ ٥ = ٢		
١٣ ÷ ١٠ تساوي ١ تقريباً	١٣١	١٠٩
نكتب ١ إلى يمين ١٠ تصبح ١٠١		
نضرب العدد ١٠١ × ١ ويطرح الناتج من ١٣١	١٠١	١
نكتب ١ فوق ٣١		
١٠١ ÷ ١ = ١٠٢		
٣٠ ÷ ١٠ = ٣	٣٠٦٩	١٠٢٣
نكتب ٣ إلى يمين ١٠٢ تصبح ١٠٢٣		
نضرب ١٠٢٣ × ٣ ونطرح الناتج من ٣٠٦٩	٣٠٦٩	٣
نكتب ٣ فوق ٦٩		
للمراجعة ١٠٢٦	٠٠٠٠	
تجمع ١٠٢٣ + ٣ = ١٠٢٦		
وعندما تكون هذه العملية صحيحة فإن العلاقة التالية تصبح صحيحة .		
١٠٢٦ = ٢ × ٥١٣		
٥١٣ = ٢٦٣١٦٩ √		

المثال الثاني : لحساب الجذر التربيعي للعدد ١٠٣٤٢٨٩ نجرى العملية بالخطوات التالية .

	١ ٠ ١ ٧
١	١ ٠ ٣ ٤ ٢ ٨ ٩
١	١
٢٠١	٣ ٤ ٢
١	٢٠١
٢٠٢٧	١ ٤ ١ ٨ ٩
٧	١ ٤ ١ ٨ ٩
٢٠٣٤	.....

$$١٠١٧ \times ٢ = ٢٠٣٤ \text{ المراجعة}$$

$$١٠١٧ = \sqrt{١٠٣٤٢٨٩} \therefore$$

المثال الثالث : لحساب الجذر التربيعي للعدد ٥٠,٢٦٨١ نقسم العدد الصحيح إلى أزواج من ناحية اليمين ، ويقسم الكسر العشري إلى أزواج من ناحية اليسرى ، أى أن التقسيم يبدأ من يمين ويسار العلامة العشرية ، \* تجرى عملية حساب الجذر التربيعي بنفس الخطوات السابقة .

	٧,٠٩
٧	٥٠,٣٦٨١
٧	٤٩
١٤٠٩	١٢٦٨١
٩	١٢٦٨١
١٤١٨	.....

$$٧,٠٩ \times ٧ = ١٤١٨ \text{ المراجعة}$$

$$٧,٠٩ = \sqrt{٥٠,٣٦٨١} \therefore$$

٣ - طريقة نيوتن

تعتمد هذه الطريقة على التخمين والتقريب ، حيث يُضمن الجذر التريبي ثم يقسم العدد على جذره التخميني ويحسب متوسط الجذر التخميني الأول والجذر التقريبي الثاني . وهكذا تستمر العملية حتى نصل إلى معرفة الجذر التريبي لأي أرقام عشرية تتطلبها في الناتج ، والخطوات التالية توضح هذه الفكرة في حسابنا للجذر التريبي للعدد ١٠ .

لنفرض أن الجذر التريبي للعدد ١٠ هو ١

$$٥,٥ = ١١ \times \frac{1}{2} = \left( \frac{1}{1} + ١ \right) \div 2 = \text{التقدير التقريبي الأول}$$

$$٣,٧ = (١,٨ + ٥,٥) \div 2 = \left( \frac{1}{2,8} + ٥,٥ \right) \div 2 = \text{التقدير التقريبي الثاني}$$

$$٣,٢ = (٢,٧ + ٣,٧) \div 2 = \left( \frac{1}{3,7} + ٣,٧ \right) \div 2 = \text{التقدير التقريبي الثالث}$$

$$(٣,١٢٥ + ٣,٢) \div 2 = \left( \frac{1}{3,7} + ٣,٢ \right) \div 2 = \text{التقدير التقريبي الرابع}$$

$$٣,١٦٣$$



$$\frac{(3,161000 + 3,162)}{2} = \left( \frac{1}{2,163} + 3,163 \right) \div = \text{التقدير التقريبي الخامس}$$

$$3,1622770 =$$

$$\left( \frac{1}{3,1622770} + 3,1622770 \right) \div = \text{التقدير التقريبي السادس}$$

$$3,1622777 = (3,1622778 + 3,1622770) \div =$$

أى أن  $\sqrt{10} = 3,1622777$  مقرباً لسبعة أرقام عشرية .

هذا وكلما كان التخمين الأول قريباً من الجذر التربيعي أصبح من الميسر حساب هذا الجذر بسرعة ودقة وقد أثبتنا أن نفرض أن الجذر التربيعي للعدد ١٠ هو واحد صحيح لنوضح للقارىء تطور عملية التقريب في خطواتها المتتالية. وكان من الممكن أن نفرض أن ذلك الجذر يساوى ٣ فنختصر أغلب الخطوات السابقة .

ومن أهم مميزات هذه الطريقة أنها تكاد لا تتأثر بالأخطاء التي قد تحدث خلال حساب الجذر التربيعي . فأي خطأ عددي في أية خطوة وسطى لا يهدو أن يعطينا تقريباً جديداً لذلك الجذر التربيعي .

## مربعات الأعداد المتتالية

تعتمد بعض المقاييس الإحصائية وخاصة مقاييس التشتت على حساب مربعات الأعداد أو مربعات الدرجات المتتالية . وبحسب مربع العدد ويضرب العدد في نفسه ، فربع ٢ هو ٤ ومربع ٥ هو ٢٥ ومربع ٧ هو ٤٩ .

ويستطيع القارىء أن يلاحظ أنه عندما تكون الأعداد التي نحسب مربعاتها متدرجة كما هو الحال في المقاييس الإحصائية ، فإن طريقة استخراج مربعات هذه الأعداد تتحول إلى عمليات جمع هادئة ولنوضح هذه الفكرة بالمثل التالي .



## تمارين على الفصل الأول

- ١ - ناقش مدى صحة الإحصاء بأهم معالم الطريقة العلمية.
- ٢ - بين الخطوات الرئيسية للبحث العلمي ، وأهمية الإحصاء في كل خطوة من تلك الخطوات .

٣ - قرب الأعداد التالية لرقم عشري واحد .

$$٨,٨٥٠٣ \pm ٥٩٢,٦٥ \pm ٥٤,٨٩٠٨ \pm ٠,٤٧٠٠ \pm ٢٤٠,٠٦٣ \pm ٠,٨٠٩٤$$

٤ - أحسب الجذر التربيعي للأعداد التالية :

٦٥٥٣٦	— ٥	١٤٤٤	— ١
٢٦٢١٤٤	— ٦	٢٢٤٩	— ٢
٢٣٩١٢١	— ٧	٥٧٧٦	— ٣
٥٣١٤٤١	— ٨	١١٤٤٩	— ٤

٥ - إذا علمت أن  $٢٠ = ٤٠٠$

فاحسب مربعات الأعداد التالية :

$$٢٩ \pm ٢٨ \pm ٢٧ \pm ٢٦ \pm ٢٥ \pm ٢٤ \pm ٢٣ \pm ٢٢ \pm ٢١$$

## مطالعات ومراجع

### ا - البحث العلمي

- 1 - Ackoff, R. K. The Design of Social Research, 1953, Chapters 1&2
- 2 - Fisher, R. A. The Design of Experiments, 1951, Chapter 2.
- 3 - Long, T. A. Conducting and Reporting Research in Education, 1936, Chapter 1.
- 4 - Reeder, W. G. How to write a Thesis, 1930, Chapter 2
- 5 - Russell, B. The Scientific Outlook, 1951

### ب - التقريب

- 6 - Dwyer, P. S. Linear Computation, 1951. Chapters 1&2,
- 7 - Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education, 1956. p. p. 29—32
- 8 - Holzinger, K. T. Statistical Methods for Students in Education, 1928, p. p. 65—74.

### ج - الجبر التريبي

- 9 - Russell, A. H. Rapid Calculations, p. p. 108—112.
10. Whittaker, E., & Robinson, G. The Calculus of Observations, 1946. p. 79

## الفصل الثاني

# التوزيع التكراري

### هدف التوزيع التكراري وأهميته

يهدف التوزيع التكراري إلى تبسيط العمليات الإحصائية، وذلك بتبويبها في صورة مناسبة لتفسير إجراءاتها بسرعة ودقة، ويهدف أيضاً إلى إعادة صياغة البيانات العددية صياغة علمية توضح أهم مميزات الرئيسية .

وتعتمد أغلب العمليات الإحصائية المختلفة على هذا التوزيع التكراري، فهو بهذا المعنى نقطة البدء في كل تلك العمليات .

### الخطوات العملية لحساب التوزيع التكراري البسيط

ترجع نسبة التوزيع التكراري إلى أنه يقوم في جوهره على حساب مرات تكرار الأعداد، فإذا أردنا أن نحسب مرات تكرار كل عدد من الأعداد التالية:

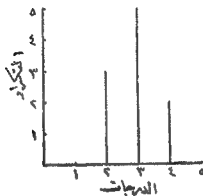
٣ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٤ ، ٤ ، ٣

فإننا نرى أن العدد ٢ تكرر ثلاث مرات، والعدد ٣ تكرر ٥ مرات ، والعدد ٤ تكرر ٢ مرة ، ويمكننا أن نلخص هذه الفكرة في الجدول التالي:

العدد	مرات تكراره
٢	٣
٣	٥
٤	٢
بمجموع التكرار = ١٠ = عدد الأفراد	

( جدول ٢ )  
التكرار البسيط

ويمكن أن نمثل مرات تكرار هذه الأعداد بالأعمدة الرأسية المرسومة في الشكل التالي ، حيث يدل العمود الأول من الناحية اليسرى على أن تكرار العدد ٢ يساوي ٣ مرات ، ويدل العمود الأوسط على أن تكرار العدد ٣ يساوي ٥ مرات ، ويدل العمود الأيمن على أن تكرار العدد ٤ يساوي ٢ مرات .



( شكل ٣ )  
الأعمدة التكرارية

ومن هذا نرى أن أكثر الأعداد تكراراً هي الثلاثة لأنها تكررت ٥ مرات. وأن أقلها تكراراً هي الأربعة لأنها تكررت ٢ مرة، وهكذا يمكن أن نبين بعض ميزات توزيع الأعداد السابقة في صورة مفهومة مختصرة واضحة.

فإذا فرضنا مثلاً أن الأعداد السابقة تمثل درجات عشرة طلبة في امتحان الحساب فإننا نرى أن مجموع التكرار يساوى عدد الأفراد.

وإذا أردنا أن نعلم مجموع الدرجات فإننا نقوم بإجراء عملية الجمع العادية فنحصل على

$$29 = 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 4 + 4 + 2$$

وبما أننا نعلم عدد مرات تكرار كل عدد من هذه الأعداد فإننا نستطيع أن نختصر عملية الجمع السابقة ونستعين على ذلك بعملية الضرب فنحصل على

$$29 = 8 + 10 + 6 = (2 \times 4) + (5 \times 2) + (3 \times 2)$$

وهكذا نرى أننا ضربنا كل عدد في مرات تكراره ليسهل علينا إجراء عملية الجمع السابقة بسرعة ودقة ويمكن أن نلخص هذه الفكرة في الجدول التالي.

الدرجة	التكرار	الدرجة $\times$ التكرار
٢	٣	٦
٣	٥	١٥
٤	٢	٨
المجموع	١٠	٢٩

(جدول ٣).

قيمة التكرار في حساب مجموع الدرجات

## العلامات التكرارية

تعتمد الطريقة السابقة على قوة ملاحظة الفرد للأعداد حينما يتكرر ، وقدرته على عدّ مرات التكرار ، وعندما تكثر الأعداد ، فإن الفرد يجد صعوبة ومشقة في إجراء العملية السابقة .

وخير طريقة لتجنب هذه المشكلة هي طريقة العلامات التكرارية ، حيث تعتمد على كتابة خط مائل أمام العدد في كل مرة يتكرر فيها ، وعندما يبلغ عدد هذه الخطوط خمسة فإننا نكتب الخط الخامس في عكس ميل الخطوط الأربعة الأولى بحيث يتقاطع معها جميعاً ويحولها بذلك إلى حزمة خماسية من الخطوط المائلة ليسهل بعد ذلك رصدها حتى لا تختلط الخطوط المائلة على الفرد أثناء عدّها .

وبذلك نرمز لتكرار الدرجة مرة واحدة هكذا ( / ) ونرمز للمرتين هكذا ( // ) ونرمز للمرات الثلاث هكذا ( /// ) ونستمر في هذه الطريقة حتى نصل إلى الرمز التالي لنوضح المرات الخمس ( / / / / / ) .  
والجدول التالي يوضح هذه الفكرة :

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
٢	///	٣
٣	/ / /	٥
٤	//	٢٠
المجموع	١٠	١٠

( جدول ٤ )  
العلامات التكرارية



هذا وتبدو أهمية هذه العلامات التكرارية في المثال التالي الذي يدل على درجات ٥٠ طالباً في امتحان علم ما كالتاريج مثلاً :

٥	٦	٦	٢	٦	٧	٦	٥	٥	٦
٩	٥	٨	٦	٦	٥	٦	٢	٦	٥
٤	٥	٧	٧	٧	٩	٥	٦	٦	٦
٥	٢	٦	٧	٧	٦	٨	٤	٧	٦
٥	٧	٨	٥	٧	٦	٦	٧	٧	٧

( جدول ٥ )

الدرجات الخام

والخطوات التالية لحساب العلامات التكرارية تتلخص في قراءة هذه الدرجات للبحث عن أصغر درجة موجودة وهي في مثالنا هذا ٢ ؛ وأكبر درجة موجودة ٩ ، ثم تكتب الأعداد من ٢ إلى ٩ مرتبة ترتيباً تصاعدياً من الصغرى إلى الكبرى ونحسب العلامات التكرارية لكل درجة من درجات هذا الامتحان ونجمع العلامات التكرارية لكل درجة ثم يكتب مجموعها أمامها ليثقل مرات تكرارها .

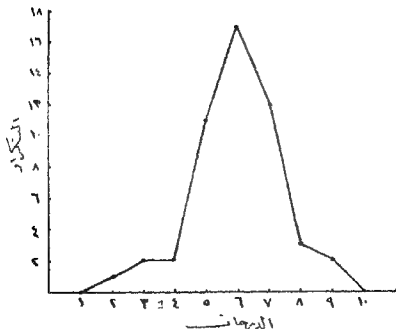
والجدول التالي يوضح طريقة حساب التكرار بالعلامات التكرارية .

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
٢		١
٣		٢
٤		٣
٥	IIII	١١
٦	IIII	١٧
٧	IIII	١٢
٨		٣
٩		٢
المجموع	٥٠	٥٠

( جدول ٦ )

التوزيع التكراري للدرجات الخام

ويمكن أن تمثل هذا التوزيع التكراري في الشكل رقم ٣ بحيث يدل المحور الأفقي على الدرجات ويدل المحور الرأسي على مرات التكرار ، ثم نحدد على الرسم التكرار المقابل لكل درجة ، وتسكتب نقطة صغيرة لتوزيع لتوضيح هذا التحديد . ثم نصل هذه النقاط بخطوط ونمتد بها في كلا طرفي التوزيع حيث تبلغ درجة الطرف الأول ١ وتكرارها صفراً ، وتبلغ درجة الطرف الأخير ١٠ وتكرارها صفراً ، نحصل بذلك على المصطلح التكراري المقيقل .



( شكل ٢ )

المضلع التكرارى

### الفئات التكرارية

عندما يزداد الفرق بين أكبر درجة وأصغر درجة فإن الجدول التكرارى يصبح من الصعوبة بحيث يشق على الفرد تسجيله فى صورة واضحة مقبولة كأن تكون أكبر درجة مثلاً ١٠٠، وأصغر درجة ٢، ولهذا تجمع هذه الدرجات فى فئات تحتربها جميعاً وترصد لها فى صورة موجزة بسيطة .

والجدول التالي يوضح عملية تجميع تكرار المئات السابق في فئات . وبين  
 بدء كل فئة ونهايتها ،

فئات الدرجات	التكرار
من ٢ إلى ٣	٣
من ٤ إلى ٥	١٣
من ٦ إلى ٧	٢٩
من ٨ إلى ٩	٥
المجموع	٥٠

( جدول ٧ )

التنظيم البسيط لفئات الدرجات

وهكذا نرى أن كل فئة من الفئات السابقة تحتوي على درجتين ، وقد نستطيع  
 أن نمتد بحدود الفئة حتى تحتوي على ثلاث درجات مثل من ٢ إلى ٤ ومن ٤ إلى  
 ٧ ، وقد نستطيع أيضاً أن نمتد بها حتى تحتوي على أربع درجات مثل من ٢ إلى  
 ٩ . ومن ٦ إلى ٩ .

والأمثلة التالية تعطينك فكرة عن تأثير حدود الفئة ومداهما في التكرار .

ويوضح المثالان الأول درجات ٥ طالباً في اختبارهما . وقد قسمت هذه  
 الدرجات إلى فئات بحيث يساوي مدى كل فئة ٥ درجات .

التكرار	فئات الدرجات
١	٣٤ - ٣٠
١	٣٩ - ٣٥
١	٤٤ - ٤٠
٢	٤٩ - ٤٥
٢	٥٤ - ٥٠
٤	٥٩ - ٥٥
٨	٦٤ - ٦٠
٢	٦٩ - ٦٥
٤	٧٤ - ٧٠
١٠	٧٩ - ٧٥
٧	٨٤ - ٨٠
٤	٨٩ - ٨٥
٣	٩٤ - ٩٠
١	٩٩ - ٩٥
٥٠	المجموع

( جدول ٨ )

التنظيم المختصر لفئات الدرجات

هذا وقد كتبت حدود الفئة الأولى بالصورة التالية (٣٠ - ٣٤) لتعنى  
على الدرجات ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤ ولم تكتب بالصورة التالية (من ٣٠  
إلى ٣٤) لتصادف في الجهد وتوخياً للبطء والإيجاز. وهكذا بالنسبة لبقية  
الفئات الأخرى .

والمثال التالي يوضح تقييم درجات المثال السابق إلى فئات جديدة بحيث  
يساوى مدى كل فئة ١٠ درجات .

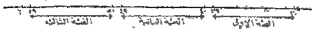
التكرار	فئات الدرجات
٢	٣٩ - ٣٠
٣	٤٩ - ٤٠
٦	٥٩ - ٥٠
١٠	٦٩ - ٦٠
١٤	٧٩ - ٧٠
١١	٨٩ - ٨٠
٤	٩٩ - ٩٠
٥٠	المجموع

( جدول ٩ )

فئات الدرجات

### الحدود الحقيقية للفئة

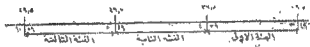
ويمكن أن نعمل تسلسل الفئات الثلاث الأولى في المثال السابق بالشكل  
التالى :



( شكل ٤ )

حدود الفئات

ومن هذا ترى أن المسافات البينية التي تقع بالترتيب بين نهاية الفئة الأولى ٣٩ ، وبدء الفئة الثانية ٤٠ وبين نهاية الفئة الثانية ٤٩ وبدء الفئة الثالثة ٥٠ ، تحول دون الاستمرار الصحيح لتسلسل الفئات وتبدو هذه الصعوبة بوضوح حينما نحاول أن نبين التوزيع التكرارى السابق بالرسم ، وحينما نحسب الدرجات على كسور عشرية . ولنتغلب على هذه الصعوبة نحاول أن نجعل نهاية الفئة الأولى هي بدء الفئة الثانية وذلك بتعريف المسافة التي تقع بين نهاية فئة ما وبدء الفئة التي تليها . وهكذا يصبح الحد الأعلى للفئة الأولى ٣٩,٥ بدلا من ٣٩ والحد الأدنى للفئة الثانية ٣٩,٥ بدلا من ٤٠ والحد الأعلى للفئة الثانية ٤٩ والحد الأدنى للفئة الثالثة ٤٩,٥ بدلا من ٥٠ ؛ وهكذا بالنسبة لبقية الفئات ، والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



( شكل ٥ )

الحدود الحقيقية للفئات

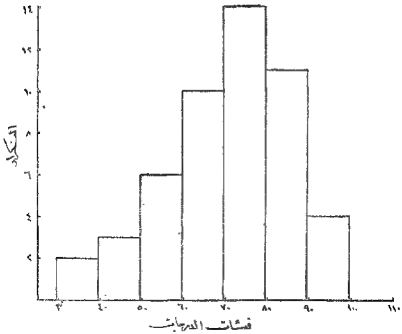
والجدول التالي يبين فئات الدرجات وحدودها الحقيقية وتكرارها .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية للفئات	التكرار
٣٠ - ٣٩	٢٩,٥ - ٣٩,٥	٢
٤٠ - ٤٩	٣٩,٥ - ٤٩,٥	٣
٥٠ - ٥٩	٤٩,٥ - ٥٩,٥	٦
٦٠ - ٦٩	٥٩,٥ - ٦٩,٥	١٠
٧٠ - ٧٩	٦٩,٥ - ٧٩,٥	١٤
٨٠ - ٨٩	٧٩,٥ - ٨٩,٥	١١
٩٠ - ٩٩	٨٩,٥ - ٩٩,٥	٤
المجموع		٥٠

( جدول ١٠ )  
الحدود الحقيقية لفئات

ويمكن أن تمثل هذا التوزيع التكرارى فى الشكل التالى بحيث يدل المحور الأفقى على فئات الدرجات التى تمتد إلى حدودها الحقيقية ، فالفئة الأولى مثلا تمتد من ٢٩,٥ إلى ٣٩,٥ كما هو مبين بالرسم . ويدل المحور الرأسى على التكرار . ويسمى الشكل الناتج من رسم مثل هذا التوزيع بالمدرج التكرارى .





(شكل ٦)  
المتكرار التكراري

### عدد الفئات ومداها

يهدف تقسيم التوزيع التكراري إلى فئات إلى تلخيص وتهيئة البيانات الرقمية في صورة موجزة مناسبة توضح أهم مميزات هذا التوزيع . وعندما يقل عدد هذه الفئات عن القدر المناسب له فإنه يحجب بعض خواص التوزيع وخاصة الاختلافات الشديدة القائمة بين تكرار فئة ما والفئة التي تليها ، أو بمعنى آخر يقلل من أثر الفروق المتغيرة بين الفئات وينحى إلى حد ما شدة تذبذبها

في علوها وانخفاضها ، وفي زيادتها ونقصانها . وعندما يزداد عدد هذه الفئات عن القدر المناسب له فإنه يؤكد هذه التذبذبات وقد يعوق هذا الأمر تنسيق التوزيع بحيث يدل على الصفات الرئيسية للتوزيع أكثر مما يدل على الصفات الفرعية لكل فئتين متتاليتين .

وتبدو هذه الفكرة بوضوح عند ما نقارن التوزيع التكراري المبين في الجدول رقم ٨ بالتوزيع التكراري الآخر لنفس الدرجات المبينة في الجدول رقم ٩ فتكرار الدرجات في الجدول الثامن يتسلسل بالصورة التالية .

١ ، ١ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ،  
٢ ، ٤ ، ١٠ ، ٧ ، ٤ ، ٣ ، ١

أي أنه يبدأ دائماً متساوياً ثم يضطرد في الزيادة حتى يصل إلى ٨ ثم ينقص إلى ٢ ويعود إلى اضطراب زيادته حتى يصل إلى ١٠ . ثم ينقص بالتدرج حتى يصل إلى ١ . أي أن هذا الاضطراب في الزيادة أو النقصان يعتبره تذبذب يعوق تسلسله ويبدو بوضوح فيما بين ٨ ، ١٠ ويرجع هذا كله إلى كثرة عدد الفئات التي تصل في هذا الجدول إلى ١٤ فئة .

وتكرار نفس الدرجات في الجدول التاسع يتسلسل بالصورة التالية .

٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٩ ، ٤

أي أن اضطراب الزيادة يستمر حتى يصل إلى القمة ، وذلك عند ما يبلغ التكرار ١٤ ، ثم ينقص بالتدرج حتى يصل إلى ٤ دون ذبذبة واضحة تعوق تسلسل هذا التنظيم ، ويرجع هذا كله إلى قلة عدد الفئات التي تصل في هذا الجدول إلى سبع فئات .

ويجب ألا يتقص عدد الفئات عن ١٠ وألا يزيد على ٢٠ حتى يصير معقولاً ومناسباً ، اللهم إلا في حالات خاصة قد تضطر الباحث إلى تجاوز هذه الحدود ، وقد تجاوزنا فعلاً هذه الحدود في الجدول رقم ١٠ لنوضح تأثير تناقص عدد الفئات على اختفاء التذبذبات التكرارية .

وترتبط عدد الفئات ارتباطاً مباشراً بمدى كل فئة وحدودها ، فعندما يزداد عدد الفئات في أي توزيع تكراري فإن مدى الفئة يقل تبعاً لذلك ؛ وعند ما يقل عدد الفئات لنفس التوزيع التكراري السابق فإن مدى الفئة يزداد تبعاً لذلك وعند ما نقارن التوزيع للدرجات في الجدول الثامن بالتوزيع التكراري لنفس الدرجات في الجدول التاسع فإننا نلاحظ أنه في الحالة الأولى يبلغ عدد الفئات ١٤ ومدى كل فئة ٥ وفي الحالة الثانية يبلغ عدد الفئات ٧ ومدى كل فئة ١٠

والمدى المناسب للفئات لا يخرج عن القيم التالية :

$$٢٠٠١٠٠٥٠٣٠٢$$

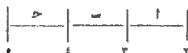
ويعتمد اختيار أية قيمة من هذه القيم على عدد الفئات التي يراد للتوزيع أن ينقسم إليها ؛ وعلى فئة أو كثرة أعداد أو درجات التوزيع ؛ وعلى هدف التوزيع والبيانات التي يراد توضيحها أو تأكيدها .

وطريقة حساب مدى كل فئة وعدد الفئات تتلخص في الخطوات التالية التي انتهت فعلاً في حساب مدى فئات الجدول الثامن والتاسع وعدد كل منها .

١ - بحسب المدى الكلي لجميع درجات التوزيع وذلك بطرح أصغر درجة من أكبر درجة ثم إضافة الواحد الصحيح إلى ناتج عملية الطرح ، أي أن

$$\begin{aligned} \text{المدى الكلى للتوزيع} &= (\text{أكبر درجة} - \text{أصغر درجة}) + 1 \\ &= (99 - 30) + 1 \\ &= 70 \end{aligned}$$

والسبب الذى من أجله أضيف الواحد الصحيح لنتائج عملية الطرح يبدو فى الشكل التالى .



( شكل ٧ )

طريقة حساب مدى الفئة

فعدد الدرجات فى هذا الشكل هو ٤ درجات ، وهى ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ فإذا طرحنا أصغر عدد وهو ٢ من أكبر عدد وهو ٥ فإن الناتج لا يدل على عدد الدرجات وإنما يدل على عدد الأقسام التى تقع بين الدرجات وهى ا ، ب ، ج أى ٣ أقسام . وهذا العدد ينقص عن عدد الدرجات بواحد صحيح ، ولهذا أضيف الواحد الصحيح لنتائج عملية الطرح ليدل ذلك على المدى الكلى القائم بين أكبر درجة وأصغر درجة .

ب - يستخرج عدد الفئات بقسمة المدى الكلى على المدى المناسب لكل فئة ، فإذا اخترنا مدى الفئة مساوياً ٢ فإن عدد الفئات يساوى  $70 \div 2 = 35$  وهو عدد كبير لا يفضل . وإذا اخترنا مدى الفئة ٣ فإن عدد الفئات يساوى  $70 \div 3 = 23\frac{1}{3}$  وعندما يحتوى ناتج عملية القسمة على كسر مامهما كانت قيمته فإننا نجعل عدد الفئات مساوياً للعدد الصحيح الذى يتلو هذا الناتج وهو فى هذه الحالة ٢٤ وهو أيضاً كبير . وإذا اخترنا مدى الفئة مساوياً ٥ فإن عدد الفئات يساوى  $70 \div 5 = 14$

وهو العدد الذى اتخذناه أساساً لتوزيع الدرجات في الفئات التي ظهرت في الجدول الثامن . وإذا اخترنا مدى الفئة مساوياً ١٠ فإن عدد الفئات يساوى  $\frac{7}{10} = ٠.٧$  وهو العدد الذى اتخذناه أساساً لتوزيع الدرجات في الفئات التي ظهرت في الجدول التاسع . وعلى الرغم من تجاوز هذا العدد للنطاق الذى أشرنا إليه فإننا حسبنا فئات الجدول التاسع لنبيئ الفكرة التي أشرنا إليها من قبل . أما اختيارنا للاحتيال الأخير وهو ٢٠ كمدى للفئة فغير صالح لأنه يتجاوز النطاق المناسب لعدد الفئات .

### منتصف الفئة

عندما نجمع الدرجات في فئات ونسجل أمام كل فئة تكرارها فإننا بهذه الطريقة نحجب تكرار كل درجة مؤكدين بذلك تكرار الفئة ومتجاوزين عن الدقة التي كانت موجودة في حسابنا لتكرار كل درجة، فإذا كانت الفئة الأولى مثلاً تمتد من ١١ إلى ١٣ وكان تكرار الدرجة ١١ هو ١ وتكرار الدرجة ١٢ هو صفر وتكرار الدرجة ١٣ هو صفر كما هو مبين بالجدول التالي :

الدرجة	التكرار
١١	١
١٢	٠
١٣	٠

( جدول ١١ )

اختلاف التكرار في نطاق الفئة

ثم جمعنا هذه الدرجات في فئة واحدة وسجلنا أمامها تكرارها كما هو مبين بالجدول التالي :

التكرار	الفئة
١	١١ - ١٣

( جدول ١٢ )

تجميع تكرار الفئة

فإننا لا نستطيع بعد ذلك إجراء أكثر العمليات التي تتطلب مثلاً ضرب الدرجة في التكرار لحساب المتوسط كما يفنا ذلك في الجدول رقم ٣ . ويصعب علينا أحياناً تمثيل التوزيع التكراري السابق ببعض الرسوم البيانية كالمضلع التكراري

ولهذا نحسب منتصف الفئة ونأخذ من هذا المنتصف مانحاً للفئة يمثلها ويعبر عنها ليسهل علينا بعد ذلك إجراء العمليات الحسابية المختلفة ولنستطيع توضيح التوزيع بمضلع تكراري يدل عليه .

وتتلخص الطريقة التي نستخدم في معرفة منتصف الفئة في حساب متوسط طرفي الفئة أو حديها الحقيقيين ، والنتيجة واحدة في كلتا الطريقتين ، كما يدل على ذلك التحليل التالي :

$$\text{طريقة طرفي الفئة} \quad 12 = \frac{11 + 13}{2}$$

$$\text{طريقة حدي الفئة الحقيقيين} \quad 12 = \frac{10.5 + 13.5}{2}$$

وهكذا بالنسبة لفئات الأخرى التي يشتمل عليها التوزيع . ويمكن أن نوضح موقع منتصف الفئة من طرفيها أو من حديها الحقيقيين في الشكل التالي :



( شكل ٨ )

منتصف الفئة من طرفيها وحدها

والجدول التالي يدل على فئات الدرجات ومنتصف كل فئة وتكرارها :

التكرار	منتصف الفئة	الفئة
١	١٢	١١ - ١٣
٣	١٥	١٤ - ١٦
٢	١٨	١٧ - ١٩
٥	٢١	٢٠ - ٢٢
٥	٢٤	٢٣ - ٢٥
٤	٢٧	٢٦ - ٢٨
٧	٣٠	٢٩ - ٣١
٥	٣٣	٣٢ - ٣٤
٦	٣٦	٣٥ - ٣٧
٢	٣٩	٣٨ - ٤٠
١	٤٢	٤١ - ٤٢
٥	٤٣	٤٤ - ٤٦
١	٤٨	٤٧ - ٤٩
٤٢		المجموع

( جدول ١٣ )

منتصف الثنائيات

وهكذا نرى أن منتصف الفئة الثانية يساوى  $\frac{16+14}{2} = \frac{30}{2} = 15$

ومنتصف الفئة الثالثة هو  $\frac{19+17}{2} = \frac{36}{2} = 18$  ، وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى .

وإذا تأملنا تسلسل منتصفات فئات الجدول السابق فإننا نرى أنها تزايد بنسبة ثابتة ، فالفرق بين منتصف الفئة الثانية والأولى هو  $15 - 12 = 3$  والفرق بين منتصف الفئة الثالثة والثانية هو  $18 - 15 = 3$  وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . وهذه القيمة التي تزايد بها منتصفات الفئات تساوى مدى كل فئة أى  $(13 - 11) + 1 = 3$  ،  $(16 - 14) + 1 = 3$  وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى . وبذلك نستطيع أن نحسب منتصفات الفئات بسرعة ودقة إذا عرفنا منتصف الفئة الأولى ومدى الفئة . ومنتصف الفئة الأولى في هذه الحالة هو 12 ومدى الفئة يساوى 3 . إذن فمنتصف الفئة الثانية هو  $12 + 3 = 15$  وهكذا تستمر هذه العملية حتى نصل إلى الفئة الأخيرة في جدول التوزيع التكرارى .

## تهذيب التوزيع التكرارى

يدل التوزيع التكرارى المبين بالجدول رقم ١٣ على أن مجموع التكرار يساوى ٤٢ أى أن عدد درجات هذا التوزيع يساوى ٤٢ . فإذا كان كل عدد من هذه الأعداد يدل على درجة أى فرد ما فى اختيار ما ، فإن مجموع عدد الأفراد يساوى ٤٢ . وعندما يزداد عدد الأفراد فإن تكرار الفئات يميل إلى الاستواء ويقرب فى تسلسله من الانتظام ويسهل علينا أن نمثله بمنحنى تكرارى .



هذا وفي مقدورنا أن نهذب هذا التوزيع حتى يقترب في شكله النهائي من شكل التوزيع الذي يقوم على عدد كبير من الأفراد .

ونقوم فكرة تهذيب التوزيع على تسوية تكرار الفئات بحيث يتأثر كل تكرار بالتكرار الذي يسبقه والذي يليه، وتتلخص طريقة تهذيب التكرار في حساب متوسط تكرار الفئة والفئة التي تسبقها، وحساب متوسط تكرار نفس الفئة والتي تليها، ثم حساب المتوسط المتوسطين . وتدل النتيجة النهائية لهذه العملية على التكرار المذهب للفئة .

فمثلا نتلخص خطوات حساب التكرار المذهب للفئة الثانية في التوزيع التكرارى لجدول ١٣ السابق فيما يلي :

$$١ - \text{متوسط تكرار الفئة الأولى والثانية} = \frac{٢+١}{٢} = ١,٥$$

$$ب - \text{متوسط تكرار للفئة الثانية والثالثة} = \frac{٢+٣}{٢} = ٢,٥$$

$$ج - \text{متوسط المتوسطين} = \frac{٢,٥+٢}{٢} = ٢,٢٥$$

هذا ويمكن إجراء جميع هذه الخطوات في خطوة واحدة بالصورة التالية :

$$\text{المتوسط المذهب للفئة الثانية} = \frac{٢+٣+٢+١}{٤} = \frac{٩}{٤} = ٢,٢٥$$

وقد نجد صعوبة في تهذيب تكرار الفئة الأولى لأنها تمثل نقطة البدء التي لا يسبقها تكرار آخر، ولهذا نفرض أن هناك فئة أخرى تسبقها وتمتد أطرفها من ٨ إلى ١٠ وتكرارها صفر وهكذا بحسب التكرار المذهب للفئة الأولى بالطريقة التالية :

$$1,25 = \frac{0}{4} = \frac{3+1+1+0}{4} = \text{التكرار المذهب للفئة الأولى}$$

ويحسب التكرار المذهب لتكرار الفئة التي تسبق الأولى بالطريقة التالية :

$$0,25 = \frac{1+0+0+0}{4} = \text{التكرار المذهب للفئة التي قبل الأولى}$$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب التكرار المذهب للفئة الأخيرة وذلك بافتراض وجود فئة أخرى تليها ، وتمتد أطرافها من ٥٠ إلى ٥٢ وتكرارها صفر . وهكذا يحسب التكرار المذهب للفئة الأخيرة بالطريقة التالية :

$$0,5 = \frac{0+1+1+0}{4} = \text{التكرار المذهب للفئة الأخيرة}$$

والتكرار المذهب للفئة التي تلي الأخيرة يحسب بالطريقة التالية :

$$0,25 = \frac{0+0+0+1}{4} = \text{التكرار المذهب للفئة التي بعد الأخيرة}$$

والجدول التالي يوضح التكرار المذهب للتوزيع التكراري لفئات درجات  
الجدول رقم ١٣ :

الفترة	التكرار	التكرار المذهب
٧-٥	٠	٠٠٠
١٠-٨	٠	٠,٢٥
١٢-١١	١	١,٢٥
١٦-١٤	٣	٢,٢٥
١٩-١٧	٢	٣,٠٠
٢٢-٢٠	٥	٤,٢٥
٢٥-٢٣	٥	٤,٧٥
٢٧-٢٦	٤	٥,٠٠
٣١-٢٩	٧	٥,٧٥
٣٤-٣٢	٥	٥,٧٥
٣٧-٣٥	٦	٤,٧٥
٤٠-٣٨	٢	٢,٧٥
٤٣-٤١	١	١,٠٠
٤٦-٤٤	٠	٠,٥٠
٤٩-٤٧	١	٠,٥٠
٥٢-٥٠	٠	٠,٢٥
٥٥-٥٣	٠	٠,٠٠
المجموع	٤٢	٤٢

( جدول ١٤ )

التكرار المذهب

وبما أن مجموع التكرار الأصلي يساوى مجموع التكرار المذهب ، إذن  
العمليات الحسابية التي أجريت لحساب هذا التكرار المذهب صحيحة .

وهكذا نستعين بمتساوى المجموع في الحالتين كوسيلة من وسائل مراجعة صحة العمليات الحسابية .

ونستطيع أن نستمر في تهذيب التكرار مرة أخرى ، فهذب التكرار المذهب ثانية ، كما هذبنا التكرار الأصلي ، لكن المغالاة في هذا التهذيب تبعثنا إلى حد ما عن الصورة الأصلية للتكرار ولهذا قد نقهر أحياناً على التهذيب الأول وقد نميل أحياناً إلى التهذيب الثاني .

### التوزيع التكرارى المتجمع للدرجات الخام

ويهدف التكرار المتجمع إلى معرفة عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن درجة ما معينة أو تزيد عليها . فإذا أردنا مثلاً أن نعرف مجموع الأفراد الذين حصلوا في امتحان ما على درجات تقل عن ٥ أو مجموع الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ فإننا نستعين في كلتا الحالتين بالتكرار المتجمع .

فإذا فرضنا مثلاً أن الجدول التالى يدل على تكرار درجات ١٠ افراد في اختبار ما كاختبار الحساب .

الدرجة	التكرار
٣	١
٤	٢
٥	٤
٦	٢
٧	١
المجموع	١٠

( جدول ١٥ )  
تكرار الأرقام الخام

فإننا نلاحظ أن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٤ م ١  
وعدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٥ م ٢ + ١ = ٣ وعدد  
الأفراد الذين حصلوا على درجات تقل عن ٦ م ٤ + ٢ + ١ = ٧ وهكذا  
بالنسبة لبقية المستويات .

ويمكن أن نوضح هذه الفكرة في التوزيع التكرارى المتجمع النالى :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدى
٣	١	١
٤	٢	٣
٥	٤	٧
٦	٢	٩
٧	١	١٠
المجموع	١٠	

( جدول ١٦ )

التكرار المتجمع التصاعدى للدرجات الخام

وتتلخص الخطوات التى اتبعت فى حساب هذا التكرار المتجمع بما يلى بـ

١ - يكتب تكرار الدرجة الأولى وهو ١ أمامها .

ب - يجمع هذا التكرار على تكرار الدرجة الثانية وهو ٢ ويصبح  
النتائج  $٢ + ١ = ٣$  ويكتب هذا المجموع أمام الدرجة الثانية .

ج - يجمع هذا الناتج وهو ٣ على تكرار الدرجة الثالثة وهو ٤  
ويصبح الناتج  $٤ + ٣ = ٧$  ويكتب هذا المجموع أمام الدرجة الثالثة

وهكذا تستمر عمليات الجمع حتى نصل إلى نهاية الدورات .  
وتتناقص المراجعة الحسابية لهذه العمليات في مقارنة مجموع التكرار  
الأصلي بالتكرار المتجمع الأخير الذي كتب أمام الدرجة الأخيرة ، فإذا  
تساوى المجموعان دل ذلك على أن العمليات الحسابية صحيحة .

وإذا أردنا أن نعلم عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد عن  
درجة ما فإننا نحسب للتوزيع التكرارى المتجمع من أسفل إلى أعلى .  
ويمكن أن نوضح هذه الفكرة في التوزيع التكرارى المتجمع التالى :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التنازلى
٣	١	١٠
٤	٢	٩
٥	٤	٧
٦	٢	٣
٧	١	١
المجموع	١٠	

( جدول ٧ )

التكرار المتجمع التنازلى للدرجات العاام

وهكذا نرى أن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٦ م ١  
هو عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٥ م ٣ ، وب نفس هذه  
الطريقة يمكن أن نستمر في تفسير نتائج الجدول السابق .

## التوزيع التكراري المتجمع لفئات الدرجات

### ١ - التكرار المتجمع التصاعدي

عندما نحسب التكرار المتجمع لفئات الدرجات ونهدف من حسابنا هذا لمعرفة عدد الذين حصلوا على درجات أقل من مستوى معين فإننا تتبع نفس الخطوات السابقة التي بيناها في الطريقة السابقة لحساب التكرار المتجمع للدرجات الخام مع اختلاف بسيط في تفسير النتائج ؛ والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

الفئة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي
١١-١٣	١	١
١٤-١٦	٣	٤
١٧-١٩	٣	٧
... ..	...	...

( جدول ١٨ )

التكرار المتجمع التصاعدي لفئات

وبكذا تستمر هذه العملية إلى أن يتم الجدول . وعندما نريد أن نعلم عدد كل الأفراد الذين لم يصلوا مثلا إلى مستوى الفئة الثالثة التي تبدأ بالدرجة ١٧ وتنتهي بالدرجة ١٩ فإننا نستعين بالتكرار المتجمع الذي يكشف لنا عن أن هذا المجموع يساوي ٤ أفراد . لكن أطراف الفئة ١٧ - ١٩ تبدأ بـ ١٧ أي أن عدد الأفراد الذين لم يحصلوا على درجات تقل عن ١٧ درجة يساوي ٤ أفراد .

هذا الحد الأدنى الحقيقي لهذه الفئة هو ٦,٥ وليس ١٧. وهذا الحد الأدنى لفئة الثالثة هو نفسه الحد الأعلى للفئة الثانية التي تمتد من ١٣,٥ إلى ١٦,٥. إذن فالتكرار المتجمع المقابل للفئة ١٣,٥ - ١٦,٥ وهو ٤ يدل على أن عدد الأفراد الذين لم يصلوا إلى مستوى ١٦,٥ م ٤ وهكذا يدل التكرار المتجمع لاية فئة على مجموع تكرار هذه الفئة وتكرار الفئات التي تسبقها.

والجدول التالي يدل على الفئات وحدودها الحقيقية العليا والتكرار الأصلي والتكرار المتجمع التصاعدي والتكرار المتجمع النسي والتكرار المتجمع المنوي

الشدة	الحد الأعلى لفئة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع النسي	التكرار المتجمع المنوي
١٣ - ١٤	١٣,٥	١	١	٠,٠٢	٢
١٤ - ١٥	١٦,٥	٣	٤	٠,١٠	١٠
١٥ - ١٦	١٩,٥	٢	٦	٠,١٤	١٤
١٦ - ١٧	٢٢,٥	٥	١١	٠,٢٦	٢٦
١٧ - ١٨	٢٥,٥	٥	١٦	٠,٢٨	٢٨
١٨ - ١٩	٢٨,٥	٤	٢٠	٠,٤٨	٤٨
١٩ - ٢٠	٣١,٥	٧	٢٧	٠,٦٤	٦٤
٢٠ - ٢١	٣٤,٥	٥	٣٢	٠,٧٦	٧٦
٢١ - ٢٢	٣٧,٥	٦	٣٨	٠,٩٠	٩٠
٢٢ - ٢٣	٤٠,٥	٢	٤٠	٠,٩٥	٩٥
٢٣ - ٢٤	٤٣,٥	١	٤١	٠,٩٨	٩٨
٢٤ - ٢٥	٤٦,٥	٥	٤٦	٠,٩٨	٩٨
٢٥ - ٢٦	٤٩,٥	١	٤٧	١,٠٠	١٠٠
المجموع		٤٢			

( جدول ١٨ )

التكرار للتجمع التصاعدي والحدود العليا للفئات

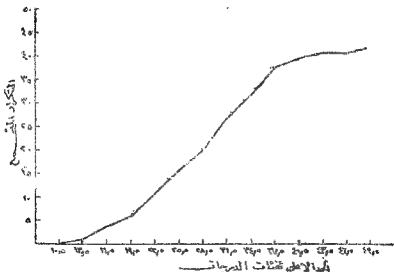


والتكرار المتجمع التصاعدي النسبي بين نسبة الذين لم يصلوا إلى مستوى محدد إلى العدد الكلي للأفراد. وبحسب بقسمة التكرار المتجمع لكل فئة على مجموع التكرار، وبذلك يصبح التكرار المتجمع النسبي للفئة الأولى مساوياً  $\frac{1}{4} = 0,25$ ؛ تقريباً والتكرار المتجمع النسبي للفئة الثانية يساوي  $\frac{1}{4} = 0,25$  تقريباً. وهكذا تستمر هذه العملية حتى ينتهي الجدول.

والتكرار المتجمع التصاعدي المثنوى يدل على النسبة المئوية للتكرار المتجمع لكل فئة وبحسب يضرب التكرار النسبي في 100 وبذلك يصبح التكرار المتجمع المثنوى للفئة الأولى  $\frac{1}{4} \times 100 = 25$  تقريباً، والتكرار المتجمع المثنوى للفئة الثانية يساوي  $\frac{1}{4} \times 100 = 25$  تقريباً، والتكرار المتجمع المثنوى للفئة الثالثة يساوي  $\frac{1}{4} \times 100 = 25$  تقريباً، وهكذا تستمر هذه العملية حتى ينتهي الجدول.

وهكذا نستدل من التكرار المتجمع التصاعدي المثنوى على أن نسبة 2 في المائة من الأفراد حصلوا على درجات تقل عن 13,5 وأن 10 في المائة حصلوا على درجات تقل عن 16,5 وأن 95 في المائة حصلوا على درجات تقل عن 40,5.

ويمكن أن نمثل مثل هذا التوزيع التكراري المتجمع التصاعدي في الشكل التالي بحيث يدل المحور الأفقي على الحدود العليا لفئات الدرجات ويدل المحور الرأسي على التكرار المتجمع. ويسمى الشكل الناتج من رسم هذا التوزيع بالمنح التكراري المتجمع التصاعدي. وجنباً لهذا المنح هذا التوزيع وتحويله إلى منح متصل فإنه يسمى بالمنح التكراري المتجمع.



(شكل ٦)  
المتجمع التكراري المتصاعدي

### ب - التكرار المتجمع التنازلي

عندما يزيد أن نحسب عدد الذين حصلوا على درجات أكبر من مستوى معين فإننا نلجأ أيضاً إلى التكرار المتجمع ولكننا نجمعه من أسفل الجدول ثم نرقى به إلى أن يصل إلى أعلاه ، ونستعين على تقدير المستوى الذي يحدد عدد الأفراد بالحد الحقيقي الأدنى للفترة .

والجدول التالي يندل على فئات درجات الجدول السابق والحد الأدنى لكل فئة والتكرار الأصلي ، والتكرار المتجمع التنازلي ، والتكرار المتجمع التنازلي النسبي ، والتكرار المتجمع التنازلي المثلوي .

الفترة	الحمد الأدنى للفتة	التكرار	التكرار المجمع التنازل	التكرار المجمع التنازل النسبي	التكرار المجمع التنازل لثري
١١-١٣	١٠,٥	١	٤٢	١,٠٠	١٠٠
١٤-١٦	١٣,٥	٣	٤١	٠,٩٨	٩٨
١٧-١٩	١٦,٥	٢	٣٨	٠,٩٠	٩٠
٢٠-٢٢	١٩,٥	٥	٣٦	٠,٨٦	٨٦
٢٣-٢٥	٢٢,٥	٥	٣١	٠,٧٤	٧٤
٢٦-٢٨	٢٥,٥	٤	٢٦	٠,٦٢	٦٢
٢٩-٣١	٢٨,٥	٧	٢٢	٠,٥٢	٥٢
٣٢-٣٤	٣١,٥	٥	١٥	٠,٣٦	٣٦
٣٥-٣٧	٣٤,٥	٦	١٠	٠,٢٤	٢٤
٣٨-٤٠	٣٧,٥	٢	٤	٠,١٠	١٠
٤١-٤٣	٤٠,٥	١	٢	٠,٠٥	٥
٤٤-٤٦	٤٣,٥	٠	١	٠,٠٢	٢
٤٧-٤٩	٤٦,٥	١	١	٠,٠٢	٢
المجموع		٤٢			

( جدول ٢٠ )

التكرار المجمع التنازلي والمحدود الدنيا لفئات

واستدل من هذا الجدول على أن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ١٠,٥ يساوي ٤٢ فرداً ونسبتهم إلى المجموع السكلي ١,٠٠ ونسبتهم المئوية ١٠٠ وأن عدد الأفراد الذين حصلوا على درجات تزيد على ١٣,٥ يساوي ٤١ فرداً ونسبتهم إلى المجموع السكلي ٠,٩٨ ونسبتهم المئوية ٩٨ وهكذا يستطرد بنا التحليل حتى نصل في النهاية إلى عدد الذين حصلوا على درجات تزيد على ٤٦,٥ يساوي فرداً واحداً ونسبته إلى المجموع السكلي ٠,٠٢ ونسبته المئوية ٢

## تمارين

١ - احسب التوزيع التكرارى البسيط للدرجات التالية :

١٦	٢٤	١٧	٢٠	٢٣	١٩	١٧	١٨	٢٢	١٧
٢١	١٨	٢٣	١٧	١٨	١٩	١٨	١٧	٢٠	١٨
١٨	١٩	٢٠	٢٦	١٧	٢٠	١٧	١٩	٢٥	١٦
٢٣	١٩	٢٠	١٨	١٨	١٨	١٩	٢٢	٢١	١٩
١٧	١٨	١٨	١٨	١٩	٢٤	٢٠	١٦	١٩	٢٠

٢ - احسب التوزيع التكرارى لفئات الدرجات التالية بحيث يصبح عدد هذه الفئات عشرة .

٢٣	٢٢	٢١	٢٢	٢٧	٤٠	٢٦	١٨	١٤	٢٦
٢٦	٢٩	٢٠	٢٦	٣٠	٢٦	٢٨	١٩	٢٣	٢٩
٣٢	٣٤	٢٥	٢٤	٣١	٢٠	٣١	٢٤	٣٩	٢٣
٢٤	٢٧	٢٣	٢٥	٢٧	٢١	٢٩	١٧	٤٣	٢٥
٢٣	٢٨	٢٤	٣٧	٢٥	٢٨	٣٣	٣٠	١٧	٢٨

٣ - احسب الحدود الحقيقية لفئات الدرجات السابقة ، وبين منتصف كل فئة .

٤ - هذب التوزيع التكرارى لفئات درجات القرن الثانى

٥ - احسب التوزيع التكرارى للمتجمع التصاعدى والتوزيع التكرارى للمتجمع التنازلى للدرجات الخام المبينة بالقرن الاول .

## الفصل الثالث

### مقاييس النزعة المركزية

#### مقدمة

بينا أن التوزيع التكرارى بأنواعه المختلفة يهدف إلى تبويب البيانات الرقمية في صورة مناسبة موجزة توضح أهم معالمها الرئيسية . لكن الدراسة الإحصائية لا تكفى بمثل هذا الإيجاز بل تمضى إلى ما هو أعمق من هذا الأمر ، وذلك حينما تحاول أن تلخص أهم صفات تلك البيانات الرقمية في عدد واحد يرمز لها ويدل عليها ، وقد يوضح هذا العدد نزعها للتجمع أو نزعها للتشتت .

وسنتناول في هذا الفصل المقاييس الإحصائية المختلفة التى تعتمد عليها في معرفتنا لتركز تلك البيانات وسنرجع دراسة التشتت للفصل المقبل .

وتلخص أهم مقاييس النزعة المركزية في المتوسط بأنواعه المختلفة : الحسانى والهندسى ، والتوافقى ، وفى الوسيط ، والمتوال .

وسيقصر تحليلنا الإحصائى في هذا الفصل على المتوسط الحسابى ، والوسيط والمتوال ، وذلك لأنها أكثر تلك المقاييس فائدة وشيوعاً .

#### ١- المتوسط الحسابى

المتوسط أكثر المقاييس الإحصائية انتشاراً وذووعاً بين الناس لسهولته وقاعدته التى تضمن عليه أهمية كبرى في حياتنا اليومية ، فكثيراً ما يتحدث

الناس من متوسطات الأسعار في الشهر أو العام ، ومتوسطات الأعمار واختلافها من جبل إلى جبل ومن بلد إلى آخر ، ومتوسطات الدخل الشهري والسنوي ، وغير ذلك من الأمور العملية التي تتصل من قريب بجيانتنا اليومية .

والناس في حسابهم لهذه المتوسطات وفي حديثهم عنها لا يستعملون إلا بالمتوسط الحسابي رغم أن هناك متوسطين آخرين كما سبق أن أشرنا إلى ذلك .

هذا وتختلف طرق حساب المتوسط الحسابي تبعاً لمدى ترويب البيانات العددية التي تبدأ بها عمليات حساب المقاييس الإحصائية المختلفة .

وسنحاول في تحليلنا لطرق حساب المتوسط الحسابي ، طريقة الدرجات الخام وطريقة التكرار وطريقة الفئات والطريقة المختصرة السريعة في حساب هذا المتوسط ثم تنتهي من هذا إلى حساب متوسط المتوسطات أو ما يسمى بالمتوسط الوزني .

### حساب المتوسط من الدرجات الخام

المتوسط الحسابي للدرجتين ٣ ، ٥ هو ٤ وقد حصلنا على هذه النتيجة بأن جمعنا هاتين الدرجتين أي  $3 + 5 = 8$  ثم قسمنا حاصل الجمع على عدد الدرجات وهو ٢ فأصبحت النتيجة مساوية  $4 = \frac{8}{2}$  أو  $4 = \frac{3+5}{2}$

وهكذا بالنسبة لأي عدد من الدرجات ، فالمتوسط الحسابي للدرجات التالية .

$$19, 18, 11, 17, 13, 10, 16, 20, 14, 12$$

بحسب جميع هذه الدرجات ثم بقسمة الناتج على عددها ، وبما أن مجموعها هو

$$12 + 14 + 20 + 16 + 10 + 13 + 17 + 11 + 18 + 19 = 160$$

وعدها هو 10

$$\text{إذن فالمتوسط الحسابي لهذه الدرجات} = \frac{160}{10} = 16$$

ويمكن أن تلخص هذه العمليات الحسابية في الصورة التالية :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}}$$

أى أن :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع}}{\text{عدد}}$$

حيث أن مج = المجموع

س = الدرجة

ن = عدد الدرجات

هذا ومن أم مزايا هذه الطريقة دقتها الحسابية لخلوها من العمليات المختصرة التقريبية ، ومن أم عيوبها أنها تستغرق وقتاً طويلاً وخاصة عندما يزداد عدد الدرجات .

حساب المتوسط من تكرار الدرجات

عندما يزداد عدد الدرجات زيادة تبطيء من حساب المتوسط بالطريقة السابقة فإننا نلجأ إلى حساب تكرار هذه الدرجات تمهيداً لحساب المتوسط .  
والجدول التالي يوضح هذه الطريقة :

الدرجة	التكرار	التكرار $\times$ الدرجة
م	ت	ت $\times$ م
٢	١	$٢ = ٢ \times ١$
٣	٢	$٦ = ٣ \times ٢$
٤	٢	$٨ = ٤ \times ٢$
٥	١١	$٥٥ = ٥ \times ١١$
٦	١٧	$١٠٢ = ٦ \times ١٧$
٧	١٢	$٨٤ = ٧ \times ١٢$
٨	٣	$٢٤ = ٨ \times ٣$
٩	٢	$١٨ = ٩ \times ٢$
المجموع	٥٠	٢٩٩

( جدول ٢١ )

حساب المتوسط من تكرار الدرجات

ونتلخص خطوات حساب المتوسط في معرفة مجموع الدرجات وهذا يساوي مجموع تكرار كل درجة في قيمتها وهو في مثالنا هذا ٢٩٩ ؛ وبما أن عدد الدرجات يساوي ٥٠ إذن فالمتوسط يساوي  $\frac{٢٩٩}{٥٠} = ٥,٩٨$  ويمكن أن نلخص هذه العمليات في الصورة التالية :

$$\frac{\text{مجموع نواتج ضرب تكرار كل درجة في قيمتها}}{\text{عدد الدرجات}} = \text{المتوسط}$$

$$\frac{\text{مجموع (ت} \times \text{م)}}{ن} = \text{المتوسط}$$

حيث يدل الرموز على التكرار .



وحيث نذل الرموز الأخرى على نفس ما دلت عليه في المعادلة السابقة

هذا ومن أم مزايا هذه الطريقة دقتها الحسابية وسرعة إجرائها وخاصة بالنسبة لطريقة الدرجات الخام ، لكنها مع كل ذلك قد تستغرق من الفرد وقتاً طويلاً إذا كان المدى بين أكبر درجة وأصغر درجة كبيراً ، كأن تكون مثلاً أكبر درجة ١٠٠ وأصغر درجة ٥ .

### حساب المتوسطات من فئات الدرجات

تعتمد طريقة حساب المتوسط من فئات الدرجات على منتصف الفئة لأنه يدل عليها ويخلصها كما بينا ذلك في الفصل السابق .

وهكذا تصبح القيمة العددية لمنتصف الفئة مثلاً للدرجة التي تدل عليها كل فئة . فإذا كان منتصف الفئة الأولى هو ١٣ وامتدت حدودها من ١٠ إلى ١٤ وكان تكرارها ٢ فإننا نلجأ في حسابنا لمجموع درجات هذه الفئة الأولى إلى ضرب تكرارها في منتصفها أي  $2 \times 13 = 26$  . ونكتب في بهذا الناتج على أنه يساوي تقريباً المجموع الذي نبحث عنه . وهكذا نستمر في حسابنا لمجموع درجات كل فئة بنفس الطريقة حتى ننتهي من جدول التوزيع التكراري لفئات الدرجات ، ثم نجمع هذه التواتج لنحصل بذلك على المجموع الكلي للدرجات . وعندما نقسم هذا المجموع على عدد الدرجات فإننا نحصل على المتوسط .

والجدول التالي يوضح هذه الطريقة .

فئات الدرجات	منتصف الفئة	التكرار	التكرار $\times$ منتصف الفئة
ص	ت	ت $\times$ ص	
١٤-١٠	١٢	٢	$٢٤ = ١٢ \times ٢$
١٩-١٥	١٧	٨	$١٣٦ = ١٧ \times ٨$
٢٤-٢٠	٢٢	٦	$١٣٢ = ٢٢ \times ٦$
٢٩-٢٥	٢٧	١٢	$٢٢٤ = ٢٧ \times ١٢$
٣٤-٣٠	٣٢	٢٧	$٨٦٤ = ٣٢ \times ٢٧$
٣٩-٣٥	٣٧	١٦	$٥٩٢ = ٣٧ \times ١٦$
٤٤-٤٠	٤٢	١٤	$٥٨٨ = ٤٢ \times ١٤$
٤٩-٤٥	٤٧	٨	$٣٧٦ = ٤٧ \times ٨$
٥٤-٥٠	٥٢	٥	$٢٦٠ = ٥٢ \times ٥$
٥٩-٥٥	٥٧	٢	$١١٤ = ٥٧ \times ٢$
		ت = ١٠٠ ص = ٥	مجموع (ت $\times$ ص) = ٣٤١٠

(جدول ٢٢)

حساب المتوسط من فئات الدرجات

وهكذا نرى أن متوسط درجات هذا الجدول يساوى  $\frac{٣٤١٠}{١٠٠} = ٣٤,١$  ويمكن أن نلخص هذه العملية في الصورة التالية :

$$\frac{\text{مجموع نواتج ضرب تكرار كل فئة في منتصفها}}{\text{عدد الدرجات}} = \text{المتوسط}$$

أى أن :

$$\frac{\sum t \times v}{n} = \text{المتوسط}$$

حيث يدل الرمز ص على منتصف الفئة

هذا وبالرغم من السرعة التي تتميز بها هذه الطريقة عن الطريقتين السابقتين إلا أنها تنأثر بالتقريب الذي يلشأ من تلخيص جميع درجات كل فئة في منتصفها .

### حساب المتوسط بالطريقة المختصرة

تهدف هذه الطريقة إلى اختصار وتبسيط العمليات الحسابية الطويلة التي ظهرت بوضوح في الطريقة السابقة .

وهي تعتمد في حسابها للمتوسط على فرض أن منتصفات الفئات تزايد تزايداً يساوى واحداً صحيحاً . أى أن المنتصفات يتلو بعضها بعضاً بالطريقة التالية :

$$00, 45, 50, 40, 30, 20, 10$$

بدلاً من الطريقة السابقة التي كانت تزايد بها منتصفات الفئات تزايداً يساوى مدى كل فئة ، أى بمعدل 5 درجات . أى أنها كانت تزايد بالطريقة التالية :

$$00, 27, 32, 27, 22, 17, 12$$

هذا ومعنى هذه الطريقة في تبسيطها للعمليات الحسابية فتفرض مركزاً لهذه المنتصفات يساوى صفرأ ويقع بالقرب من منتصف التوزيع التكرارى حيث تبدأ منه منتصفات الفئات الفرضية تزيد في كل خطوة واحداً صحيحاً في اقترابها من النهاية الكبرى للتوزيع ، وتنقص في كل خطوة واحدة واحداً صحيحاً في اقترابها من النهاية الصغرى للتوزيع .

أى أننا نتخذ بدء التدرج في منتصف التوزيع بدلاً من أوله ، والمقارنة التالية توضح هذه الفكرة :

٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	التدرج الذي يبدأ من أوله
٣+	٢+	١+	٠	١-	٢-	٣-	التدرج الذي يبدأ من منتصفه

( جدول ٢٣ )

مقارنة بين نوعين من أنواع التدرج

ونستطيع أن نلاحظ في وضوح مدى تناقص القيمة العددية للتدرج الثاني عن التدرج الأول في المثال السابق .  
هذا وسنستعين بهذه الوسائل المختصرة في حسابنا للمتوسط من فئات الدرجات في الجدول التالي .

الفئات	المتصف الفرضي للفترة	التكرار	التكرار $\times$ المتصف الفرضي
ن	ن	ن	ن $\times$ ن
١٤ - ١٥	٥-	٧	١٠-
١٩ - ٢٠	٤-	٨	٣٢-
٢٤ - ٢٥	٣-	٦	١٨-
٢٩ - ٣٠	٢-	١٢	٢٤-
٣٤ - ٣٥	١-	٢٧	٢٧-
٣٩ - ٤٠	٠	١٦	٠
٤٤ - ٤٥	١+	١٤	١٤+
٤٩ - ٥٠	٢+	٨	١٦+
٥٤ - ٥٥	٣+	٥	١٥+
٥٩ - ٦٠	٤+	٢	٨+
٥٣+			
المجموع		١٠٠	٥٨٠

( جدول ٢٤ )

حساب المتوسط من فئات الدرجات بالطريقة المختصرة

وبدل العمود الأول في الجدول السابق على فئات الدرجات ، وقد وضعنا خطأ فوق الفئة التي تمتد أطرافها من ٣٥ إلى ٣٩ وخطأ تحتها لأننا فرضنا أنها تقع في نصف التوزيع ثم فرضنا أن منتصف هذه الفئة يساوي صفراً كما هو مبين بالعمود الثاني وحسبنا تدريج منتصفات الفئات التي تسبقها وتمتد منها إلى النهاية الصغرى للتوزيع على أساس تناقصها التدريجي الذي يساوي - ١ لكل خطوة ، وهكذا يمتد التدريج بالطريقة التالية :

$$-١ - ٢ - ٣ - ٤ - ٥$$

وحسبنا منتصفات الفئات التي تليها وتمتد منها إلى النهاية الكبرى للتوزيع على أساس تزايدها التدريجي الذي يساوي + ١ لكل خطوة ، وهكذا يمتد تدريجها بالطريقة التالية :

$$+١ + ٢ + ٣ + ٤$$

هذا وبدل العمود الثالث على تكرار فئات الدرجات ، أما العمود الرابع فيدل على نتائج ضرب التكرار في المنتصفات الفرضية للفئات . وقد سجلنا مجموع الأعداد البالية في أسفلها وإلى يسارها ، وسجلنا أيضاً مجموع الأعداد الموجبة في أسفلها وإلى يسارها ليسهل علينا حساب المجموع الكلي لنواتج ضرب التكرار في المنتصفات الفرضية للفئات .

وهكذا يصبح المتوسط الفرضي مساوياً لنتائج قسمة المجموع الفرضي لنواتج ضرب التكرار في المنتصفات الفرضية لكل فئة على عدد الدرجات .

$$\text{وهذا يساوي} \quad \frac{\sum f \cdot x}{\sum f} = ٨,٥$$

أي أن :

$$\frac{\sum (f \times x)}{n} = \text{المتوسط الفرضي}$$

حيث تدل ض على المنتصفات الفرعية للفئات .

ليكن مدى الفئة لا يساوي واحداً صحيحاً كما فرضنا ، ولكنه يساوي ٥  
إذن فعلينا أن نضرب هذا الناتج في ٥ لنصحح هذا التقدير الفرعي .

$$\text{أى } ٥ \times - ٠,٥٨ = - ٢,٩$$

هذا وقد افترضنا أن منتصف الفئة ٣ - ٢٩ التي بدأ منها التدرج الفرعي  
مساوياً للصفر وحقيقته ٢٧ ، إذن فعلينا أن نبدأ حسابنا من ٢٧ حتى نصحح  
هذا الفرض الأخير ، وذلك بإضافته إلى النتيجة السابقة .

أى أن المتوسط الحقيقي يحسب بالطريقة التالية :

$$\text{المتوسط الحقيقي} = ٥ + (- ٠,٥٨) + ٢٧$$

$$= - ٢,٩ + ٢٧$$

$$= ٢٤,١١$$

وهذا هو نفس المتوسط الذى حصلنا عليه فى الطريقة السابقة التى كانت  
تعتمد على المنتصفات الحقيقية للفئات وعلى تكرار كل فئة .

وهكذا يمكن أن نلخص هذه الخطوات فى المعادلة التالية :

المتوسط الحقيقى = مدى الفئة  $\times$  المتوسط الفرعى + منتصف الفئة  
التي بدأ منها التدرج المنتصفات .

$$= \text{مدى الفئة} \left( \frac{\text{مجموع لوائح ضرب التكرار في المنتصفات الفرعية للفئات}}{\text{عدد الدرجات}} \right) + \text{منتصف}$$

الفئة التي بدأ منها التدرج .

$$= \text{ف} \times \left( \frac{\sum f \cdot x}{n} \right) + \text{ص}$$

حيث تدل

ف على مدى الفئة

ص على منتصف الفئة التي بدأ منها التدرج .

متوسط المتوسطات أو المتوسط الوزني

إذا كان متوسط مجموعة ما من الدرجات مساوياً  $\bar{x}$  وكان متوسط مجموعة أخرى مساوياً  $\bar{y}$  فقد يقاوم إلى الذهن أن متوسط المجموعتين يحسب بالطريقة التالية .

$$\frac{2+4}{2} = \frac{1+5}{2}$$

وان تكون هذه الإجابة صحيحة إلا إذا كان عدد درجات المجموعة الأولى مساوياً لعدد درجات المجموعة الثانية ، ولنضرب لذلك المثال التالي :

المجموعة الأولى تتكون من ٢، ٤، ٥

$$\text{ومتوسطها} = \frac{2+4+5}{3} = \frac{11}{3}$$

المجموعة الثانية تتكون من ٥، ٦، ٧

$$\text{ومتوسطها} = \frac{5+6+7}{3} = \frac{18}{3}$$

ومتوسط المتوسطين أو المتوسط العام للمجموعتين يحسب بالطريقة المألوفة . وذلك بجمع درجات المجموعتين ثم بقسمة الناتج على عدد درجات المجموعتين .

$$\frac{(2+4+5)}{3} + \frac{(5+6+7)}{3} = \text{أي أن المتوسط العام}$$

$$0 = \frac{18+12}{2} =$$

$$0 = \frac{1+4}{2} = \text{أي أنه في هذه الحالة فقط}$$

حيث يدل الرقم ٤ على متوسط المجموعة الأولى ويدل الرقم ٦ على متوسط المجموعة الثانية ، ويدل الرقم ٢ على عدد المتوسطات وهو في هذه الحالة ٢ فقط .

وعندما لا يكون عدد درجات المجموعة الأولى مساوياً لعدد درجات المجموعة الثانية فإن متوسط المتوسطات يحسب بالطريقة التالية :

المجموعة الأولى تشكون من ٦، ٥، ٤، ٣، ٢

$$\text{ومتوسطها} = \frac{6+5+4+3+2}{5} = 4$$

والمجموعة الثانية تشكون من ٧، ٦، ٥

$$\text{ومتوسطها} = \frac{7+6+5}{3} = 6$$

$$0 = \frac{6+4}{2} = \text{وقد يتبادر إلى الذهن أن متوسط الاثنين}$$

وعندما نحسب متوسط المتوسطين بالطريقة التي اتبعنا في حساب المتوسط العام نحصل على :

$$\frac{(6+5+4+3+2) + (7+6+5)}{5+3} = \text{المتوسط العام}$$

$$\frac{18+20}{8} =$$

$$\frac{38}{8} =$$

$$4,75 =$$

والاختلاف بين هذا المتوسط الأخير ٤,٧٥ والمتوسط الذي حسبناه أولاً



وهو نتج عن اختلاف عدد درجات المجموعة الأولى عن المجموعة الثانية ويمكن أن تلخص هذه الطريقة في المعادلة التالية :

متوسط المتوسطات

$$\frac{\text{مجموع درجات المجموعة الأولى} + \text{مجموع درجات المجموعة الثانية}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى} + \text{عدد درجات المجموعة الثانية}} =$$

$$\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}} = \text{متوسط} \quad \text{إذن مجموع الدرجات} = \text{المتوسط} \times \text{عدد الدرجات}$$

وهكذا يمكن أن نكتب معادلة متوسط المتوسطات في صورة أبسط من الصورة السابقة إذا عوضنا عن مجموع الدرجات بما يساويه .

∴ متوسط المتوسطات

$$\frac{\text{متوسط المجموعة الأولى} \times \text{عدد درجاتها} + \text{متوسط المجموعة الثانية} \times \text{عدد درجاتها}}{\text{عدد درجات المجموعة الأولى} + \text{عدد درجات المجموعة الثانية}} =$$

$$\frac{m_1 \times n_1 + m_2 \times n_2}{n_1 + n_2} = \text{أى أن متوسط المتوسطات}$$

$$m = \text{متوسط المجموعة الأولى} \quad \text{حيث أن}$$

$$n_1 = \text{عدد درجات المجموعة الأولى وهو يساوي}$$

$$\text{أيضاً عدد أفراد المجموعة الأولى}$$

$$m_2 = \text{متوسط المجموعة الثانية}$$

$$n_2 = \text{عدد درجات المجموعة الثانية وهو يساوي}$$

$$\text{أيضاً عدد أفراد المجموعة الثانية .}$$

وباستخدام هذه المعادلة الأخيرة يمكن أن نستخرج متوسط المتوسطات ، وذلك بطريقة .

$$٢ = ١٥ \quad ٦ = ٢٠$$

$$٣ = ١٥ \quad ٦ = ٢٠$$

$$\therefore \text{متوسط المتوسطات} = \frac{٢ \times ٦ + ٥ \times ٤}{٢ + ٥}$$

$$= \frac{٢٨ + ٢٠}{٨}$$

$$= \frac{٤٨}{٨}$$

$$= ٦$$

وهذه النتيجة هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالطريقة المخطوطة السابقة .

رسمياً أحياناً متوسط المتوسطات بالمتوسط الوزني وذلك لأننا نعزب المتوسط الأول في عدد درجاته ، أي أننا نزيد وزنه ؛ وكذلك نعزب المتوسط الثاني في عدد درجاته أي أننا أيضاً نزيد وزنه .

ولست هذه الطريقة قاصرة على حساب متوسط متوسطين بل يمكن أن تمتد لأي عدد من المتوسطات ، ولنعزب لذلك المثل التالي الذي يهدف إلى حساب متوسط المتوسطات الأربعة التالية :

$$٧ = ١٥ \quad ٧ = ٢٠$$

$$٢٥ = ١٥ \quad ٨ = ٢٠$$

$$٣٥ = ١٥ \quad ٩ = ٢٠$$

$$٤٣ = ١٥ \quad ١١ = ٢٠$$

$$\therefore \text{المتوسط الوزني} = \frac{(22 \times 11) + (30 \times 6) + (20 \times 8) + (7 \times 7)}{22 + 30 + 20 + 7}$$

$$= \frac{242 + 180 + 160 + 49}{100}$$

$$= 8.22$$

## الخواص الإحصائية للمتوسط

تتلخص أهم الخواص الإحصائية للمتوسط الحسابي فيما يلي :

### ١ - مجموع الانحرافات

مجموع الانحرافات عن المتوسط يساوي صفراً  $\sum x = 0$  . والانحراف هو مدى بعد أو قرب أية درجة ما عن المتوسط .

فتوسط الدرجات التالية .

$$19, 17, 13, 7, 4, 1$$

بحسب مجموعها وقسمة المجموع على عددها أي  $\frac{7}{7} = 10$

وبحسب انحراف كل درجة عن المتوسط بطرح المتوسط منها أي أن :

$$\text{الانحراف} = \text{الدرجة} - \text{المتوسط}$$

$$وهكذا نرى أن انحراف الدرجة 1 = 10 - 1 = 9 -$$

$$\text{وانحراف الدرجة 4 = 10 - 4 = 6 -}$$

وعندما نستمر في حسابنا لهذه الانحرافات نصل إلى الدرجة الأخيرة حيث نرى أن :

$$\text{انحراف الدرجة } 19 = 19 - 10 = 9$$

والجدول التالي يوضح الدرجات وانحرافاتهما عن المتوسط.

الدرجة - المتوسط	الانحراف
١ -	١
٦ -	٤
٣ -	٧
١ -	٩
١٩	
٣ +	١٣
٧ +	١٧
٩ +	١٩
١٩ +	
٠ = ٤	٧٠ = ٤

( جدول ٢٥ )

انحرافات الدرجات عن متوسطها

وهكذا نرى أن مجموع الانحرافات السالبة يساوى - ١٩ ومجموع الانحرافات الموجبة يساوى + ١٩ والمجموع السكلي للانحرافات يساوى صفراً .

ولهذه الخاصية أهمية كبرى في حساب المتوسط بالطريقة المختصرة كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لتلك الطريقة ، وذلك عندما فرضنا متوسطاً تخمينياً

وحسابنا مجموع الانحرافات بالنسبة لذلك المتوسط التخميني ، ثم صححنا هذا المجموع ليصبح مساوياً للصفر في حسابنا للمتوسط الحقيقي .

وتتخذ الطريقة العامة لحساب المتوسط على هذه الخاصية أيضاً ، ولو فرضنا أن  $m$  متوسط الدرجات  $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  ،

وفرضنا أن  $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  ينحرفان انحرافاً سالباً عن هذا المتوسط

وأن  $m_6, m_7, m_8, m_9, m_{10}$  ينحرفان انحرافاً موجباً عن هذا المتوسط

فإن مجموع الانحرافات السالبة = مجموع الانحرافات الموجبة

أي أن  $(m_1 - m) + (m_2 - m) + (m_3 - m) + (m_4 - m) + (m_5 - m) =$

$$= m_6 - m + m_7 - m + m_8 - m + m_9 - m + m_{10} - m$$

$$= m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 - 5m$$

$$= m_6 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{10} - 5m$$

$$\therefore \text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددها}}$$

$$\therefore m = \frac{m}{5}$$

وهذه هي المعادلة العامة التي نستخدم في حساب المتوسط من الأرقام الخام والمتوسط بهذا المعنى هو مركز الثقل أو مركز الاتزان الذي تتعادل بالنسبة له جميع القوى أو جميع فروق هذه القوى أو الانحرافات .

### ب- الدرجات المتطرفة

يتأثر المتوسط بالدرجات القريبة منه تأثراً قليلاً ، ويتأثر بالدرجات البعيدة عنه تأثراً كبيراً .

فتوسط الدرجات التالية :

٦   ٥   ٤   ٣   ٢

بحسب مجموعها وقسمة الناتج على عددها ، أى أن

$$\frac{٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢}{٥} = \text{المتوسط}$$

$$\frac{٢٠}{٥} =$$

$$٤ =$$

وإذا أضفنا إلى هذه الدرجات درجة قرية من المتوسط ولتكن ٥ ثم حسبنا المتوسط بعد ذلك ، لوجدنا أن

$$\frac{٦ + ٥ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢}{٦} = \text{المتوسط}$$

$$\frac{٢٥}{٦} =$$

$$٤ \frac{١}{٦} =$$

أى أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوى  $\frac{١}{٦}$

وإذا أضفنا إلى تلك الدرجات ١٠ بدلاً من إضافة ٥ ثم حسبنا المتوسط بعد تلك الإضافة لوجدنا أن

$$\frac{١٠ + ٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢}{٦} = \text{المتوسط}$$

$$\frac{٣٠}{٦} =$$

$$٥ =$$

أى أن زيادة المتوسط الجديد عن المتوسط القديم تساوى واحدا صحيحا ، وهذا الفرق الأخير أكبر من الفرق السابق لأن ١٠ تبعد عن المتوسط ٤ أكثر مما تبعد ٦ عن نفس ذلك المتوسط .

وهذه الخاصة توضح أهم عيوب المتوسط الحسابي ، أى أن القيم المتطرفة تـ

التوزيع تؤثر تأثيراً قوياً على المتوسط ، وقد يجعله أحياناً غير صالح كقياس من مقاييس النزعة المركزية ، لأنه في تلك الحالة يعطينا صورة خاطئة عن حقيقة تجمع البيانات العددية .

#### ح - عدد الدرجات

يتأثر المتوسط بعدد الدرجات ، ويميل إلى الاستقرار كلما كان هذا العدد كبيراً فعندما يكون العدد ١٠٠ مثلاً فإن تأثير المتوسط بأية درجة يحسب على أنه أجزاء من مائة لأن هذه المائة تمثل مقام الكسر الذي نحسب منه المتوسط . وعندما يكون العدد ١٠٠٠ مثلاً فإن تأثير المتوسط بأية درجة يحسب على أنه أجزاء من ألف ، وهكذا نرى أنه كلما زاد عدد الدرجات ، زاد نمواً ذلك ميل المتوسط إلى الاستقرار وقل ميله للتغير والتذبذب .

#### د - جمع المتوسطات

تجمع المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات أى عدد أفراد كل جماعة لأن كل فرد يحصل على درجة. والجدول التالي يوضح هذه الفكرة.

مجموع درجات المجموعة الأولى والثانية	المجموعة الثانية للدرجات	المجموعة الأولى للدرجات
$10 = 4 + 6$	4	6
$17 = 8 + 9$	8	9
$20 = 9 + 11$	9	11
$28 = 12 + 16$	12	16
$40 = 22 + 23$	22	23
$120 =$ مج	$55 =$ مج	$65 =$ مج
$24 =$ المتوسط	$11 =$ المتوسط	$13 =$ المتوسط

(جدول ٢٦)

جمع المتوسطات

ومن هذا نرى أن

$$24 = 12 + 12$$

أى أن

متوسط المجموعة الأولى + متوسط المجموعة الثانية = متوسط مجموع درجات المجموعتين .

### هـ - طرح المتوسطات

نطرح المتوسطات عندما يتساوى عدد درجات المجموعات ، والجداول التالية يوضح هذه الفكرة .

المجموعة الأولى للدرجات	المجموعة الثانية للدرجات	فرق الدرجات
٦	٤	٦ - ٤ = ٢
٩	٨	٩ - ٨ = ١
١١	٩	١١ - ٩ = ٢
١٦	١٢	١٦ - ١٢ = ٤
٢٣	٢٢	٢٣ - ٢٢ = ١
٦٤ = $\sum$	٥٥ = $\sum$	١٠ = $\sum$
المتوسط = ١٣	المتوسط = ١١	المتوسط = ٢

( جدول ٢٧ )

طرح المتوسطات



ومن هذا نرى أن

$$١٣ - ١١ = ٢$$

أى أن

متوسط المجموعة الأولى - متوسط المجموعة الثانية = متوسط فرق درجات المجموعتين .

## فوائد المتوسط

نتلخص أهم الفوائد العملية التطبيقية للمتوسط فيما يلى :

### أ - المعايير

تعتمد المعايير الحيوية المختلفة على المتوسط . ولهذا يقاس ذكاء الفرد بالنسبة لمتوسط ذكاء جيله وأقرانه ، ومدى انحرافه عن هذا المعيار زيادة وتقصيراً . وينسب وزنه وطوله وحجمه إلى معايير أقرانه أيضاً . ولهذا تصنع الملابس المختلفة لتناسب متوسطات أطوال وأحجام كل عمر من أعمار الإنسان . وبما أن هذه المعايير تختلف فى بعض نواحيها من بيئة لأخرى ، لذلك نرى أن لكل بيئة معاييرها الخاصة بها . ومن هذا نرى خطأ نسبة الفرد إلى معايير غير معايير بيئته .

### ب - المقارنة

نستخدم المتوسطات أحياناً لمقارنة مجموعة من الأفراد بمجموعة أخرى ، كمثل مقارنة متوسط درجات فصل دراسى ما فى امتحان للطلاب بمتوسط

درجات فصل آخر بالنسبة لنفس ذلك الامتحان . هذا ولا تصح هذه المقارنة إلا إذا كانت المجموعات متجانسة وتقبل خواصها مثل تلك المقارنات . ومن أمثلة المقارنات الخاطئة ما يقوم منها على مقارنة متوسط أعمار الناس في بيئة صناعية أهلها من الفلبان ، بمتوسط أعمار الناس في بيئة زراعية قد يكون أغلبها من الأطفال والشيوخ ولهذا تعتمد شركات التأمين على دراسة متوسطات الأعمار بالنسبة لكل مهنة ، وكل عمر ، حتى تصبح نتائجها صحيحة .

## ب - الوسيط

الوسيط هو النقطة التي تقع تماماً في منتصف توزيع الدرجات بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر .

وإذا تصورنا مثلاً أننا مثلنا للدرجات بخط أفقي ، فإن الوسيط يقع على النقطة التي تقسم هذا الخط إلى نصفين والشكل التالي يوضح هذه الفكرة .



## حساب الوسيط من الدرجات الخام

يعتمد حساب الوسيط اعتماداً كبيراً على عدد الدرجات ونوعها فردياً كان أم زوجياً . ولهذا تختلف طريقة حساب الوسيط تبعاً لاختلاف هذا العدد من حيث كونه فردياً أو زوجياً

١ - حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات فردياً

عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

٢٧ ، ٢ ، ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ٩ ، ٨

فإننا نرتبها أولاً ترتيباً تصاعدياً كما يلي :

٢ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٧

ثم نبحث بعد ذلك عن النقطة التي تنصف هذه الدرجات ، فنرى أنها تقع تماماً عند الدرجة ٨ لأن عدد الدرجات التي تسبقها ٣ وهي ٢ ، ٥ ، ٧ وعدد الدرجات التي تليها ٣ أيضاً وهي ٩ ، ١٠ ، ١٧ .

ويمكن أن نصل إلى معرفة ترتيب هذه النقطة وذلك بقسمة عدد الدرجات على ٢ أى  $27 \div 2 = 13.5$  وعندما نقرب هذا الناتج إلى أقرب عدد صحيح نصل إلى أنه يساوى ١٤ .

وهكذا نستطيع أن نحسب ترتيب الدرجات لنصل إلى الدرجة التي ترتيبها الرابع بالنسبة لتدريج تلك الدرجات ، فنرى أن العدد ٢ ترتيبه الأول ، والعدد ٥ ترتيبه الثاني ، والعدد ٧ ترتيبه الثالث ، والعدد ٨ ترتيبه الرابع . أى أن الوسيط هو ٨ .

ونستطيع أيضاً أن نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الآخر لتدريجها فنرى أن العدد ١٧ ترتيبه الأول ، والعدد ١٠ ترتيبه الثاني ، والعدد ٩ ترتيبه الثالث ، والعدد ٨ ترتيبه الرابع . أى أن الوسيط هو ٨ .

وتتلخص طريقة حساب وسيط الدرجات عندما يكون عددها فردياً في قسمة عدد الدرجات على ٢ لتتوسطها ، ثم يقرب الناتج إلى أقرب عدد صحيح

لمعرفة ترتيب الوسيط، ثم يبحث عن الدرجة التي تقابل هذا الترتيب . وبما أننا في هذه الحالة نقرب الناتج دائماً لأقرب عدد صحيح، إذن ففي مقدورنا أن نستغنى عن هذا التقريب بإضافة واحد صحيح إلى عدد الدرجات حتى يصبح زوجياً .  
ويصبح الناتج بذلك عدداً صحيحاً .

$$\text{أي أن ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد الدرجات} + 1}{2}$$

$$\frac{1+9}{2} =$$

حيث يدل الرمز 9 على عدد الدرجات ، بحيث يكون هذا العدد فردياً .  
وعندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

$$1, 2, 5, 6, 9, 10, 11, 13$$

تتبع الخطوات التالية :

١ - عدد الدرجات = 9

$$٢ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+9}{2} = ٥$$

٣ - إذن الدرجة الوسطى لتدرج هذه الدرجات هي ٥

ب - حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات زوجياً

عندما نحسب الوسيط للدرجات التالية :

$$٧, ٩, ١٠, ١١, ١٣, ١٦$$

فإننا نقسم عدد الدرجات الذي يساوي في مثالنا هذا 6 على 2 أي 3 =

لنعرف بذلك ترتيب الوسيط .

فإذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الأول لتدرج الدرجات

أى من ٧ لنصل إلى الدرجة التى ترتيبها الثالث فإننا نرى أن هذه الدرجة هى ١٠. وإذا بدأنا نحسب ترتيب الدرجات من الطرف الأخير أى من ١٦ لنصل إلى الدرجة التى ترتيبها الثالث نرى أن هذه الدرجة هى ١١ .

وهكذا نرى أن الوسيط يقع بين ١١ ، ١٠ أى ١٠,٥ وهذا يساوى متوسط ١١ ، ١٠ أى  $\frac{11+10}{2} = 10,5$

وهكذا نتلخص خطوات حساب الوسيط لتلك الدرجات في

$$١ - \text{عدد الدرجات} = ٦$$

$$٢ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{٦}{2} = ٣$$

٣ - الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الأول لتدرج الدرجات هى ١٠

٤ - الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الثانى لتدرج الدرجات هى ١١

$$\text{الوسيط} = \frac{11+10}{2} = 10,5$$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب الوسيط للدرجات التالية :

$$١٣ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٣٠$$

$$\text{وذلك بمعرفة ترتيب الوسيط} = \frac{٧}{2} = ٣,٥$$

$$\therefore \text{الوسيط} = \frac{24+20}{2} = 22$$

## حساب الوسيط من تكرار الدرجات

لحساب الوسيط للتوزيع التكرارى التالى

الدرجة	التكرار
١٢	٤
١٣	٣
١٤	١
١٥	٢
المجموع	١٠

( جدول ٢٨ )

حساب الوسيط من تكرار الدرجات الخام

نتبع الخطوات التالية :

١ - بما أن عدد الدرجات = ١٠

٢ - إذن ترتيب الوسيط =  $\frac{10}{2} = 5$

٣ - وبما أن الدرجة الأولى في التوزيع ١٢ وتكرارها ٤ إذن فالوسيط يتلوها ولا يقع في إطارها ، والدرجة الثانية في هذا التوزيع ١٣ وتكرارها ٣ إذن فالوسيط يقع في نطاق هذه الدرجة لأن ترتيبه الخامس .

٤ - وبما أن ترتيب الوسيط ٥ وهذا يزيد على تكرار الدرجة الأولى الذى يساوى ٤ بواحد صحيح ؛ إذن فامتداد الوسيط في الدرجة الثانية يساوى الثلث الأول من نطاقها لأن تكرار الدرجة الثانية ٣ ، والوسيط يمتد درجة واحدة من الطرف العلوى لهذه الثلاثة أى  $\frac{1}{3}$  نطاقها .

٥ - وبما أننا نستطيع أن نعلم الحدود الحقيقية للدرجة ١٣ أى أن نعلم تماماً حدها الحقيقي الأول، لذلك يسهل علينا حساب الوسيط . وحدود هذه الدرجة هي ١٢,٥ - ١٣,٥ كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا للحدود الحقيقية للفئات . وقد علمنا هنا هذه الدرجة أى ١٣ على أنها فئة مداها واحد صحيح .

٦ - إذن فترتيب الوسيط يمتد بعد الحد الحقيقي الأول للدرجة ١٣ بقيمة عددية مقدارها  $\frac{1}{2}$  .

$$٧ - \text{أى أن الوسيط} = ١٢,٥ + \frac{1}{2}$$

$$= ١٢,٥ + ٠,٥$$

$$= ١٢,٨٣$$

$$= ١٢,٨ \text{ تقريباً}$$

ويمكن أن نحسب الوسيط من الطرف الآخر للتوزيع أى من الدرجة ١٥ كمرآة لنتيجة الطريقة السابقة ، ونتبع لذلك الخطوات التالية :

$$١ - \text{عدد الدرجات} = ١٠$$

$$٢ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{10}{2} = ٥$$

٣ - وبما أن تكرار الدرجة الأخيرة ١٥ هو ٢ ، وتكرار الدرجة التى تسبقها هو ١ ، فالتكرار المتجمع حتى الدرجة ١٤ هو ٣ ، وهذا ينقص ٢ من ترتيب الوسيط إذن فالوسيط يقع فى  $\frac{1}{2}$  تكرار الدرجة .

٤ - وبما أن الحد الحقيقي الأعلى للدرجة ١٣ هو ١٣,٥ ، وترتيب الوسيط ينقص من هذا الحد بقيمة عددية مقدارها  $\frac{1}{2}$  .

$$\text{أى أن الوسيط} = ١٣,٥ - \frac{1}{2}$$

$$= ١٣,٥ - ٠,٥$$

$$= ١٢,٨٣$$

$$= ١٢,٨ \text{ تقريباً}$$

وهذه هي نفس النتيجة التى حصلنا عليها بالطريقة الأولى .

## حساب الوسيط من فئات الدرجات

لحساب الوسيط من فئات الدرجات نحسب التكرار المتجمع التصاعدي ،  
والتكرار المتجمع التنازلي والحدود الحقيقية لفئات الدرجات .

وسنبدأ أولاً طريقة حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدي  
وسنرجع حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي إلى عملية المراجعة .  
والجدول التالي يبين فئات الدرجات وحدودها الحقيقية وتكرارها  
الأصلي وتكرارها المتجمع التصاعدي ، والمتجمع التنازلي

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التنازلي
١٧-١٨	١٦,٥ - ١٧,٥	١	١	٢٧
١٩-٢٠	١٨,٥ - ٢٠,٥	٥	٦	٢٦
٢١-٢٢	٢٠,٥ - ٢٢,٥	٨	١٤	٢١
٢٣-٢٤	٢٢,٥ - ٢٤,٥	٨	٢٢	٢٣
٢٥-٢٦	٢٤,٥ - ٢٦,٥	٥	٢٧	١٥
٢٧-٢٨	٢٦,٥ - ٢٨,٥	٦	٣٣	١٠
٢٩-٣٠	٢٨,٥ - ٣٠,٥	٠	٣٣	٤
٣١-٣٢	٣٠,٥ - ٣٢,٥	١	٣٤	٤
٣٣-٣٤	٣٢,٥ - ٣٤,٥	٠	٣٤	٣
٣٥-٣٦	٣٤,٥ - ٣٦,٥	٢	٣٦	٣
٣٧-٣٨	٣٦,٥ - ٣٨,٥	١	٣٧	١
		$\Sigma = ٢٧$		

( جدول ٢٩ )

حساب الوسيط من الحدود الحقيقية لفئات التكرارية



# ١ - حساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدي

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التصاعدي تتبع الخطوات التالية :

$$١ - بما أن عدد الدرجات = ٣٧$$

$$٢ - إذن ترتيب الوسيط = \frac{٣٧}{٢} = ١٨,٥$$

٣ - أى أنه يقع في الفئة التي تمتد أطرافها من ٢٣ إلى ٢٤ لأن التكرار المتجمع التصاعدي للفئة التي تسبقه يساوى ١٤ .

٤ - أى أنه يمتد في الفئة ٢٣ ~ ٢٤ بقيمة مقدارها فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة السابقة التي تمتد من ٢١ إلى ٢٢ .

أى أن فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التي تسبق فئة

$$= ١٨,٥ - ١٤ = ٤,٥$$

٥ - وبما أن تكرار الفئة التي يقع فيها الوسيط يساوى ٨

$$إذا فنسبة امتداد الوسيط لهذا التكرار تساوى \frac{٤,٥}{٨} = ٠,٥٦$$

٦ - لكن مدى هذه الفئة يساوى ٢

$$إذن فمقدار هذا الامتداد يساوى ٠,٥٦ \times ٢ = ١,١٢$$

٧ - وبما أن الحد الحقيقي الأول لفئة الوسيط يساوى ٢٢,٥

$$٨ - إذن فالوسيط = ٢٢,٥ + ١,١٢$$

$$= ٢٣,٦٢$$

$$= ٢٣,٦ \text{ بالتقريب}$$

ويمكن أن نلخص هذه الخطوات في المعادلة التالية :

الوسيط = الحد الأول الحقيقي لفئة الوسيط +

$$\left( \frac{\text{عدد الدرجات} - \text{التكرار المتجمع التراكمي للفئة السابقة لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right) \times \text{مدى فئة الوسيط}$$

أى أن :

$$\text{الوسيط} = L + \left( \frac{\frac{N}{2} - T}{t} \right) \times F$$

حيث L = الحد الأول الحقيقي لفئة الوسيط

N = عدد الدرجات

T = التكرار المتجمع للفئة السابقة لفئة الوسيط

t = تكرار فئة الوسيط

F = مدى فئة الوسيط

وبتطبيق هذه المعادلة نحصل على :

$$L = 22,0 \quad N = 27 \quad T = 14 \quad t = 8 \quad F = 2$$

أى أن

$$\text{الوسيط} = 22,0 + \left( \frac{14 - \frac{27}{2}}{8} \right) \times 2$$

$$2 \times \frac{49.5}{8} + 22.5 =$$

$$1.12 + 22.5 =$$

$$23.62 =$$

$$23.6 \text{ بالتقريب}$$

(ب) حساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي

لحساب الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي نقيع الخطوات التالية :

$$1 - \text{عدد الدرجات} = 27$$

$$2 - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{27}{2} = 13.5$$

$$3 - \text{أطراف فئة الوسيط هي } 23 - 24$$

$$4 - \text{أطراف الفئة التي تقع قبل فئة الوسيط (من أسفل إلى أعلى) هي}$$

$$20 - 26 \text{ وتكرارها المتجمع } 10$$

$$5 - \text{زيادة ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة } 20-26 \text{ بحسب}$$

بالطريقة التالية :

فرق ترتيب الوسيط عن التكرار المتجمع للفئة التي تلي فئة

$$3.5 = 10 - 10.5 =$$

$$6 - \text{تكرار فئة الوسيط} = 8$$

$$\text{إذن نسبة امتداد الوسيط في هذا التكرار} = \frac{3.5}{8}$$

$$= 0.4375 \text{ تقريباً}$$

$$٧ - \text{ لكن مدى فئة الوسيط} = ٢$$

$$\text{إذن مقدار هذا الامتداد} = ٢ \times ٠,٤٤ = ٠,٨٨$$

$$٨ - \text{ وبما أن الحد الحقيقي الأخير لهذه الفئة هو } ٢٤,٥٠$$

$$٩ - \text{ إذن فالوسيط} = ٢٤,٥ - ٠,٨٨$$

$$= ٢٣,٦٢$$

$$= ٢٣,٦ \text{ بالتقريب}$$

وهذه هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالطريقة السابقة التي اعتمدت على التكرار المتجمع التصاعدي . ويمكن أن تلخص هذه الخطوات في المعادلة التالية :

$$\text{الوسيط} = \text{الحد الثاني الحقيقي لفئة الوسيط}$$

$$\left( \frac{\frac{\text{عدد الدرجات}}{٢} - \text{التكرار المتجمع للفئة التالية لفئة الوسيط}}{\text{تكرار فئة الوسيط}} \right) -$$

$$\times \text{ مدى فئة الوسيط .}$$

أي أن :

$$\text{الوسيط} = \text{ث} - \frac{\frac{\text{م}}{٢} - \text{تب}}{\text{ب}} \times \text{ف}$$

$$\text{حيث ث} = \text{الحد الثاني الحقيقي لفئة الوسيط .}$$

$$\text{م} = \text{عدد الدرجات}$$

$$\text{تب} = \text{التكرار المتجمع لفئة التالية لفئة الوسيط}$$

$$\text{ب} = \text{تكرار فئة الوسيط}$$

$$\text{ف} = \text{مدى فئة الوسيط}$$

و بتطبيق هذه المعادلة نحصل على

$$ث = ٢٤,٥ \quad د = ٢٧ \quad ب = ١٥ \quad ت = ٨ \quad ف = ٢$$

$$\text{أى أن الوسيط} = ٢٤,٥ - \left( \frac{١٥ - \frac{٢٧}{٢}}{٨} \right) \times ٢$$

$$= ٢٤,٥ - \left( \frac{١٥ - ١٣,٥}{٨} \right) \times ٢$$

$$= ٢٤,٥ - \frac{١,٥}{٨} \times ٢$$

$$= ٢٤,٥ - ٠,٣٧٥$$

$$= ٢٣,٦٢$$

$$= ٢٣,٦ \text{ بالتقريب}$$

ح — حساب الوسيط للذى يقع ترتيبه على حدود القنات

في بعض الحالات يصعب على الباحث حساب الوسيط بالطرق السابقة  
التي أشرنا إليها وذلك عندما يقع ترتيب الوسيط على الحد الحقيقي القائم بين  
فئتين متتابعتين .

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة :

---

1 — Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education. 1956, P. 61.

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التنازلي
٢٠-٢٤	١٩,٥-٢٤,٥	٢	٢	٦٨
٢٥-٢٩	٢٤,٥-٢٩,٥	٧	٩	٦١
٣٠-٣٤	٢٩,٥-٣٤,٥	١٠	١٩	٥١
٣٥-٣٩	٣٤,٥-٣٩,٥	١٥	٣٤	٤١
٤٠-٤٤	٣٩,٥-٤٤,٥	١٨	٥٢	٣٤
٤٥-٤٩	٤٤,٥-٤٩,٥	٨	٦٠	١٦
٥٠-٥٤	٤٩,٥-٥٤,٥	٣	٦٣	٨
٥٥-٥٩	٥٤,٥-٥٩,٥	٥	٦٨	٣
		٦٨ = $\Sigma$		

( جدول ٣٠ )

حساب الوسيط الذي يقع ترتيبه على حدود الفئات

ولحساب الوسيط في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية :

$$١ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{٦٨}{٢} = ٣٤$$

٢ - التكرار المتجمع التصاعدي يدل على أن الوسيط يقع في الفئة التي تمتد أطرافها من ٣٥ إلى ٣٩ .

٣ - وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوي ترتيب الوسيط ..

٤ - إذن فالوسيط يساوي الحد الأعلى لهذه الفئة أي ٣٩,٥ .

وإذا حسبنا الوسيط من التكرار المتجمع التنازلي نجد أن :

١ - التكرار المتجمع التنازلي يدل على أن الوسيط يقع في الفئة التي تمتد أطرافها من ٤٠ إلى ٤٤ .

٢ - وبما أن التكرار المتجمع لهذه الفئة يساوي ترتيب الوسيط

٣ - إذن فالوسيط يساوى الحد الأدنى لهذه الفئة أى ٣٩,٥  
وهكذا نرى أن الوسيط فى كلا الحالتين يساوى ٣٩,٥ أى أن عملية  
حسابه صحيحة .

د - حساب الوسيط الذى يقع فى فئة التكرار لها

عندما يقع ترتيب الوسيط فى فئة تكرارها يساوى صفراً ، فإننا نجد صعوبة  
فى الاستعانة بالطرق السابقة لحساب الوسيط .

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة ويمهد السبيل لحساب الوسيط .

فئات الدرجات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار المتجمع التامعدي	التكرار المتجمع التأزلي
٥ - ٧	٤,٥ - ٧,٥	١	١	٢٤
٨ - ١٠	٧,٥ - ١٠,٥	٧	٨	٢٣
١١ - ١٣	١٠,٥ - ١٣,٥	٩	١٧	٢٦
١٤ - ١٦	١٣,٥ - ١٦,٥	٠	١٧	١٧
١٧ - ١٩	١٦,٥ - ١٩,٥	٦	٢٣	١٧
٢٠ - ٢٢	١٩,٥ - ٢٢,٥	٧	٣٠	١١
٢٣ - ٢٥	٢٢,٥ - ٢٥,٥	٢	٢٢	٤
٢٦ - ٢٨	٢٥,٥ - ٢٨,٥	٢	٢٤	٢
		$\Sigma = ٣٤$		

( جدول ٣١ )

حساب الوسيط الذى يقع فى فئة تكرارها يساوى صفراً

ولحساب الوسيط في هذه الحالة تتبع الخطوات التالية :

$$١ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{٣١}{٢} = ١٧$$

٢ - وبما أن التكرار المتجمع التصاعدي يصل إلى ١٧ عند الفئة التي تمتد أطرافها من ١١ إلى ١٣ ثم يظل كما هو في الفئة التي تليها لأن تكرارها يساوى صفراً .

إذن فالوسيط يقع في نهاية الفئة التي تمتد من ١١ إلى ١٣ أي عند ١٣,٥

٣ - وبما أن التكرار المتجمع التنازلي يصل في تطوره من أسفل إلى أعلى إلى ١٧ عند الفئة التي تمتد أطرافها من ١٧ إلى ١٩ ثم يظل ثابتاً في الفئة التي تليها لأن تكرارها يساوى صفراً .

إذن فالوسيط يقع في بدء الفئة التي تمتد حدودها من ١٧ إلى ١٩ أي عند ١٦,٥ .

٤ - أي أن ترتيب الوسيط بهذا المعنى يقع بين ١٣,٥ ، ١٦,٥ . وهذه هي الحدود الحقيقية للفئة التي تمتد من ١٤ إلى ١٦ والتي تكرارها يساوى صفراً .

٥ - إذن فتتصف الفئة يدل على ترتيب الوسيط .

$$\text{أي أن الوسيط} = \frac{١٦,٥ + ١٣,٥}{٢}$$

$$= \frac{٣٠}{٢}$$

$$= ١٥$$



## الخواص الإحصائية للوسيط

### ١ - مجموع الانحرافات المطلقة

يتبين في تحليلنا للخواص الإحصائية للمتوسط أن مجموع انحرافات الدرجات عن متوسطها يساوى صفراً بشرط أن يكون هذا الجمع جمعاً جبرياً يحتفظ كل انحراف فيه بإشارته الجبرية ، موجبة كانت أم سالبة .

وعندما نجمع الانحرافات المطلقة التي لا تراعى تلك الإشارات بل تعاملها جميعاً على أنها موجبة نجد أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط .

والجدول التالي يبين هذه الخاصية للدرجات التالية حيث يساوى متوسطها

١٢ ووسيطها ١٣ .

الانحرافات المطلقة		الدرجة
الانحراف عن المتوسط	الانحراف عن الوسيط	
٨	٩	٤
٤	٥	٨
١	٠	١٣
٣	٢	١٥
٨	٧	٢٠
٢٤ = ∑	٢٣ = ∑	٦٠ = ∑
		المتوسط = ١٢
		الوسيط = ١٣

( جدول ٣٣ )

مقارنة مجموع الانحرافات المطلقة بالنسبة للمتوسط والوسيط

ومن هذا نرى أن مجموع الانحرافات المطلقة عن الوسيط يساوى ٢٣ وهذه القيمة أصغر من مجموع الانحرافات المطلقة عن المتوسط الذى يساوى ٢٤ .

ومعنى هذا أن الوسيط يتوسط توزيع الدرجات أكثر مما يتوسطها المتوسط .  
ولذا فإن الوسيط فى أى توزيع تكرارى عادى يقع بين المتوسط والمتوال .

### ب — الدرجات المتطرفة والوسيط

يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى أكثر مما يتأثر بالدرجات المتطرفة فى التوزيع التكرارى . وهو يصبح بهذه الصفة على نقيض المتوسط الذى يتأثر بالدرجات المتطرفة أكثر من تأثره بالدرجات الوسطى .

ولذا يصلح الوسيط كقياس للزعة المركزية أكثر من المتوسط عندما تكون أطراف التوزيع متراكمة متجمعة غير مستوية . كأن يلتوى التوزيع التكرارى فتكثر فيه الأصفار والأعداد الصغيرة التى تقوم عند طرفه الأول أو تكثر فيه الأعداد الكبيرة التى تقوم عند طرفه الثانى .

ولتوضيح هذه الخاصية نحسب الوسيط والمتوسط للدرجات التالية .

$$٤ \quad ٨ \quad ١٣ \quad ١٥ \quad ٢٠$$

$$\text{فتجد أن الوسيط} = ١٣$$

$$\text{والمتوسط} = ١٢$$

ثم نعلو بالطرف الأخير علواً كبيراً فنجعل ٢٠ تصبح ٦٠ ثم نحسب بعد ذلك الوسيط والمتوسط للدرجات فى صورتها الجديدة الجديدة .

$$٤ \quad ٨ \quad ١٣ \quad ١٥ \quad ٦٠$$

فنجد أن الوسيط = ١٣

والمتوسط = ٢٠

وهكذا نرى أن الوسيط لم يتغير في كلا الحالتين ؛ أى أنه لم يتأثر بما حدث في الطرف الأخير من تغير . وأن المتوسط تغير من ١٢ إلى ٢٠ نتيجة لتغير الطرف الأخير للدرجات السابقة .

فالوسيط بهذا المعنى أكثر ثباتاً واستقراراً من المتوسط بالنسبة للأطراف ؛ أو أن المتوسط أكثر حساسية من الوسيط بالنسبة لأطراف التوزيع .

وهذه الخاصية تحدد الأهمية النسبية لكل من المتوسط والوسيط ، والميادين والحالات التي يستخدم فيها كل منهما .

وعندما تغير الدرجة أو الدرجات الوسطى فإننا بذلك نغير قيمة الوسيط . تغيراً كبيراً ، ولا يكاد يصيب المتوسط من هذا التغير إلا اختلافاً بسيطاً . ولتوضح هذه الفكرة بتغير الدرجة الوسطى في المثال السابق من ١٣ إلى ٩ ، فتصبح ،

٢٠ ١٥ ٩ ٨ ٤

ونجد أن الوسيط = ٩

والمتوسط = ١١,٢

وإذا غيرنا الدرجة الوسطى ٩ إلى ١٤ فإننا نرى تغير الوسيط أكثر من تغير المتوسط ؛ كما يبدو ذلك في المثال التالي :

٢٠ ١٥ ١٤ ٨ ٤

الوسيط. = ١٤

المتوسط = ١٧,٢

وهكذا نرى أن

١ - المتوسط أكثر تأثراً من الوسيط بالدرجات المتطرفة .

٢ - الوسيط أكثر تأثراً من المتوسط بالدرجات الوسطى .

فوائد الوسيط.

يصلح الوسيط لنفس الميادين التي يصلح فيها المتوسط ، أى فى المعايير والمقارنة وخاصة عندما يكون التوزيع التكرارى للدرجات منوياً أى مرتفعاً من أحد طرفيه كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للخواص الإحصائية للوسيط .

والالتواء قد يكون موجباً أو سالباً . فإذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الأول للتوزيع سمي الالتواء موجباً . وإذا زاد تجمع تكرار الدرجات نحو الطرف الثانى للتوزيع سمي الالتواء سالباً . وإذا اعتدل التوزيع التكرارى سمي التوزيع معتدلاً . والجداول التالية تبين هذه الأنواع المختلفة للتوزيع التكرارى . حيث يصلح الوسيط كقياس للنزعة المركزية فى النوعين الأول والثانى أى فى الالتواء الموجب والسالب ، وحيث يصلح المتوسط كقياس للنزعة المركزية فى النوع الثالث .

الدرجة	التكرار	الدرجة	التكرار	الدرجة	التكرار
٢	٧	٢	١	٢	١
١٠	١٣	٣	٤	١٠	٦
٤	٢٠	٤	٩	٤	٦
٥	١٠	٥	١٠	٥	٦
٦	٩	٦	٢٠	٦	٦
٧	٤	٧	٣٠	٧	٦
٨	١	٨	٧	٨	١
المجموع	٦٤	المجموع	٦٤	المجموع	٦٤

( جدول ٢٥ )

توزيع تكرارى اعتدالى

( جدول ٢٤ )

توزيع تكرارى ملئوى  
التواء سالباً

( جدول ٢٣ )

توزيع تكرارى ملئوى  
لتواء موجباً

والوسيط يصلح في الحالات التي تهدف إلى قسمة التوزيع التكرارى إلى قسمين متساويين من وسطه . فيصبح بذلك التوزيع ثنائياً أى أعلى من الوسيط وأقل من الوسيط . ولهذا الناحية أهميتها القصوى في حساب معاملات الارتباط . التي تعتمد على مثل هذا التقسيم الثنائى ، مثل معاملات الارتباط الرباعية . رسيان يان ذلك في تحليلنا لمعاملات الارتباط . وسنوضح هذا التقسيم الثنائى بالمثال التالى :

١٦ ٢٠ ٢٥ ٣٢ ٤٠

الوسيط = ٢٥

والدرجات التالية : ٢٠ ، ١٦ أقل من الوسيط

والدرجات التالية : ٤٠ ، ٣٢ أعلى من الوسيط

والتقسيم الثاني يقوم على معالجة الدرجات التي تقل عن الوسيط على أنها سالبة ، والدرجات التي تزيد عن الوسيط على أنها موجبة . وبذلك تنقسم الدرجات السابقة إلى الصورة التالية :

+ + 0 - -

أي أنها تنقسم إلى قسمين : سالب وموجب بالنسبة للوسيط .

### المنوال

يبدل المنوال على أكثر الدرجات شيوعاً ، أو بمعنى أدق هو النقطة التي تميل على أكثر درجات التوزيع تكراراً .

١ - حساب المنوال من تكرار الدرجات

يمكن معرفة المنوال بسهولة عندما تقارن تكرار الدرجات لنتبع عن أكبرها ، والجدول التالي يوضح سهولة معرفة المنوال :

الدرجة	التكرار
١٢	٣
١٣	٧
١٤	١٠
١٥	٨
١٦	٦
١٧	٢
المجموع	٢٦

( جدول ٢٦ )

حساب المنوال من تكرار الدرجات

وهكذا نرى أن أكبر الدرجات تكراراً هي الدرجة ١٤ لأن تكرارها يساوى ١٠ وهذه العشرة هي أكبر تكرارات هذا الجدول .

٠. المنوال = ١٤

## ٢ - حساب المنوال من فئات الدرجات

لحساب المنوال من فئات الدرجات نبحث أيضاً عن أكبر تكرار ثم نحدد الفئة التي تقابله . وبهذا نستطيع الكشف عن الفئة التي يوجد فيها المنوال . وبما أن الفئات تمتد إلى أكثر من درجة فهي لا تدل على نقطة المنوال دلالة دقيقة ، ولذلك نستعين بمنتصف الفئة للدلالة على منوال التوزيع . والجدول التالي يوضح خطوات هذه العملية ، ولذلك يحتوى على فئات الدرجات ، ومنتصفات تلك للفئات ، وعلى تكرار كل فئة

فئات الدرجات	منتصفات الفئات	التكرار
١١ - ١٣	١٢	١
١٤ - ١٦	١٥	٣
١٧ - ١٩	١٨	٩
٢٠ - ٢٢	٢١	١٣
٢٣ - ٢٥	٢٤	١١
٢٦ - ٢٨	٢٧	٣
المجموع		٤٠

( جدول ٢٢ )

حساب المنوال من فئات الدرجات

وهكذا نرى أن أكبر تكرار بهذا التوزيع هو ١٣ وهو تكرار الفئة التي تمتد حدودها من ٢٠ إلى ٢٢ وبما أن منتصف هذه الفئة يساوى ٢١ إذن فالدرجة التي تدل على المنوال هي ٢١ .

### ٣ - حساب المنوال من الوسيط والمتوسط

تواجه الباحث أحياناً صعوبات شتى في حساب المنوال ، وخاصة عندما يكثر عدد الفئات التي تحتوى على أكبر تكرار ، كان يدل الجدول السابق على فئة أخرى تكرارها ١٣ مثل تكرار الفئة ٢٠ - ٢٢ التي دل منتصفها المساوى له ٢١ على المنوال .

والطريقة الإحصائية لحساب المنوال تعتمد على الوسيط والمتوسط ، والمعادلة التالية توضح علاقة هذه المقاييس الثلاثة .

$$\text{المنوال} = \text{ثلاثة أمثال الوسيط} - \text{ضعف المتوسط} .$$

أى أن

$$\text{المنوال} = ٣ \times \text{الوسيط} - ٢ \times \text{المتوسط}$$

$$\text{و} \quad ٣\text{ط} - ٢\text{م}$$

حيث يدل الرمز و على المنوال

والرمز ط على الوسيط

والرمز م على المتوسط



وعندما نستخدم هذه المعادلة في حساب النوال للجدول السابق ، علينا أن نستخرج أولاً المتوسط والوسيط بالطريقة التالية :

النوال لدرجات	الحدود الحلقية لثلاث	متصفات الثلاث	التكرار	التكرار المجموع التصاعدي
١١-١٣	١٠,٥-١٣,٥	١٢	١	١
١٤-١٦	١٢,٥-١٦,٥	١٥	٣	٤
١٧-١٩	١٦,٥-١٩,٥	١٨	٩	١٣
٢٠-٢٢	١٩,٥-٢٢,٥	٢١	١٣	٢٦
٢٣-٢٥	٢٢,٥-٢٥,٥	٢٤	١١	٣٧
٢٦-٢٨	٢٥,٥-٢٨,٥	٢٧	٣	٤٠
المجموع			٤٠	

( جدول ٢٨ )

حساب النوال من الوسيط والمتوسط

$$\frac{\text{متصف الثقل} \times \text{التكرار}}{\text{عدد الدرجات}} = \text{المتوسط}$$

$$\frac{٨٣٧}{٤٠} =$$

$$٢٠,٩٢٥ =$$

$$= \left( \frac{\text{متصف الثقل} - \frac{N}{2}}{f} \right) \times f + L$$

$$= ٣ \times \frac{١٣ - \frac{40}{2}}{١٣} + ١٩,٥ =$$

$$\frac{21}{13} \div 19,5 =$$

$$1,615 + 19,5 =$$

$$21,115 =$$

$$\text{المنوال} = 3\text{ ط} - 2\text{ م}$$

$$20,925 \times 2 - 21,115 \times 3 =$$

$$21,850 - 63,345 =$$

$$21,850 \text{ أى } 21,845 \text{ بالتقريب}$$

#### ٤ - حساب المنوال من تكرار الفئات المتجاورة

يمكن حساب المنوال بالاستعانة بتكرار الفئة المنوالية . ويتكرر الفئة السابقة لها والتالية لها أيضاً - وتقوم هذه الفكرة على الإفادة من الارتفاع التكرارى الذى يسبق الفئة المنوالية ويؤدى إليها ، والانخفاض التكرارى الذى يعقبها ويتأثر بها .

فلو لاحظنا تكرار الفئة ١٧ - ١٩ التى تسبق الفئة المنوالية لوجدناه مساوياً ٩ وهذا ارتفاع فى التكرار يؤدى إلى الفئة المنوالية ٢٠ - ٢٢ حيث يصل تكرارها إلى ١٣ . ولو لاحظنا تكرار للفئة ٢٣ - ٢٥ التى تلى الفئة المنوالية لوجدنا أنه يساوى ١١ وهذا يمثل انخفاضاً فى التكرار بعد ما ارتفع فى الفئة المنوالية .

وتتلخص طريقة حساب المنوال فى الخطوات التالية :

المتوال = الحد الأول الحقيقي للفئة المتوالية

تكرار الفئة المتوالية = تكرار الفئة السابقة للمتوالية

$$+ ( \text{تكرار الفئة للمتوالية} - \text{تكرار الفئة السابقة لها} ) + ( \text{تكرار الفئة للمتوالية} - \text{تكرار الفئة لانها لها} ) \times \text{مدى الفئة} .$$

$$= \text{ل} + \frac{\text{تد} - \text{تب}}{(\text{تد} - \text{تب}) + (\text{تد} - \text{تب})} \times \text{ف}$$

حيث ل = الحد الأول الحقيقي للفئة المتوالية

تد = تكرار الفئة المتوالية

تد = تكرار الفئة السابقة للمتوالية

تب = تكرار الفئة التالية للمتوالية

ف = مدى الفئة .

وهكذا يمكن أن نحسب المتوال للتوزيع التكرارى للجدول السابق رقم ٣٨ بالطريقة التالية :

$$\text{ل} = ١٩,٥ \quad \text{تد} = ١٣ \quad \text{تد} = ٩ \quad \text{تب} = ١١ \quad \text{ف} = ٣$$

$$١. \text{ المتوال} = ١٩,٥ + \frac{٩-١٣}{(١١-١٣) + (٩-١٣)} \times ٣$$

$$= ١٩,٥ + ٣ \times \frac{٤}{٢+٤}$$

$$= ١٩,٥ + ٣ \times \frac{٤}{٦}$$

$$= ١٩,٥ + ٢$$

$$= ٢١,٥$$

وهذه هي نفس القيمة التي حصلنا عليها بالطريقة السابقة التي اعتمدت على الوسيط والمتوسط في حسابها للمتوال .

ومن أهم مميزات طريقة تكرار الفئات المتجاورة ذاتها وعدم اعتمادها على الوسيط والمتوسط . ول هذه الخاصية الأخيرة أهميتها في حساب الالتواء كما سلبين ذلك في دراستنا لالتواء المنحنيات التكرارية .

## الخو ا ص الإحصائية للمنوال

### ١ - الدرجات المتطرفة والوسطى

لا يتأثر المنوال بالدرجات المتطرفة ولا بالدرجات الوسطى في التوزيع التكرارى ، وإنما يتأثر بالتكرار نفسه عندما يبلغ نهاية العظمى بالنسبة لدرجة ما أو لفئة ما من الدرجات . فهو من هذه الناحية أكثر ثباتاً واستقراراً من المتوسط والوسيط .

### ب - عدد الفئات ومداه

يتأثر المنوال بعدد فئات التوزيع ومدى الفئة . فكلما قل هذا العدد زاد تبعاً لذلك مدى الفئة وارتفع تكرارها . وكلما كثر هذا العدد بالنسبة لنفس التوزيع السابق قل تبعاً لذلك مدى الفئة وانخفض تكرارها . وهكذا نرى أن المنوال يتنضع في جوهره لاختيار عدد الفئات ومداه .

### ج - تعدد القيم

عندما نتعدد قيم التوزيع التكرارى نتعدد أيضاً قيم المنوال ، فإذا كان للتوزيع قمتان كان لسلك فئة من هذه القيم منوال . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الدرجة	التكرار
٢	١
٣	٤
٤	٨
٥	٥
٦	٣
٧	٣
٨	٦
٩	٨
١٠	٣
١١	١
المجموع	٤٢

( جدول ٣٩ )

توزيع تكرارى ذو قمتين

ويبلغ التكرار فى هذا التوزيع نهايته العظمى ٨ عند الدرجة ٤ ثم يعود ليصل إلى هذه النهاية ثانية عند الدرجة ٩ . أى أن له منوالاً عند الدرجة ٤ ومنوالاً آخر عند الدرجة ٩ .

### فوائد المنوال

يصلح المنوال لنفس الميادين التى يصلح لها المتوسط والوسيط. أى فى المعايير والمقارنة .

وله أهميته فى النواحي التربوية والنفسية وخاصة عندما يراد معرفة العمر المنوالى لمراحل التعليم المختلفة . فمثلا العمر المنوالى لتلاميذ السنة الأولى الابتدائية هو ٦ سنوات . ونسبة الذكاء المنوالية هى ١٠٠ أو ما يقرب منها مثل ٩٩، ١٠١ .

وبما أن عملية حساب المنوال سهلة وسريعة ، لذلك يمكن أحياناً تقدير قيمة المنوال بمجرد النظر للشكل التوزيع التكرارى ، وبذلك تيسر على الباحث تقدير النزعة المركزية تقديرأ مبدئياً .

والمنوال كما سبق أن يينا يدل على الدرجة الأكثر شيوعاً ، فهو لذلك يصلح لمعالجة المشاكل التى تهدف إلى معرفة درجة تركيز الظاهرة وموقعها ، وخاصة فى النواحى الصناعية والتجارية . فناجر الملابس والأحذية يعتمد فى رواج بضاعته على المقاييس الأكثر شيوعاً أو على المقاييس المنوالية .

### ٥ - العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية

١ - تنطبق جميع مقاييس النزعة المركزية على بعضها وتساوى جميعاً فى التوزيع التكرارى الاعتنالى . وتبدو هذه الظاهرة بوضوح عند حساب مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى الاعتنالى المبين بالجدول رقم ٣٥ حيث زى أن

المتوسط = ٥

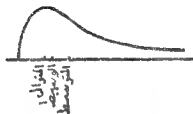
الوسيط = ٥

المنوال = ٥

٢ - عندما يكون التوزيع التكرارى ملتوياً النواء موجباً يمتد الطرف الطويل للمنحنى إلى الجهة اليمنى ويصبح ترتيب مقاييس النزعة المركزية كما يلى :-

المتوسط - الوسيط - المنوال

كما يدل على ذلك الشكل رقم (١١) حيث نيين النقطه الصغيرة الموجودة على قاعدة المنحنى ترتيب المتوسط والوسيط والمنوال .



( شكل ١١ )

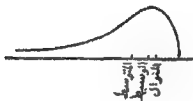
يبين هذا الشكل الانواء الموجب

ويمكن للقارىء أن يتأكد من هذه الظاهرة بحساب جميع مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكرارى الموجب الانواء والمبين بالجدول رقم ١٣ .

٣ - عندما يكون التوزيع التكرارى ملتزماً للتواء سالباً يمتد الطرف الطويل إلى الجهة اليسرى ويصبح ، ترتيب مقاييس انزعة المركزية كما يلى :

المنوال - الوسيط - المتوسط

كما يدل على ذلك الشكل رقم (١٢) حيث تبين النقط الصغيرة الموجودة على قاعدة المنحنى ترتيب المنوال ، والوسيط والمتوسط .



( شكل ١٢ )

يبين هذا الشكل الانواء السالب

وتبدو هذه الظاهرة بوضوح عند حساب مقاييس انزعة المركزية للتوزيع التكرارى السالب الانواء والمبين بالجدول رقم ٣٤ .

## تمارين على الفصل الثالث

- ١ - لحسب متوسط درجات التوزيع التكرارى بالجدول رقم ٢٩ .
- ٢ - لحسب المتوسط بالطريقة المأطولة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٩ .
- ٣ - لحسب المتوسط بالطريقة المختصرة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٣٠ .
- ٤ - لحسب المتوسط الوزنى للتوسطات التالية :

$١٠ = ١^{\text{م}}$	$٢٥ = ١^{\text{م}}$
$١٢ = ٢^{\text{م}}$	$٢٥ = ٢^{\text{م}}$
$١٣ = ٣^{\text{م}}$	$٥٠ = ٣^{\text{م}}$

- ٥ - ناقش أم الخواص الإحصائية والفوائد العملية التطبيقية للتوسط .
- ٦ - لحسب الوسيط للتوزيع التكرارى بالجدول رقم ٢١ .
- ٧ - لحسب الوسيط للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٢ .
- ٨ - ناقش أم الخواص الإحصائية والفوائد العملية التطبيقية للوسيط .
- ٩ - لحسب المنوال للتوزيع التكرارى بالجدول رقم ٢١ .
- ١٠ - لحسب المنوال بطريقة تكرار الفئات المتجاورة للتوزيع التكرارى لفئات درجات الجدول رقم ٢٢ .
- ١١ - ناقش أم الخواص الإحصائية والفوائد العملية التطبيقية للمنوال .
- ١٢ - أذكر العلاقات الإحصائية بين مقياس النزعة المركزية ، ووضع فكرتك برسم أشكال ندل على المنحنيات التكرارية المختلفة ، وبين على كل رسم موقع تلك المقاييس .



## الفصل الرابع

### مقاييس التشتت

ندلأ مقاييس النزعة المركزة على القيم المتوسطة للبيانات العددية أو على مجموعها . وهذه المقاييس لا تكفى وحدها لمعرفة الصفات الإحصائية اللازمة لوصف الظاهرة ، فقد تكون الفروق بين الدرجات بسيطة أو قد تكون واسعة كبيرة رغم تساوى قيم المتوسطات فى كلتا الحالتين . فنوسط للدرجات التالية :

$$12 \quad 9 \quad 6$$

$$9 = \frac{12+9+6}{3} \quad \text{بحسب بالطريقة التالية}$$

ومتوسط الدرجات التالية .

$$24 \quad 2 \quad 1$$

$$9 = \frac{24+2+1}{3} \quad \text{بحسب بالطريقة التالية}$$

أى أن متوسط مجموعة الدرجات الأولى يساوى تماماً متوسط مجموع الدرجات الثانية رغم ما بين المجموعتين من اختلاف واضح .

لهذا يعتمد الوصف الإحصائى لهذه البيانات العددية على قياس تشتت الدرجات واختلافها وتباينها ، كما اعتمد قبل ذلك على قياس متوسطاتها فى نزعتها المركزة .

وتناخص أهم مقاييس التشتت فى المدى الكلى ، والإرباعيات ، والمئينيات . والإحصاريات ، والاعراف المعيارى ، والتباين .

## ١ - المدى الكلى

يحسب المدى بإيجاد الفرق بين أكبر درجة وأصغر درجة ، ثم إضافة واحد. صحيح إلى النتائج كما سبق أن بينا ذلك في حساب مدى الفئة وفي حساب المدى الكلى لمعرفة عدد الفئات . فإذا كانت مثلاً أكبر درجة في التوزيع هى ٨٩ وأقل درجة هى ١٣ ، فالمدى يحسب بالطريقة التالية :

$$\text{المدى الكلى} = ٨٩ - ١٣ + ١ = ٧٧ .$$

ولهذا المدى أهميته في مقارنة التوزيعات المختلفة لمعرفة مدى تشقت الدرجات شرط أن يكون عدد الدرجات في هذه التوزيعات متساوياً . وعندما يختلف عدد الدرجات من توزيع لآخر تبطل فائدة هذا المدى في مقارنة تشقت تلك التوزيعات .

والمدى لا يصلح عابياً للمقارنة لأنه يعتمد فقط على درجتين من درجات التوزيع . الدرجة الكبرى ، والدرجة الصغرى .

## ب - الإرباعيات

الإرباعيات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى إلى أربعة أقسام متساوية ، بحيث تكون درجات التوزيع مرتبة ترتيباً تصاعدياً . (١)

فالإرباعى الأول هو النقطة التى تسبقها ربع الدرجات وتليها ثلاثة أرباع الدرجات ؛ وبذلك تصبح رتبة الإرباعى الأول مساوية لـ ٢٥ حيث تدل به على عدد الدرجات .

(١) عندما تكون الدرجات مرتبة ترتيباً تنازلياً ، أو عندما تحسب الإرباعيات من التكرار المنعكس التنازلى ، فيحول الإرباعى الأول إلى الإرباعى الثالث ويبنى الإرباعى الثانى كما هو وبحول الإرباعى الثالث إلى الإرباعى الأول . ويستفهم هنا على الترتيب التجميع التصاعدى للدرجات حتى لا يختلط الأمر على القارىء .

والإرباعي الثاني هو النقطة التي تسبقها ٢ الدرجات وتليها ٢ الدرجات ،  
وبذلك تصبح رتبة الإرباعي الثاني مساوية ١ -  $\frac{٧٢}{٢} = ٣٦$  أي أن الإرباعي  
الثاني هو الوسيط .  
والإرباعي الثالث هو النقطة التي تسبقها ٢ الدرجات وتليها ٢ الدرجات ،  
وبذلك تصبح رتبة الإرباعي الثالث مساوية ١ -  $\frac{٧٢}{٢}$  .  
ونحسب هذه الإرباعيات بنفس الطريقة التي حسب بها الوسيط مع  
اختلاف بسيط في الخطوة الأولى التي تحدد ترتيب كل إرباعي .  
والجدول التالي يبين خطوات حساب الإرباعيات من التكرار  
المتجمع التصاعدي .

نقاط الدرجات	الحدود الحقيقية للنقاط	التكرار	التكرار للتجمع التصاعدي
٠ - ٢	٠,٥ - ٢,٥	٧	٧
٢ - ٥	٢,٥ - ٥,٥	١٠	١٧
٥ - ٨	٥,٥ - ٨,٥	٢٨	٤٥
٨ - ١١	٨,٥ - ١١,٥	٤٨	٩٣
١١ - ١٤	١١,٥ - ١٤,٥	٦٢	١٥٥
١٤ - ١٧	١٤,٥ - ١٧,٥	٦٧	٢٢٢
١٧ - ٢٠	١٧,٥ - ٢٠,٥	٦١	٢٨٣
٢٠ - ٢٣	٢٠,٥ - ٢٣,٥	٤١	٣٢٤
٢٣ - ٢٦	٢٣,٥ - ٢٦,٥	١٩	٣٤٣
٢٦ - ٢٩	٢٦,٥ - ٢٩,٥	٥	٣٤٨
٢٩ - ٣٠	٢٩,٥ - ٣٢,٥	٢	٣٥٠
المجموع		٣٥٠	

( جدول ٤٠ )

حساب الإرباعيات من التكرار المتجمع التصاعدي

# ١ - طرق حساب الإرباعيات

١ - طريقة حساب الإرباعى الأول :

بما أن ترتيب الإرباعى الأول =  $\frac{n+1}{2}$

$$\frac{3+1}{2} =$$

$$2 =$$

وبما أن هذا للترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدي ٤٥ وأقل من التكرار المتجمع التصاعدي التالى له ٩٣ .

∴ فالإرباعى الأول يمتد في الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٩٣ .  
أى في الفئة ٨,٥ - ١١,٥ بقيمة مقدارها ٨٧,٥ - ٤٥ = ٤٢,٥ .

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوى ٤٨ ومداها ٣ .

$$\therefore \text{الإرباعى الأول} = 8,5 + \frac{45 - 87,5}{48} \times 3$$

$$= 8,5 + \frac{42,5}{48} \times 3$$

$$= 2,5663 + 8,5 =$$

$$= 11,0663$$

$$= 11,1 \text{ تقريباً}$$

## ٢ - حساب طريقة الأربعى الثانى :

بما أن ترتيب الإربعى الثانى  $= \frac{2}{3}$  .

$$\frac{2}{3} =$$

$$\frac{200}{3} =$$

$$170 =$$

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدي ١٥٥ وأقل من المتجمع التصاعدي التالى له ٣٣٣ .

∴ فالإربعى الثانى يمتد فى الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع

$$٢٢٢ \text{ أى فى الفئة } ١٤,٥ - ١٧,٥ \text{ بقيمة مقدارها } ١٧,٥ - ١٥٥ = ٢٠$$

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوى ٦٧ ومداها ٣ .

$$\therefore \text{ الإربعى الثانى } = ١٤,٥ + \frac{١٥٥ - ١٧٥}{١٧} \times ٣$$

$$= \frac{٣ \times ٢٠}{١٧} + ١٤,٥ =$$

$$= ٠,٨٩٥٥ + ١٤,٥ =$$

$$= ١٥,٣٩٥٥ =$$

$$= ١٥,٤ \text{ تقريباً}$$

٣ - طريقة حساب الإرباعي الثالث :

بما أن ترتيب الإرباعي الثالث  $\frac{3}{4} = 0.75$

$$250 \times \frac{3}{4} =$$

$$187.5 =$$

وبما أن هذا الترتيب أكبر من التكرار المتجمع التصاعدي ٢٢٢ وأقل من التكرار المتجمع التصاعدي الثاني له ٢٨٣ .

∴ فالإرباعي الثالث يمتد في الفئة التكرارية المقابلة للتكرار المتجمع ٢٨٣ أى في الفئة ١٧,٥ - ٢٠,٥ بقيمة مقدارها ٢٢٦,٥ - ٢٢٢ = ٤,٥ .

وبما أن تكرار هذه الفئة يساوي ٦١ ومداها ٣

$$\therefore \text{الإرباعي الثالث} = 17,5 + \frac{222 - 187,5}{61} \times 3$$

$$= 17,5 + \frac{34,5}{61} \times 3$$

$$= 17,5 + 1,6918$$

$$= 19,1918$$

$$= 19,5 \text{ تقريباً}$$

ب - نصف مدى الانحراف الإرباعي

يقاس مدى الانحراف الإرباعي بطرح الإرباعي الأول من الإرباعي الثالث.

وبذلك نستبعد الرعين المتطرفين في التوزيع ، ونستخلص من ذلك المنطقة الوسطى للتوزيع ، التي تشمل على نصف الدرجات التكرارية .

أى أن مدى الانحراف الإرباعى = الإرباعى الثالث - الإرباعى الأول .

$$= \text{ب}_3 - \text{ب}_1$$

حيث يدل الرمز  $\text{ب}_3$  على الإرباعى الثالث

ويدل الرمز  $\text{ب}_1$  على الإرباعى الأول

وعندما نطبق هذه الفكرة على مثالنا السابق نجد أن

$$\text{ب}_3 = 19,5 \quad , \quad \text{ب}_1 = 11,1$$

∴ مدى الانحراف الإرباعى =  $\text{ب}_3 - \text{ب}_1$

$$= 19,5 - 11,1$$

$$= 8,4$$

وقد أستخدم إحصائياً على قياس القسمة بنصف مدى الانحراف الإرباعى

أى أن نصف مدى الانحراف الإرباعى =  $\frac{\text{ب}_3 - \text{ب}_1}{2}$

$$= \frac{8,4}{2}$$

$$= 4,2$$

وهذا المقياس لا يتأثر بالقيم المتطرفة في التوزيع التكرارى ، لأننا أستبعدنا

هذه القيم في حسابنا هذا .

## ح - الخواص الإحصائية للإرباعيات

لا تختلف أهم الخواص الإحصائية للإرباعيات عن الخواص الإحصائية للوسيط إذ أن الإرباعيات لا تخرج في جوهرها عن فكرة الوسيط كما يبنّا ذلك في حسابنا لها ؛ بل أن إحداها وهي الإرباعي الثاني هو نفسه الوسيط .

والإرباعي الأول هو النقطة التي نحدد الربع الأول للتوزيع التكرارى ، أى أن ربع هذا التوزيع أهل في ترتيبه من ترتيب الإرباعي الأول .

والإرباعي الثالث هو النقطة التي نحدد الربع الأخير للتوزيع ، أى أن ربع التوزيع أكبر في ترتيبه من ترتيب الإرباعي الثالث .

وبذلك يقع ربع التوزيع التكرارى بين الإرباعى الأول والإرباعى الثانى أو الوسيط ، ويقع أيضاً ربع التوزيع التكرارى بين الإرباعى الثانى أو الوسيط والإرباعى الثالث .

هذا ويختلف فرق الإرباعى الثانى من الإرباعى الثالث عن فرق الإرباعى الأول من الإرباعى الثانى إلا إذا كان التوزيع التكرارى معتدلاً ، فإن هذا الاختلاف يتلاشى ويصبح الفرق الأول مساوياً للفرق الثانى :

وعندما نحسب هذه الفروق في مثالنا السابق نرى أن :

$$\text{الإرباعى الثالث} - \text{الإرباعى الثانى} = ٣٠ - ٣٠$$

$$= ١٩,٥ - ١٥,٤$$

$$= ٤,١$$



والإرباعي الثاني - الإرباعي الأول = ب - ب

$$= 10,4 - 11,1$$

$$= 0,7$$

أى أن ب - ب أصغر من ب - ب

$$ب - ب > ب - ب$$

حيث يدل الرمز > على أصغر من

أى أن المنحنى التكرارى لهذا التوزيع يتفرطح وينسطح في الناحية اليسرى أكثر مما ينسطح في الناحية اليمنى ، أى أنه يعلو في ناحيته اليمنى أكثر مما يعلو في ناحيته اليسرى . أى أن الخوال يقع في الناحية اليمنى . أى أن المنحنى يلتوى لتواء سالباً بقدر يسير لا يكاد يتجاوز ٠,٢ .

وعندما تصبح ب - ب < ب - ب

حيث يدل الرمز < على أكبر من

يصبح المنحنى التكرارى ملتوياً لتواء موجباً لتفرطح الناحية اليسرى ، وعلو الناحية اليمنى ، وبذلك يقع الخوال في الناحية اليسرى .

وعندما تصبح ب - ب = ب - ب

يصبح المنحنى التكرارى اعتدالياً ، حيث يقع خواله في منتصفه تماماً . وينطبق الوسيط والمتوسط .

ويمكن أن تلخص هذه التواحي المختلفة فيما يلى .

$$١ - ب - ب > ب - ب \quad \text{التواء سالب}$$

$$٢ - ب - ب < ب - ب \quad \text{التواء موجب}$$

٣.  $p = p = p = p = p$  منحني اعتدالي غير ملتوي  
والمثال التالي يوضح فكرة تساوي الفروق الإرباعية بالنسبة للمنحنى  
الاعتدالي. والجدول التالي يبين توزيعاً تكرارياً معتدلاً لتكرار ٦٤ درجة.

الدرجة	المسود المقيية	التكرار	التكرار للمجموع التصاعدي
٠	٠,٥ - ٠,٥	١	١
١	١,٥ - ٠,٥	٦	٧
٢	٢,٥ - ١,٥	١٥	٢٢
٣	٣,٥ - ٢,٥	٢٠	٤٢
٤	٤,٥ - ٣,٥	١٥	٥٧
٥	٥,٥ - ٤,٥	٦	٧٣
٦	٦,٥ - ٥,٥	١	٦٤
المجموع		٦٤	

جدول (٤١)

حساب الإرباعيات لتوزيع التكراري الاعتدالي

$$١ \times \frac{٧ - \frac{٦٤}{٤}}{١٥} + ١,٥ = \text{الإرباعي الأول } p$$

$$\frac{١}{١٥} + ١,٥ =$$

$$٢,١ =$$

$$١ \times \frac{٢٢ - \frac{٦٤}{٢}}{٢٠} + ٢,٥ = \text{الإرباعي الثاني } p$$

$$\frac{١}{٢} + ٢,٥ =$$

$$٣ =$$

$$1 \times \frac{42 - 3.9}{10} + 3.9 = \text{الإرباعي الثالث ب} =$$

$$\frac{3}{10} + 3.9 =$$

$$3.9 =$$

ومن هذا نرى أن:

$$3 - 3.9 = \text{ب} - \text{ب} =$$

$$0.9 =$$

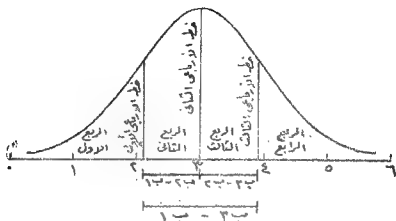
$$2.1 - 3 = \text{ب} - \text{ب} =$$

$$0.9 =$$

$$\text{أى أن ب} - \text{ب} = \text{ب} - \text{ب} =$$

أى أن هذا المنحنى منحنى اعتدالى لا التواء فيه..

والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



شكل (١٣)

تساوى فروق الإرباعيات في المنحنى الاعتدالى التكرارى

ويمكن أن نستنتج من هذا أيضاً مدى الانحراف الإرباعي كما يبدو في الرسم بالطريقة التالية :

$$٣٠ - ٢٠ = ١٠$$

$$٢٠ - ١٠ = ١٠$$

وبذلك يصبح نصف مدى الانحراف الإرباعي لهذا التوزيع كما يبدو في الرسم مساوياً لـ

$$\frac{١٠}{٢} = ٥$$

أي أن نصف مدى الانحراف الإرباعي يساوي في هذه الحالة الاعتدالية للفرق بين الإرباعي الثالث والثاني . ويساوي أيضاً للفرق بين الإرباعي الثاني والأول .  
أي أن :

$$٣٠ - ٢٠ = ٢٠ - ١٠ = ١٠$$

وبذلك عندما يكون التوزيع التكراري اعتدالياً

## ٥ - الفوائد العملية التطبيقية للإرباعيات

### ١ - قياس التشتت

تصلح الإرباعيات لقياس التشتت وخاصة نصف مدى الانحراف الإرباعي كما بينا ذلك في تحليلنا السابق. ويمتاز هذا المقياس الأخير عن المقاييس الأخرى بالتشتت وخاصة الانحراف المعياري بأنه أسهل منه في حسابه وأسرع وأبسط

في معناه وأوضح . لكنه لا يخضع للمعالجة الجبرية التي يخضع لها الانحراف المعياري . لذلك كان استخدامه قاصراً على الحالات التي يراد فيها حساب مقياس سريع للتشتت .

## ٢ - المعايير والمستويات

للإرباعيات أهمية قصوى في معرفة نقط التوزيع التكراري التي تحدد المستويات العليا والوسطى والدنيا للدرجات . فالإرباعي الأول مثلاً يحدد النسبة المئوية المساوية لـ ٢٥ والإرباعي الثاني يحدد النسبة المئوية المساوية لـ ٥٠ والإرباعي الثالث يحدد النسبة المئوية المساوية لـ ٧٥ أي أن الإرباعيات بهذا المعنى تحدد المستويات المختلفة للضعيف والمتوسط والممتاز . فهمي تصلح لتقنين الاختيارات والمقاييس المختلفة والكشف عن معاييرها ومستوياتها وتحديداتها تحديداً دقيقاً .

## ٣ - المئينيات والإعشاريات

المئينيات هي النقط التي تقسم التوزيع التكراري إلى أجزاء مئوية ، والإعشاريات هي النقط التي تقسم التوزيع التكراري إلى أجزاء عشرية ، كما قسمته الإرباعيات إلى أربعة أقسام : كل قسم يحدد ربع التوزيع التكراري .

### ١ - طرق حساب المئينيات والإعشاريات

لا تختلف طريقة حساب المئينيات أو الإعشاريات عن طريقة حساب الإرباعيات إلا في الخطوة الأولى التي تقرر ترتيب الإرباعي وترتيب المئيني أو الإعشاري ، كما اختلفت الإرباعيات عن الوسيط في نفس تلك الخطوة . فعند حساب ترتيب الوسيط يقسم عدد الدرجات على ٢ أي ترتيب الوسيط يساوي ٢ لأنه يقسم التوزيع التكراري إلى نصفين ، وهو بذلك يقع في

منتصف التوزيع . وعند حساب ترتيب الإرباعيات نقسم عدد الدرجات على أربعة ، وبذلك يصبح ترتيب الإرباعي الأول مساوياً لـ  $\frac{1}{4}$  ، وترتيب الإرباعي الثاني مساوياً لـ  $\frac{2}{4}$  أى  $\frac{1}{2}$  ، وترتيب الإرباعي الثالث مساوياً لـ  $\frac{3}{4}$  .

وهكذا يمكن أن نستنتج طريقة حساب المئينيات والإعشاريات ، فترتيب المئين الأول يساوي  $\frac{1}{100}$  وترتيب المئين الثاني يساوي  $\frac{1}{1000}$  وترتيب المئين رقم ٩٩ يساوي  $\frac{1}{10000}$  وهكذا بالنسبة لبقية المئينيات .

وتسمى المتغيرات ١٠، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ٥٠، ٦٠ بالإعشاريات. وهكذا يصبح ترتيب الإعشاري الأول مساوياً لـ  $\frac{١٠}{١٠٠}$  أي  $\frac{١}{١٠}$  وترتيب الإعشاري الثاني مساوياً لـ  $\frac{٢٠}{١٠٠}$  أي  $\frac{٢}{١٠}$  وهكذا بالنسبة لبقية الإعشاريات ومن هنا جاءت تسمية هذه المتغيرات بالإعشاريات.

وبنفس هذه الطريقة يمكن أن نقسم التوزيع التكرارى إلى تساعيات أو سباعيات أو غير ذلك من الأقسام المختلفة تبعاً لرغبة الباحث وهدف البحث . ويعتمد كل قسم من هذه التقسيمات على تحديد ترتيب القسم .

والجدول التالي يبين خطوات حساب المئينات والإعشاريات من التكرار.  
التجميع التصاعدي .

ثلاث الدرجات	الحدود الحدية	التكرار	التكرار التجميع التصاعدي
٤ - ٠	٤,٥ - ٠,٥	٢	٢
٩ - ٥	٩,٥ - ٤,٥	٣	٥
١٤ - ١٠	١٤,٥ - ٩,٥	٨	١٣
١٩ - ١٥	١٩,٥ - ١٤,٥	٢٩	٤٢
٢٤ - ٢٠	٢٤,٥ - ١٩,٥	٥١	٩٣
٢٩ - ٢٥	٢٩,٥ - ٢٤,٥	٧٢	١٦٥
٣٤ - ٣٠	٣٤,٥ - ٢٩,٥	٩٧	٢٦٢
٣٩ - ٣٥	٣٩,٥ - ٣٤,٥	٤٨	٣١٠
٤٤ - ٤٠	٤٤,٥ - ٣٩,٥	٢٤	٢٣٤
٤٩ - ٤٥	٤٩,٥ - ٤٤,٥	١٥	٢٤٩
٥٤ - ٥٠	٥٤,٥ - ٤٩,٥	١	٢٥٠
المجموع		٣٠٥	

( جدول ٤٧ )

حساب المئينات والإعشاريات من التكرار التجميع التصاعدي

ولحساب المئين الأول نطبق الخطوات التالية :

$$٣,٥ = ١ \times \frac{٣ - ٠}{١ - ٠}$$

$$\therefore \text{المئين الأول} = ٤,٥ + \frac{٢ - ٣,٥}{٣} \times ٥$$

$$٢,٥ + ٤,٥ =$$

$$٧ =$$

وبنفس هذه الطريقة يمكن حساب المئينيات الأخرى .  
ولحساب الإشارى الأول نتبع الخطوات التالية .

$$٣٥ = ١ \times \frac{٣٥}{١} = \text{ترتيب الإشارى الأول}$$

$$\bullet \times \frac{١٢ - ٣٥}{١} + ٤,٥ = \text{الإشارى الأول}$$

$$\bullet \times \frac{٢٧}{١} + ١٤,٥ =$$

$$\frac{١١}{١} + ١٤,٥ =$$

$$٣,٧٩٣١ + ١٤,٥ =$$

$$١٨,٢٩٣١ =$$

$$١٨,٣ =$$

هذا ويمكن تنظيم حساب المئينيات أو الإشاريات في الجدول التالى الذى  
يشتمل على جميع الخطوات الأساسية لإجراء تلك العمليات المختلفة .



النقط المبدئية	الحد الأول الحقيقي للقيمة المبدئية	تكرار القيمة المبدئية	الفرق	العكس الفرق المربع	الترتيب المبدئي	الرتب المبدئية
$18,3 = 0 \times \frac{27}{11} + 14,0$	14,0	29	22	13	25	10
$22,2 = 0 \times \frac{26}{11} + 19,0$	19,0	51	28	42	70	20
$20,3 = 0 \times \frac{17}{11} + 24,0$	24,0	72	12	43	100	30
$27,8 = 0 \times \frac{27}{11} + 24,0$	24,0	72	47	43	140	40
$20,0 = 0 \times \frac{11}{11} + 29,0$	29,0	97	10	160	170	50
$21,8 = 0 \times \frac{10}{11} + 29,0$	29,0	97	40	160	210	60
$22,6 = 0 \times \frac{6}{11} + 29,0$	29,0	97	80	160	240	70
$26,4 = 0 \times \frac{16}{11} + 24,0$	24,0	48	18	262	280	80
$20,0 = 0 \times \frac{2}{11} + 29,0$	29,0	24	0	310	310	90

( جدول ٤٣ )

المتغيرات الأساسية لحساب التنبؤات أو الاستعارات

هذا ويدل العمود الأول على الرتب المثبتة ١٠، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ٥٠، ٦٠، ٧٠، ٨٠، ٩٠، ١٠٠. ويدل العمود الثاني على ترتيب تلك الرتب فمثلا ترتيب المثني العاشر يساوى  $10 \times 3 = 30$  وترتيب المثني الـ ٢٠ يساوى  $20 \times \frac{3}{2} = 30$  وهكذا بالنسبة لبقية المثبتات الأخرى. ويدل العمود الثالث على التكرار المتجمع السابق للترتيب المثني وترصد قيم هذا العمود من الجدول السابق رقم ٤٢، فمثلا التكرار المتجمع السابق للرتبة المثبتة العاشرة التي ترتيبها ٣٥ يساوى ١٣ والتكرار المتجمع السابق للرتبة المثبتة الـ ٢٠ التي ترتيبها ٧٠ هو ٤٢. ويدل العمود الرابع على امتداد الترتيب المثني في الفئة المثبتية وبحسب بطرح أعداد العمود الثالث من مقابلاتها في العمود الثاني ويساوى هذا الفرق  $35 - 13 = 22$  بالنسبة للمثني العاشر. ويدل العمود الخامس على تكرار الفئة المثبتية، ويدل العمود السادس على الحد الحقيقي الأول للفئة المثبتية. ويدل العمود السابع على الحساب النهائي للنقط المثبتية كما سبق أن بينا ذلك في حساب المثني العاشر أو الإحصاء الأول للجدول رقم ٤٣.

## ب — الخواص الإحصائية للمثبتات والإعشاريات

لأنكاد نختلف الخواص الإحصائية للمثبتات والإعشاريات عن خواص الإرباعيات إلا في نواح يسيرة تقوم في جوهرها على كثرة عدد المثبتات والإعشاريات عن عدد الإرباعيات. ولهذا الكثرة أثرها في تغيير الصورة العامة النهائية للتقسيم المثني أو الإحصاء.

وتؤدى بنا دراسة للنقط المثبتية بالجدول السابق رقم ٤٤ إلى أن ندرك أنها تتباعد عن بعضها في الأطراف وتتقارب في الوسط. فالفرق بين قيمة المثني الـ ٣٠ وقيمة المثني العاشر يساوى  $30 - 22,2 = 7,8$  والفرق بين قيمة المثني الـ ٦٠ وقيمة المثني الـ ٥٠ يساوى  $60 - 31,8 = 28,2$  والفرق

بين قيمة المثني الـ ٩٠ وقيمة المثني الـ ٨٠  $40,5 = 36,4 - 4,1$   
وهكذا نرى أن هذه الفروق تقل في المنتصف وتزداد في الأطراف  
والجدول التالي يوضح هذه الفكرة .

الرتب المثنية	النقط المثنية	فروق النقط المثنية
١٠	١٨,٣	٣,٩
٢٠	٢٢,٢	٣,١
٣٠	٢٥,٣	٣,٥
٤٠	٢٧,٨	٢,٢
٥٠	٣٠,٠	١,٨
٦٠	٣١,٨	١,٨
٧٠	٣٣,٦	٢,٨
٨٠	٣٦,٤	٤,١
٩٠	٤٠,٥	

جدول ( ٤٤ )

التباعد الطرق والتقارب المركزي لفروق النقط المثنية

ومن هنا نرى أن فروق النقط المثنية تقل بالقرب من مناطق تركيز  
التوزيع التكراري وتزداد بالقرب من المناطق التي يتخفف فيها هذا التوزيع  
من أغلب تكراره . أي أن الفروق الفردية تزداد حساسيتها بالقرب من  
المناطق الوسطى وتضعف هذه الحساسية بالقرب من المناطق المتطرفة ،  
وذلك لأن التغيرات الضيقة الصغيرة في الدرجات تؤثر تأثيراً كبيراً في مراتب  
النقط المثنية الوسطى ، والتغيرات الواسعة الكبيرة في الدرجات تؤثر تأثيراً  
قليلًا في مراتب النقط المثنية المتطرفة

وبما أن هذه المثنيات تستخدم في تحديد مستويات الأفراد بالمسبة للدرجات

القياس القائم اختصاراً كان أم امتحاناً أم غير ذلك من الوسائل الأخرى . إذن  
فذلك النقط المئينية تبلغ في قياس فروق تلك المستويات عند منتصف التوزيع ،  
وتتخفف كثيراً في قياسها لتلك الفروق عند الأطراف الدنيا والعليا .  
وإذا يستحسن تجزئة المناطق المتطرفة إلى نقط مئينية متعددة متقاربة ،  
وبذلك ننتظم هذه النقط في الصورة المعدلة التالية :

٩٩ ، ٩٥ ، ٩٠ ، ٨٥ ، ٨٠ ، ٧٥ ، ٧٠ ، ٦٥ ، ٦٠ ، ٥٥ ، ٥٠ ، ٤٥ ، ٤٠ ، ٣٥ ، ٣٠ ، ٢٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ٥ ، ٠ ، ١

حتى نساوي بين الانبساط الطرفي والانقباض المركزي إلى حد كبير ،  
ونصلح من أمر هذه المئينات لتصبح قادرة في تنظيمها الجديد على توضيح  
البيانات الرقمية توضيحاً أقرب إلى الدقة العلية من التنظيم السابق .

## ٢ - الفوائد العلية والتطبيقية للمئينات والاعشاريات

عأن المئينات والاعشاريات تقسم التوزيع التكراري إلى ما هو أكبر من ،  
وما هو أقل من حد فاصل معين ، إذن فهي بذلك تحدد مستويات متدرجة  
للبيانات الرقمية التي يشتمل عليها التوزيع فالمئين العاشر مثلاً يبين بوضوح جميع  
قيم الدرجات التي تقل عن مستواه . وبدراسة مثالنا السابق المبين بالجدول  
رقم ٤٤ نرى أن أى درجة تقل عن ١٨,٣ تقل عن المئين العاشر أو الإحصاري  
الأول ، أى أن مستوى جميع الأفراد الذين حصلوا على درجات تمتد من صفر  
إلى ١٨ هو أضعف المستويات بالنسبة لتدرجنا القياسي لمستويات الدرجات ،  
وأن أى درجة تقل عن ٣٠ تقل بذلك عن المئين الـ ٥٠ أو الإحصاري الخامس ،  
أى أن النقطة المئينية التي تقسم عند ٣٠ تحدد تماماً هذا المستوى المتوسط  
في التدرج .

وهكذا نصلح هذه الطريقة إلى حد كبير في تحديد مستويات ومعايير الأفراد

في أى اختبار . وتبدو أهمية هذه المعايير في فهمنا للدرجات الخام التي يحصل عليها الفرد . وذلك لأن هذه الدرجات تكتسب معنى واضحاً عندما تنسب إلى مستويات الجماعة التي أجرى عليها الاختبار . وعندما تكون هذه الجماعة كبيرة ومثلة تماماً لجميع الأفراد الذين يحتمل انبعاثهم إليها وعندما يجذب التوزيع التكرارى للدرجات بحيث يقترب من التوزيع الاحتمالى فإن هذه الميثلات تصبح مقاييس ومعايير صالحة للمقارنة والمقابلة بين درجات أى فرد في ذلك الاختبار والمستويات التي حددتها درجات تلك الجماعة .

فإذا أجرى اختبار الذكاء على آلاف الأفراد الذين تمتد أعمارهم مثلاً من ٦ سنوات إلى ٧ سنوات ثم حسبنا النقاط المئينية لدرجات هؤلاء الأفراد ، أمكن اتخاذ هذه النقاط معايير لتحديد مستويات ذكاء أى فرد يمتد عمره الزمنى من ٦ سنوات إلى ٧ سنوات .

هذا ونستطيع أن نمتد بتلك المعايير إلى جميع الأعمار بحيث نحدد لكل عمر زمنى نقطة المئينية المتدرجة .

وبما أن هذه النقاط المئينية تحدد منتصف درجات كل اختبار عند المئينى العاشر أو الإحصارى الخامس ، إذن فهى بذلك تنسب جميع التوزيعات التكرارية إلى منتصف واحد ثابت وهكذا نستطيع أن نقارن نتائج الاختبارات المختلفة بمقارنة نقطها المئينية ؛ أو أن نقارن نتائج الجماعات المختلفة بالنسبة لاختبار واحد وذلك بمقارنة نقطها المئينية أيضاً . كما قارنا نتائج الفرد بالنسبة للمعايير التي تحددها نتائج الجماعة .

### ٥ - تقريب النقاط المئينية

يختلف تقريب النقاط المئينية اختلافاً واضحاً عن القواعد العادية للتقريب . التي عالجناها في الفصل الأول من هذا الكتاب . فالرتبة المئينية العاشرة التي

تساوى قيمتها ١٨,٣ تقرب إلى ١٩ بالرغم من أن ٠,٣ أقل من ٠,٥ والرتبة المئينية الـ ٢٠ التي تساوى قيمتها ٢٢,٢ تقرب قيمتها إلى ٢٣ والجدول التالي يوضح فكرة تقريب النقط المئينية المبينة بالجدول السابق رقم ٤٤ .

الرتب المئينية	النقط المئينية	النقط المئينية المقربة
١٠	١٨,٣	١٩
٢٠	٢٢,٢	٢٣
٣٠	٢٥,٣	٢٦
٤٠	٢٧,٨	٢٨
٥٠	٣٠,٠	٣٠
٦٠	٣١,٨	٣٢
٧٠	٣٣,٦	٣٤
٨٠	٣٦,٤	٣٧
٩٠	٤٠,٥	٤١

جدول ( ٤٥ )

النقط المئينية المقربة

والسبب الذى من أجله رفعت قيمة هذه النقط المئينية إلى الرقم الصحيح التالى لها عند التقريب يبدى واضحاً عندما ندرك أن الدرجة ١٨ تلخص المدى الذى يمتد من ١٧,٥ إلى ١٨,٥ وأن الدرجة ٢٢ تلخص المدى الذى يمتد من ٢١,٥ إلى ٢٢,٥؛ فأى كسر يقترن بالدرجة يجاوز بها حدها الأعلى ويقترن بها من الرقم الصحيح التالى لها . وبذلك يصبح معنى النقطة المئينية العاشرة بعد تقريبها ورفعها إلى ١٩ أن هذه الدرجة أكبر مما حصل عليه ١٠ ٪ من مجموع أفراد هذه الجماعة ويصبح معنى النقطة المئينية الـ ٩٠ بعد تقريبها ورفعها إلى ٩١ أن هذه الدرجة أكبر مما حصل عليه ٩٠ ٪ من مجموع أفراد هذه الجماعة .

## هـ - الانحراف المعياري

الانحراف المعياري أهم مقاييس التشتت . وهو يقوم في جوهره على حساب انحرافات الدرجات عن متوسطها كما تدل تسميته عليه . فإذا حسبنا متوسط الدرجات التالية :

$$2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

وجدنا أنه يساوي ٤ وعند ما نحسب انحرافات الدرجات عن متوسطها بالطريقة التالية :

$$\text{انحراف الدرجة } 2 \text{ عن المتوسط} = 2 - 4 = -2$$

$$\text{انحراف الدرجة } 3 \text{ عن المتوسط} = 3 - 4 = -1$$

$$\text{انحراف الدرجة } 4 \text{ عن المتوسط} = 4 - 4 = 0$$

$$\text{انحراف الدرجة } 5 \text{ عن المتوسط} = 5 - 4 = 1$$

$$\text{انحراف الدرجة } 6 \text{ عن المتوسط} = 6 - 4 = 2$$

ثم نجمع هذه الانحرافات ، نرى أن

$$\text{مجموع الانحرافات عن المتوسط} = -2 - 1 + 0 + 1 + 2 = 0 \text{ صفر}$$

وعند ما نريد أن نقيس التشتت بحساب متوسط هذه الانحرافات وذلك بقسمة مجموعها على عددها نحول المشكلة إلى الصورة التالية :

$$\frac{-2 - 1 + 0 + 1 + 2}{5} = \text{متوسطات الانحرافات}$$

$$= \frac{\text{صفر}}{5}$$

وهكذا لا نستطيع قياس التشتت بهذه الطريقة التي تعتمد على حساب

متوسط الانحرافات . وقد استعان كارل بيرسون Kari Pearson سنة ١٨٩٣ على حل تلك المشكلة بتربيع الانحرافات ليتخلص من تلك العلامات السالبة ،

ثم بحساب متوسط مربعات الانحرافات ، وبذلك يتحول مثالنا السابق إلى الصورة التالية .

مجموع مربعات الانحرافات =  $(0 \times 0) + (1 - 1 \times 1) + (2 - 2 \times 2)$

$$= (2 \times 2) + (1 \times 1) +$$

$$4 + 1 + 0 + 1 + 4 =$$

$$10 =$$

متوسط مربعات الانحرافات =  $\frac{10}{5}$

$$2 =$$

وقد عاد يرسون ليستخرج الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات ، وسمى ناتج هذه العملية بالانحراف المعياري . وبذلك يصبح الانحراف المعياري

لمثالنا هذا هو الانحراف المعياري  $\sqrt{2}$

$$1.41 =$$

أي أن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات .

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات الانحرافات}}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع (الدرجة - المتوسط)}^2}{\text{عدد الدرجات}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum (m - M)^2}{n}}$$

حيث يدل الرمز م على الدرجة

والرمز م على المتوسط

والرمز n على عدد الدرجات



وإذا رمزنا إلى الانحراف بالرمز  $\epsilon$  ، تصبح

$$\epsilon = s - m$$

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\sum \epsilon^2}{n}}$$

## ١ - طرق حساب الانحراف المعياري

### ١ - حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام

تعتمد طريقة حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام اعتماداً مباشراً على المعادلة السابقة التي تقوم في جوهرها على حساب مربعات الانحرافات .  
والجدول التالي يوضح هذه الفكرة .

الدرجات	الانحرافات عن المتوسط	مربعات الانحرافات
٢	٨ -	٦٤
٦	٤ -	١٦
٨	٢ -	٤
١٠	٠	٠
١٢	٢ +	٤
١٥	٥ +	٢٥
١٧	٧ +	٤٩
$\Sigma = ٧٠$	$\Sigma = ٠$	$\Sigma = ١٦٢$

جدول ( ٥١ )

حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام

وتتلخص خطوات حساب الانحراف المعياري لدرجات الجدول السابق.

فيما يلي

$$70 = \text{مجموع الدرجات}$$

$$7 = \text{عدد الدرجات}$$

$$10 = \text{متوسط الدرجات}$$

$$10 =$$

ثم نحسب الانحرافات عن المتوسط، ويرفع كل انحراف من هذه الانحرافات، فمثلا انحراف الدرجة الأولى 2 عن المتوسط  $10 - 2 = 8$

$$\text{ومربع هذا الانحراف} = 8 \times 8 = 64$$

$$162 = \text{ومجموع مربعات الانحرافات}$$

$$\frac{162}{7} = \text{ومتوسط مجموع مربعات الانحرافات}$$

$$23,14 =$$

$$\sqrt{23,14} = \text{٠. الانحراف المعياري}$$

$$4,81 =$$

ويمكن أن نستعين بمعادلة الانحراف المعياري في الوصول لتلك النتيجة وذلك بمعرفة أن.

$$7 = n \quad , \quad 162 = \sum x^2$$

$$\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} = \text{ربما أن الانحراف المعياري}$$

$$\sqrt[11]{V} = \text{الانحراف المعياري}$$

$$4.81 =$$

## ٢ - حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية

تعتمد الانحرافات في جورها على المتوسط . ولذا يجب أن نحسب قيمة هذا المتوسط قبل أن نستطيع حساب الانحرافات كما بينا ذلك في مثالنا السابق . والجدول التالي يبين حساب المتوسط للدرجات التكرارية

الدرجة	التكرار	التكرار $\times$ الدرجة
٤	٢	$8 = 4 \times 2$
٥	٣	$15 = 5 \times 3$
٦	٣	$18 = 6 \times 3$
٩	١	$9 = 9 \times 1$
١٠	١	$10 = 10 \times 1$
المجموع	١٠	٦٠
المتوسط		$6 = \frac{60}{10}$

( جدول ٤٧ )

حساب المتوسط: نُمَيِّدُ حساب الانحرافات

ثم نحسب بعد ذلك الانحرافات الدورات وذلك بطرح المتوسط من كل درجة من درجات الجدول السابق . فانحراف الدرجة الأولى ٤ هو ٤ - ٦ = - ٢ . ونحسب بعد ذلك مربعات الانحرافات تمهيداً لحساب الانحراف المعياري . ومربع الانحراف السابق يساوي  $٢ - ٢ \times ٢ = ٤$  . لكن لكل درجة من درجات ذلك الجدول تكراراً خاصاً بها . إذن مربعات الانحرافات الدرجات تخضع لهذا التكرار الذي تخضع له الدرجة ، لذلك نحسب مجموع مربعات الانحرافات كل درجة وذلك بضرب المربع الانحرافي في تكراره . وهو في مثالنا هذا يساوي  $٤ \times ٢ = ٨$  ثم نجمع هذه النواتج في عدد نرائ واحد لنستخرج متوسطها وذلك بقسمة مجموعها على عدد الدرجات أو على مجموع التكرار . ونحسب بعد ذلك الجذر التربيعي لذلك الناتج لنحصل على الانحراف المعياري .

والجدول التالي يبين خطوات حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية السابقة الميئة بالجدول رقم ٤٧ .

الدرجة س	التكرار ت	الانحراف ع	مربع الانحراف ع <sup>٢</sup>	التكرار - مربع الانحراف ت × ع <sup>٢</sup>
٤	٢	٢ -	٤	$٨ = ٤ \times ٢$
٥	٣	١ -	١	$٣ = ١ \times ٣$
٦	٣	٠	٠	$٠ = ٠ \times ٣$
٩	١	٣ +	٩	$٩ = ٩ \times ١$
١٠	١	٤ +	١٦	$١٦ = ١٦ \times ١$
المجموع	١٠	.		٣٦

( جدول ٤٨ )

حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية

أى أن المجموع النهائي لمربعات الانحرافات التكرارية يساوى ٣٦ ، وبما أن عدد هذه الانحرافات يساوى ١٠ لأنه يساوى عدد الدرجات ويساوى أيضاً بمجموع التكرار إذن فتوسط مربعات الانحرافات التكرارية بحسب بالطريقة التالية :

$$\text{متوسط مربعات الانحرافات التكرارية} = \frac{36}{10} = 3,6$$

لكن الانحراف المعياري =  $\sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات التكرارية}}$

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \sqrt{3,6} \\ = 1,9 \text{ تقريباً}$$

هذا ويمكن أن نستخدم رموز الجدول السابق رقم ٤٨ في حساب الانحراف المعياري بالطريقة التالية :

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{(t \times x^2)}{n}}$$

وإذا علمنا أن

$$n = 10 \quad 6 \quad 36 = (t \times x^2)$$

$$\therefore \text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{36}{10}}$$

$$= \sqrt{3,6}$$

$$= 1,9 \text{ تقريباً}$$

### ٣ - حساب الانحراف المعياري لبيانات الدرجات بالطريقة المختصرة

كان لزاماً علينا أن نعالج أولاً الطريقة المطولة لحساب الانحراف المعياري لفئات الدرجات التكرارية كما سبق أن اتبعنا هذا المنهج في تحليلنا لطرق حساب المتوسط . لكن يحول بيننا وبين تحليل الطريقة المطولة كثرة كسورها العشرية للانحرافات المختلفة إلى الحد الذي قد يعوق القارئ عن فهم جوهر الطريقة . وخير لنا أن نصل إلى الهدف الذي نسعى إليه بتحليلنا للطريقة المختصرة التي سيعتمد عليها القارئ بعد ذلك في حساب الانحراف المعياري ، بدلاً من أن نقدم لهذا الهدف وسائل قد تعوق الفهم الصحيح للغاية التي نسعى لها ، وقد نحجبها وراء ستار من الكسور العشرية الطويلة .

هذا وتعتمد الطريقة المختصرة لحساب الانحراف المعياري على ما اعتمدت عليه الطريقة المختصرة لحساب المتوسط . فهي لذلك تفرض أن مدى الفئة يساوي بدلاً من المدى الحقيقي لها ، وتفرض متوسطاً تخمينياً في أي فئة ما تقترب من وسط التوزيع التكراري ، وتجعل قيمة هذا المتوسط مساوية للصفر . ثم تحسب الانحرافات عن هذا الصفر ، بحيث تصبح انحرافات الفئات الأقل منه متسلسلة بالطريقة التالية :

$$- ١ - ٢ - ٣ ، ٠٠٠$$

وتصبح انحرافات الفئات الأكبر منه متسلسلة بالطريقة التالية :

$$+ ١ + ٢ + ٣ ، ٠٠٠$$

في انتقائها بعيداً عن ذلك المتوسط الفرعي نحو أطراف التوزيع .

ثم يحسب متوسط الانحرافات التكرارية ومتوسط مربعات الانحرافات التكرارية بنفس الطريقة التي بيناها في حسابنا للانحراف المعياري للدرجات التكرارية .

ثم يصحح التقدير الفردي للفئة والمتوسط والانحراف بالمعادلة التالية.  
التي تعطيان النتيجة النهائية للانحراف المعياري .

الانحراف المعياري = عدى الفئة  $\times$  متوسط مربعات الانحرافات - مربع متوسط الانحرافات

والجدول التالي يبين الخطوات الحسابية الأساسية لهذه العملية .

فئات الدرجات	التكرار ت	الانحراف ح	التكرار $\times$ الانحراف ت $\times$ ح	مربع الانحراف ح <sup>2</sup>	التكرار $\times$ مربع الانحراف ت $\times$ ح <sup>2</sup>
٠ - ٤	٢	٥ -	٢ $\times$ ٥ - = ١٠ -	٢٥	٢ $\times$ ٢٥ = ٥٠
٥ - ٩	٣	٤ -	٣ $\times$ ٤ - = ١٢ -	١٦	٣ $\times$ ١٦ = ٤٨
١٠ - ١٤	٨	٢ -	٨ $\times$ ٢ - = ٢٤ -	٩	٨ $\times$ ٩ = ٧٢
١٥ - ١٩	٢٩	٢ -	٢٩ $\times$ ٢ - = ٥٨ -	٤	٢٩ $\times$ ٤ = ١١٦
٢٠ - ٢٤	٥١	١ -	٥١ $\times$ ١ - = ٥١ -	١	٥١ $\times$ ١ = ٥١
٢٥ - ٢٩	٧٢	صفر	٧٢ $\times$ صفر = صفر	صفر	٧٢ $\times$ صفر = صفر
٣٠ - ٣٤	٩٧	١ +	٩٧ $\times$ ١ = ٩٧	١	٩٧ $\times$ ١ = ٩٧
٣٥ - ٣٩	٤٨	٢ +	٤٨ $\times$ ٢ = ٩٦	٤	٤٨ $\times$ ٤ = ١٩٢
٤٠ - ٤٤	٢٤	٣ +	٢٤ $\times$ ٣ = ٧٢	٩	٢٤ $\times$ ٩ = ٢١٦
٤٥ - ٤٩	١٥	٤ +	١٥ $\times$ ٤ = ٦٠	١٦	١٥ $\times$ ١٦ = ٢٤٠
٥٠ - ٥٤	١	٥ +	١ $\times$ ٥ = ٥	٢٥	١ $\times$ ٢٥ = ٢٥
المجموع	٣٥٠		١٧٥		١١٠٧

( جدول ٤٩ )

حساب الانحراف المعياري لفئات التكرارات بالطريقة المختصرة

وحساب الانحراف المعياري لفئات درجات الجدول السابق تتبع  
الخطوات التالية :

$$\frac{179}{300} = \text{متوسط الانحراف}$$

$$0,5 =$$

$$\frac{1107}{300} = \text{متوسط مربعات الانحرافات}$$

$$3,1629 =$$

$$\text{وبما أن الانحراف المعياري} =$$

مدى القسمة  $\sqrt{\text{متوسط مربعات الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات}}$

$$\sqrt{(0,5) - 3,1629} =$$

$$\sqrt{0,25 - 3,1629} =$$

$$\sqrt{2,9129} =$$

$$1,7067 \times 0 =$$

$$= 8,0 \text{ بالتقريب}$$

هذا ويمكن أن نستعين برموز الجدول السابق في صياغة معادلة الانحراف المعياري صياغة رمزية مختصرة بالطريقة التالية.

$$\frac{\sum (n \times x^2)}{n} = \text{متوسط مربعات الانحرافات}$$

$$\frac{\sum (n \times x)}{n} = \text{متوسط الانحرافات}$$

$$\sqrt{\left[ \frac{\sum (n \times x^2)}{n} \right]} = \text{مربع متوسط الانحرافات}$$



وإذا رمزنا لمدى الفئة بالرمز ف

وللانحراف المعياري بالرمز ع

نتحول معادلة الانحراف المعياري إلى الصورة التالية :

$$ع = ف \times \sqrt{\frac{(ن \times ٢٤) - \frac{(ن \times ٤)^2}{ن}}{ن-١}}$$

وإذا علمنا أن

$$ف = ٥, \quad \frac{١١,٧}{٣٥} = \frac{(ن \times ٢٤) - \frac{(ن \times ٤)^2}{ن}}{ن-١}$$

$$= \left(\frac{١٧٥}{٣٥}\right)^2$$

نصل إلى أن

$$ع = ٥ \times \sqrt{\frac{١١,٧}{٣٥} - \left(\frac{١٧٥}{٣٥}\right)^2}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٠,٣٥ - ٢,١٦٢٩}$$

$$= ٥ \times \sqrt{٢,٩١٢٩}$$

$$= ٨,٥ \text{ بالتقريب}$$

وتتميز هذه الطريقة بأنها لم تعتمد على المتوسط بطريقة مباشرة ، وإنما اعتمدت على قيمة فرضية له ، ولم تصحح هذه القيمة تصحيحاً جزئياً لتحصل على المتوسط الحقيقي بل صححت الناتج النهائي للعملية كلها دون أن تحسب المتوسط الحقيقي خلال خطوات هذه العملية ، فهي بذلك تصل مباشرة إلى القيمة

العديد للانحراف المعياري دون أن تعرفها العملية الحسابية لاستخراج المتوسط الحقيقي .

ويجاء على هذه الطريقة تأثيرها إلى حد ما بمدى الفئة وقد عالج شبرد W. F Sheppard. هذه الناحية بتحليل رياضي دقيق أدى به إلى حساب القيمة الحقيقية للانحراف المعياري بالطريقة التالية التي اشتهرت بعد ذلك باسم تصحيح شبرد .

القيمة الحقيقية للانحراف المعياري

$$\sqrt{\frac{\text{مربع مدى الفئة}}{12} - \text{مربع الانحراف المعياري}} =$$

$$\sqrt{\frac{f^2}{12} - c^2} =$$

وفي مثالنا السابق ، نرى أن

$$f = 8,5 \quad , \quad c = 0$$

$$\therefore \text{القيمة الحقيقية للانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{8,5^2}{12} - 0^2}$$

$$= \sqrt{6,041666666666667}$$

$$= 2,458$$

هذا ويمكن أن نحسب القيمة الحقيقية للانحراف المعياري مباشرة وذلك

بإدماج معادلة الانحراف المعياري لفضات الدرجات التكرارية في معادلة التصحيح  
 لشيرد كما يلي (١)  
 القيمة الحقيقية للانحراف المعياري

$$F = \sqrt{\frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^k f_i^2 \right] - \left( \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{n} \right)^2}$$

وبذلك تصبح الصورة النهائية لمعادلة الانحراف المعياري الدقيق في مظهرها  
 اللفظي هي

القيمة الحقيقية للانحراف المعياري = مدى الفئة  $\times$

$$\sqrt{\frac{\text{متوسط مربع الانحرافات} - \text{مربع متوسط الانحرافات}}{n}}$$

حيث أن  $\frac{1}{n} = 0.833$  تقريباً

(١) يمكن أن نرى فكرة هذه المعادلة من التحليل التالي

$$F = \sqrt{\frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^k f_i^2 \right] - \left( \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{n} \right)^2}$$

$$F = \sqrt{\left\{ \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^k f_i^2 \right] - \left( \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{n} \right)^2 \right\}}$$

وبالتعويض عن قيمة  $\frac{1}{n}$  في معادلة التصحيح التالية

$$F = \sqrt{\frac{0.833}{12} \left[ \sum_{i=1}^k f_i^2 \right] - \left( \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{12} \right)^2}$$

$$F = \sqrt{\frac{1}{12} \left[ \sum_{i=1}^k f_i^2 \right] - \left( \frac{\sum_{i=1}^k f_i}{12} \right)^2}$$

#### ٤ - حساب الانحراف المعياري بالطريقة العامة

أدق طريقة معروفة لحساب الانحراف المعياري هي التي تعتمد على الأرقام الخام دون الاستعانة بالصريجة بالانحرافات . وهي لذلك لا تحتاج إلى تصحيح أثر الفئات .

وتتلخص هذه الطريقة في المعادلة التالية التي تشبه إلى حد كبير معادلة الانحراف المعياري لفئات الدرجات التكرارية مع تغيير بسيط في مدى الفئة حيث يصبح مساوياً للواحد الصحيح فهو لذلك لا يظهر في الصورة العامة للمعادلة وحيث نعلم على الدرجات الخام بدل أن كنا نعلم على الانحرافات . وهكذا نرى أن :

---

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{متوسط مربعات الأعداد} - \text{مربع متوسط الأعداد}}$$

والجدول التالي يوضح خطوات هذه الطريقة

الدرجة	مربع الدرجة
١	١
٢	٤
٦	٣٦
٨	٦٤
١٠	١٠٠
١٢	١٤٤
١٣	١٦٩
١٥	٢٢٥
١٦	٢٥٦
١٧	٢٨٩
$\neq 100 = \neq$	$1288 =$
المتوسط = $\frac{1}{11}$	المتوسط = $\frac{1}{11}$
$10 =$	$128,8 =$

( جدول ٥ )

حساب الانحراف المعياري للدرجات الخام بالطريقة العامة .

أى أن متوسط مربعات الدرجات =  $128,8$

ومتوسط الدرجات =  $10 =$

∴ مربع متوسط الدرجات =  $(10)^2 =$

$100 =$

٣٦١

( م ١١ — هام النفس الإحصائي ) .

$$\sqrt{100 - 128,8} = \text{الانحراف المعياري}$$

$$\sqrt{28,8} =$$

$$5,3665 =$$

$$= 5,4 \text{ تقريباً}$$

وهكذا نرى أن الصورة الرمزية للمعادلة العامة للانحراف المعياري للدرجات الحام تلخص في:

$$ع = \sqrt{\frac{\sum \left[ \frac{م^2}{ن} \right] - \frac{مجموع^2}{ن}}{ن}}$$

حيث يدل الرمز ع على الانحراف المعياري والرمز م على الدرجة .

هذا ويمكن أن نستعين بنفس هذه الفكرة في حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية . والجدول التالي يوضح خطوات هذه الطريقة .

الدرجة س	التكرار ت	التكرار $\times$ الدرجة ت $\times$ س	مربع الدرجة س <sup>2</sup>	التكرار $\times$ مربع الدرجة ت $\times$ س <sup>2</sup>
٤	٢	$٨ = ٤ \times ٢$	١٦	$٣٢ = ١٦ \times ٢$
٥	٣	$١٥ = ٥ \times ٣$	٢٥	$٧٥ = ٢٥ \times ٣$
٦	٣	$١٨ = ٦ \times ٣$	٣٦	$١٠٨ = ٣٦ \times ٣$
٩	١	$٩ = ٩ \times ١$	٨١	$٨١ = ٨١ \times ١$
١٠	١	$١٠ = ١٠ \times ١$	١٠٠	$١٠٠ = ١٠٠ \times ١$
المجموع	١٠	٦٠		
المتوسط		$\frac{٦٠}{١٠}$		
		٦ =		
				$\frac{٣٩٦}{١٠}$
				$٣٩,٦ =$

( جدول ٥١ )

حساب الانحراف المعياري للدرجات التكرارية بالطريقة العامة

أى أن متوسط درجات = ٣٩,٦

ومتوسط الدرجات = ٦

∴ مربع متوسط الدرجات = ٣٦

شكنا الانحراف المعياري =  $\sqrt{\text{متوسط مربعات الأعداد} - \text{مربع متوسط الأعداد}}$

∴ الانحراف المعياري =  $\sqrt{٣٦ - ٣٩,٦}$

$\sqrt{٣,٦} =$

$= ١,٩$  تقريباً

وهكذا نرى أن الصورة الرمزية للمعادلة العامة للانحراف المعياري  
للدراجات التكرارية تتلخص في :

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left[\frac{\sum x}{n}\right]^2}$$

## ب - الخصائص الإحصائية للانحراف المعياري

### ١ - اعتماد أغلب المقاييس الإحصائية عليه

الانحراف المعياري أدق وأهم مقاييس التشتت لارتباطه الوثيق بأغلب  
المقاييس الإحصائية المختلفة كعاملات الالتواء والتفرطح والارتباط والدراجات  
المعيارية والدلالة الإحصائية لأغلب هذه المقاييس أو بمعنى آخر مدى احتمال  
الثقة بالقيمة العددية لها ، كما سنرى ذلك في تحليلنا للدلالة الإحصائية .

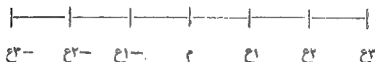
### ٢ - القيم الموجبة والسالبة

يعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات  
عن المتوسط . ويرتبط هذا التعريف بالأسس الإحصائية التي اعتمدنا عليها  
في حساب قيمته .

وبما أن القيمة العددية للانحراف المعياري ترتبط بحساب الجذر التربيعي ،  
إذن فالعلامات الجبرية لهذه القيمة قد تكون سالبة وقد تكون موجبة ؛ وذلك  
لأن مربعات الأعداد السالبة موجبة ، ومربعات الأعداد الموجبة موجبة  
أيضاً ، لذلك تصبح القيمة الجبرية للانحراف المعياري سالبة أو موجبة .



والمعنى الإحصائي لتلك القيم الموجبة والسالبة، أنها تقيس التشتت بالانحرافات التي تمتد على كائنا ناحيتي المتوسط، والشكل التالي يوضح هذه الفكرة .



( شكل ١٤ )

توضيح لمقي القيم الموجبة والسالبة للانحراف المعياري

حيث يدل الرمز م على المتوسط

والرمز ع على الانحراف المعياري

### ٣ - علاقة الانحراف المعياري بالتكرار

يقسم الانحراف المعياري تسلسل درجات اليافات العددية إلى أقسام متساوية أى أنه يقسم قاعدة منحنى التوزيع التكرارى إلى أقسام متساوية كما بينا ذلك فى شكل ١٤ . وبما أن التوزيع التكرارى يرتفع عادة فى الوسط وينخفض فى الأطراف إلا إذا كان ملتوياً التواء شديداً . أى أن التكرار يزداد فى الوسط ، ويقل فى الأطراف ، إذن فالتقسيمات المتساوية لقاعدة ذلك التوزيع تودى إلى تقسيمات غير متساوية لتكرار الدرجات .

وبذلك يصاح الانحراف المعياري على نقيض المئينيات والإعشاريات والإرباعيات التي تقسم قاعدة التوزيع التكرارى إلى أقسام غير متساوية تعضيق

حول الاعشارى الخامس أو المتينى الـ ٥٠. أو الإرباعى الثانى وتنسج فى  
الأطراف ، وهى فى ضيقها واتساعها تحدد دائماً تكرارات متساوية ، كما سبق.  
أن يفتا ذلك فى تحليلنا لتلك المقاييس .

#### ٤ — الدرجات المتطرفة

الانحراف المييارى أكثر مقاييس التشتت تأثراً بالدرجات المتطرفة فى  
التوزيع لاعتماده المباشر على مربعات فروق هذه الدرجات عن المتوسط .  
وهو لا يتأثر تأثراً كبيراً بالدرجات القريبة من المتوسط وذلك لأن القيمة  
العديدة لمربعات فروق تلك الدرجات عن المتوسط صغيرة لكنه يتأثر  
بالتوسط نفسه لأنه الإطار الذى ينسب إليه فروقه ومربعاتها

#### ٥ — أثر الإضافة والحذف

لا يتأثر الانحراف المييارى بإضافة عدد ما ثابت لكل درجة من درجات  
التوزيع التكرارى ، أو بحذف قيمة عددية ثابتة من كل درجة من درجات.  
ذلك التوزيع .

والسبب الذى من أجله يتحرر الانحراف المييارى من أثر تلك الإضافة  
أو الحذف يبدو واضحاً عندما نذكر أن انحراف أى عدد عن أى عدد آخر  
لا يتأثر بالإضافة أو الحذف . وبما أن الانحرافات تحسب إحصائياً بإجراء  
عملية طرح عادية ، إذن يمكننا أن نوضح هذه الفكرة بالطريقة التالية :

انحراف العدد  $\epsilon$  عن العدد  $\nu = \nu - \epsilon$

$$2 =$$

وعندما نضيف عدداً ثابتاً مثل ٥ إلى العدد  $\nu$  وإلى العدد  $\epsilon$  ثم نحسبه  
الانحراف بعد تلك الإضافة نرى أن

$$\text{الانحراف بعد الإضافة} = (\nu + \epsilon) - (\nu + 5)$$

$$9 - 12 =$$

$$3 =$$

وعندما نطرح عدداً ثابتاً مثل ٢ من العدد  $\nu$  والعدد  $\epsilon$  ثم نحسب الانحراف  
بعد ذلك الحذف نرى أن

$$\text{الانحراف بعد الحذف} = (\nu - 2) - (\epsilon - 2)$$

$$2 - 0 =$$

$$2 =$$

وهكذا نرى أن الانحراف لم يتأثر بالإضافة أو بالحذف . والجدول الثاني  
يوضح عدم تأثر الانحراف المعياري بإضافة أو بحذف عدد ثابت من كل درجة  
من درجات التوزيع التكراري .



## ٠.٠ الانحراف المعياري

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{\text{متوسط مربعات الأعداد} - \text{مربع متوسط الأعداد}} = \\
 & \sqrt{25 - 28,5} = \text{الانحراف المعياري للدرجات الأصلية} \\
 & \sqrt{25 - 28,5} = \\
 & \sqrt{3,5} = \\
 & 1,9 \text{ تقريباً} \\
 & \sqrt{28 - 27,5} = \text{لانحراف المعياري للدرجات بعد الإضافة} \\
 & \sqrt{28 - 27,5} = \\
 & \sqrt{3,5} = \\
 & 1,9 \text{ تقريباً} \\
 & \sqrt{22 - 12,5} = \text{الانحراف المعياري للدرجات بعد الحذف} \\
 & \sqrt{22 - 12,5} = \\
 & \sqrt{9,5} = \\
 & 3,0 \text{ تقريباً}
 \end{aligned}$$

ومن هذا نرى أن القيمة العددية للانحراف المعياري لم تتأثر بإضافة أو بحذف عدد ثابت من جميع درجات التوزيع. ولهذا الخاصية أهميتها الكبيرة في فهمنا لمعنى التشتت الذي يعتمد في جوهره على الفروق القائمة بين الدرجات ومتوسطها، ولا يتأثر بالقيمة العددية المشتركة بين جميع تلك الدرجات. ولذا

يصبح الانحراف المعياري من أهم مقاييس الفروق الفردية بين الناس ولهذا يعتمد عليه التحليل الإحصائي للاختبارات النفسية ، ولوحدات تلك الاختبارات أو أمثلتها ، ولكل مقياس يهدف إلى الكشف عن تلك الفروق وهذه الخاصية أهميتها الإحصائية العملية ، إذ أنها تساعد الباحث على تبسيط العمليات الحسابية أثناء استخراج الانحراف المعياري وذلك بطرح عدد ثابت من جميع الدرجات القائمة في التوزيع قبل البدء بعملية حساب الانحراف المعياري حتى تصغر القيمة العددية للدرجات الكبيرة .

هذا وتشارك جميع مقاييس النشئت مع الانحراف المعياري في هذه الخاصية ، وهي لذلك لا تتأثر بالإضافة أو الحذف . وبما أن الانحراف المعياري أهمها وأدقها فهو لذلك أنسب مقياس للفروق الفردية .

## ٦ - علاقته بالمسك السكلي

عندما يكون عدد درجات التوزيع التكراري كبيراً بحيث يصل إلى ١٠٠٠ وعندما يقترب شكل التوزيع التكراري من المنحنى الاعتدالي : يقسم الانحراف المعياري المدى السكلي للدرجات إلى ٦ أقسام متساوية . أى أن نشئت الدرجات عن يمين المتوسط يصل إلى ٣ أمثال الانحراف المعياري ، وتشتتها عن يسار المتوسط يصل أيضاً إلى ٣ أمثال الانحراف المعياري ، كما سبق أن بينا ذلك في شكل ١٤ .

ولهذه الخاصية أهميتها في المراجعة العامة لدقة العمليات الحسابية التي أجريتها لمعرفة القيمة العددية للانحراف المعياري ، أى أن المدى السكلي للدرجات في تلك الحالة يساوي ٦ أمثال الانحراف المعياري .

$$\text{أى أن الانحراف المعياري} = \frac{\text{المدى السكلي}}{٦} \quad (\text{تقريباً})$$

وعندما نستعين بهذه الظاهرة لمراجعة مدى صحة حسابنا للانحراف المعياري لدرجات الجدول رقم ٤٩ ، نرى أن

$$\text{المدى الكلي} = (٥٤ - ٠) + ١ = ٥٥$$

$$\therefore \text{القيمة التقريبية للانحراف المعياري} = \frac{٥٥}{٢}$$

$$= ٢٧\frac{١}{٢}$$

وإذا علمنا أن القيمة العددية التي حسبناها لذلك الانحراف المعياري تساوي ٢٧,٥ ندرك أننا لم نخطئ في تقديرنا لتلك القيمة بالرغم من أننا قدرنا تلك القيمة التقريبية لعينة تختلف في حجمها عن العينة التي حسبنا منها الانحراف المعياري .

وهكذا تيسر لنا تلك العلاقة الكشف عن الأخطاء الجسيمة التي قد تقع فيها خلال حسابنا للانحراف المعياري. وهذا قد قام سندر (G. W. Snedecor<sup>(١)</sup>) بحساب علاقة الانحراف المعياري بالمدى الكلي . ويمكن أن نلخص نتائج دراسته في الجدول التالي .

(1) Snedecor, G. W. Statistical Methods, 1940 . P, 85.

Vide, Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education, 1959 , P.93.

عدد الدرجات	المدى الانحراف المعياري	عدد الدرجات	المدى الانحراف المعياري	عدد الدرجات	المدى الانحراف المعياري
٥	٢,٣	٤٠	٤,٣	٤٠٠	٥,٩
١٠	٣,١	٥٠	٤,٥	٥٠٠	٦,١
١٥	٣,٥	١٠٠	٥,٠	٧٠٠	٦,٣
٢٠	٣,٧	٢٠٠	٥,٥	١٠٠٠	٦,٥

( جدول ٥٣ )

التقدير التقريبي للانحراف المعياري معرفة المدى الكلي وعدد الدرجات

إذا أردنا مثلاً أن نعلم القيمة التقريبية للانحراف المعياري لمجموعة من الدرجات مداهها الكلي ٤٠ وعدددها ١٠٠ ، فنستعين بالجدول السابق في حسابنا التالي بالنسبة لهذا العدد من الدرجات الذي يساوي ١٠٠ فنرى أن

$$\frac{\text{المدى}}{\text{الانحراف المعياري}} = ٥ \quad \text{في هذه الحالة}$$

أى أن

$$\bullet = \frac{٤٠}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\frac{\bullet}{٥} = \text{الانحراف المعياري}$$

$$٨ = \text{القيمة التقريبية للانحراف المعياري}$$



## ج - الفوائد العملية التطبيقية

يبدأ في تحليلنا لخواص الانحراف المعياري أهم فوائده الإحصائية ، ومدى علاقته بالمقاييس الأخرى ومدى اعتمادها عليه .

وللانحراف المعياري أهمية عملية مباشرة في تقنين الاختبارات النفسية تمهيداً لحساب ممايرها المختلفة ، حتى تصبح مقاييس صالحة للمقارنة والحكم على مستويات الأفراد في أعمارهم المختلفة ومراحلهم الدراسية المتتالية .

## هـ - التباين

التباين هو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط . أى أنه مربع الانحراف المعياري . أى أن

$$\text{التباين} = \sigma^2$$

والتباين بهذا المعنى من أهم مقاييس التقسنت لاعتماده المباشر على الانحراف المعياري ، وهو من ناحية أخرى إحدى المتوسطات لأنه في جوهره متوسط. لمربعات الانحرافات ولذا يصلح لقياس الفروق الجماعية بين الأنواع المختلفة لتوزيعات التكرارية . كحساب الفروق بين مستويات تحصيل الطلبة والطالبات بالنسبة لأي مادة من مواد الدراسة أو بالنسبة لدرجات أى قدرة من القدرات العقلية . ويسمى هذا النوع من التحليل بتحليل التباين .

وللتباين فائدة الإحصائية المباشرة في قياس الانحراف المعياري للمجموعات المختلفة أو ما يمكن أن نسميه بالانحراف المعياري الوزني ، كما أضفنا على متوسط المجموعات أو متوسط المتوسطات اسم المتوسط الوزني .

والثال التالي يوضح طريقة حساب الانحراف المعياري لدرجات الطلبة  
والعاليات وذلك بمعرفة عدد الأفراد والمتوسط والانحراف المعياري ، لكل  
مجموعة من المجموعتين

المجموعة الأولى : المجموعة الثانية :

عددتها ٧٠ = ١<sup>٨</sup> عددتها ٣٠ = ٢<sup>٨</sup>  
متوسطها ٦٠ = ٣<sup>٨</sup> متوسطها ٥٠ = ٢<sup>٨</sup>  
انحرافها المعياري ٣ = ١<sup>٨</sup> انحرافها المعياري ٢ = ٢<sup>٨</sup>

وسنرمز إلى عدد المجموعة الأولى والثانية بالرمز  $n_1$  الذي يساوي  $n_1 + n_2$   
وسنرمز إلى متوسط المجموعة الأولى والثانية بالرمز  $\bar{x}$

وسنرمز إلى الانحراف المعياري  $s$  للمجموعة الأولى والثانية بالرمز  $s$   
ولحساب الانحراف المعياري  $s$  للمجموعتين معاً نتبع الخطوات التالية

$$\frac{n_1 \times s_1^2 + n_2 \times s_2^2}{n_1 + n_2} = \text{المتوسط الوزني}$$

$$\therefore \bar{s} = \frac{70 \times 3^2 + 30 \times 2^2}{70 + 30}$$

$$= \frac{630 + 120}{100}$$

$$= 7.5$$

وبما أن فكرة التباين تقوم على حساب مربعات فروق الانحرافات .  
إذن فعلينا أن نحسب مربع (فرق كل متوسط عن المتوسط العام) ،  
وسنرمز إلى فرق متوسط المجموعة الأولى عن المتوسط العام بالرمز  $d_1$  ،  
وسنرمز إلى فرق متوسط المجموعة الثانية عن المتوسط العام بالرمز  $d_2$  .

$${}^2_1(م - {}^1_1م) = {}^2_1٥٠.$$

$${}^2_1(٥٧ - ٦٠) =$$

$${}^2_3 =$$

$$٩ =$$

$${}^2_٦(م - {}^1_٦م) = {}^2_٦٥٠$$

$${}^2_٦(٥٧ - ٥٠) =$$

$${}^2_٧ =$$

$$٤٩ =$$

هذا وتشبه معادلة التباين الوزني معادلة المتوسط الوزني ، مع اختلاف بسيط يدور في جوهره حول فكرة مربعات الفروق . والصورة الرمزية التالية تدل على هذه المعادلة .

$$\frac{{}^2_٣م \times {}^2_٣٥ + {}^2_١م \times {}^2_١٥ + {}^2_٢م \times {}^2_٢٥ + {}^2_١م \times {}^2_١٥}{{}^2_٣م + {}^2_١م}$$

وبالتعويض عن القيم العددية لهذه الرموز ، نرى أن

$$\frac{٣٠ \times ٤٩ + ٧٠ \times ٩ + ٣٠ \times ٢٧ + ٧٠ \times ٢٣}{٣٠ + ٧٠} =$$

$$\frac{١٤٧٠ + ٦٣٠ + ١٢٠ + ٦٣٠}{١٠٠} =$$

$$\frac{٢٨٥٠}{١٠٠} =$$

$$٢٨,٥ =$$

∴ الانحراف المعياري للسجوعتين معاً =  $\sqrt{28,5}$

$$= 5,34$$

$$ع = 5,34$$

هنا ويمكن أن نستخدم بهذه الطريقة لحساب الانحراف المعياري الوزني لأي عدد من المجموعات المختلفة وذلك بمعرفة عدد الأفراد والمتوسط والانحراف المعياري لكل مجموعة من تلك المجموعات .

## تمارين على الفصل الرابع

١ - ناقش الأهمية الإحصائية للمدى السكلى وبين نواحي قصوره .

احسب المدى السكلى والإرباعيات للتوزيع التكرارى التالى الذى يمثل درجات ٢٥٠ طالباً فى اختبار القدرة العددية كما تبدو فى الجمع البسيط .

الفئات	من	٦	١١	١٦	٢١	٢٦	٣١	٣٦	٤١	٤٦
إلى	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	
التكرار	٤	١٣	٣٢	٨٥	٦٣	٥٣	٥٢	٣٤	١٤	

٣ - احسب نصف مدى الانحراف الإرباعى للتوزيع التكرارى السابق

٤ - بين نوع التواء التوزيع التكرارى السابق وذلك بالاستعانة بمنحرف الإرباعيات .

٥ - ناقش أهم الخواص الإحصائية للإرباعيات وفوائدها العملية التطبيقية .

٦ - احسب الإعشاريات للتوزيع التكرارى السابق .

٧ - ناقش أهم الخواص الإحصائية للمئينيات والإعشاريات وفوائدها العملية التطبيقية .

٨ - احسب الانحراف المعياري للتوزيع التكرارى السابق بالطريقة المختصرة .

٩ - احسب الانحراف المعياري للتوزيع التكرارى السابق بالطريقة العامة .

١٠ - ناقش أهم الخواص الإحصائية للانحراف المعيارى .

١١ - قارن بين الإعشاريات والانحراف المعيارى .

١٢ - احسب الانحراف المعياري الوزني لدرجات الطلبة والطالبات في امتحان الجغرافيا وذلك بمعرفة البيانات التالية .

بمجموعة الطلبة	بمجموعة الطالبات
$١٥ = ٦٠$	$٤٠ = ٤٠$
$٢٠ = ١٣$	$١٥ = ٣٣$
$٤ = ١٤$	$٣ = ٢٤$

١٣ - ناقش أهم الفروق الجوهرية الفأمة بين مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت .

١٤ - ناقش الأسس العلمية للمفكرة التي تقوم عليها عملية حساب التقدير التقريبي للانحراف المعياري .

## الفصل الخامس

### المعايير الإحصائية النفسية

#### للتوزيعات التكرارية التجريبية

عندما يحصل طالب ما على درجات تساوي ٦٣ في اختبار ما ، فإننا لا نستطيع أن ندرك تماماً مستوى هذا الطالب في ذلك الاختبار إلا إذا علمنا إلى أي حد تزيد أو تقل هذه الدرجة عن متوسط درجات هذا الاختبار . فإذا كان متوسط الدرجات يساوي ٤٠ أمكننا أن ندرك أن درجة الطالب تزيد ٢٣ درجة عن المتوسط ، أي  $٦٣ - ٤٠ = ٢٣$

وهذه المعرفة الجديدة لا تتحدد تماماً مستوى هذا الطالب إلا إذا عرفنا متوسط درجات جيل هذا الطالب في ذلك الاختبار ، أي متوسط درجات الطلبة المساوين له في العمر الزمني . أو عرفنا متوسط درجات زملائه في الدراسة ، أي زملائه في فرقته .

ولهذا أنشئت معايير الأعمار الزمنية التي تنسب درجة كل طالب إلى متوسط درجات أقرانه في سنه ، وأنشئت أيضاً معايير الفرق الدراسية التي تنسب درجة كل طالب إلى متوسط درجات أقرانه في فرقته .

هذا وعندما نعلم زيادة أية درجة أو نقصانها عن متوسط درجات طلبة جيل واحد ، أو فرقة دراسية واحدة ، فإننا أيضاً نجد صعوبة في معرفة معنى هذه الزيادة إلا إذا علمنا أكبر درجة وأصغر درجة ، أو بمعنى آخر المدى الكلي للدرجات والأقسام الإحصائية التي ينقسم لها هذا المدى وقد سبق أن بينا أن خير تحديد لتلك الأقسام هو الانحراف المعياري ولذلك تنسب زيادة الدرجة

أو نقصانها عن المتوسط إلى الانحراف المعياري لتوزيع الدرجات يصبح تقديرنا أدق وأوضح وتسمى تلك الدرجة بالدرجة المعيارية نسبة إلى الانحراف المعياري . هذا وقد تعدل تلك الدرجة المعيارية ونضوغيها في صورة مناسبة فتصبح بذلك درجة معيارية معدلة .

ويهدف هذا الفصل إلى تحليل ودراسة تلك المعايير الإحصائية النفسية المختلفة القائمة على التوزيع التكراري التجريبي للدرجات التي نحصل عليها مباشرة من اختباراتنا المختلفة .

وتتلخص أهم هذه المعايير في (١) :

أ - معايير الأعمار الزمنية

ب - معايير الفرق الدراسية

ج - الدرجات المعيارية المعدلة

## ١ - معايير الأعمار الزمنية

تتلخص طريقة حساب معايير الأعمار الزمنية ومقابلاتها العكسية في الخطوات التالية :

١ - يطبق الاختبار على أعمار زمنية متتالية . فيجرب مثلا على الأفراد الذين تمتد أعمارهم من ٧ سنوات إلى ٢١ سنة مهما كانت مراحلهم الدراسية وفرقهم وفصولهم المختلفة .

Age Equivalent Norms  
Grade Equivalent Norms  
Standard Scores  
Derived Standard Scores

١ - معايير الأعمار الزمنية  
٢ - معايير الفرق الدراسية  
٣ - الدرجات المعيارية  
٤ - الدرجات المعيارية المعدلة



نحسب فئات الأعمار التي تمتد إلى سنة زمنية بحيث تبدأ من منتصف السنة السابقة لها وتمتد في مداها إلى ما قبل منتصف سنها بشهر واحد. وبذلك يحسب العمر الزمني الذي يبلغ ٨ سنوات من ٧ سنوات و ٦ أشهر إلى ٨ سنوات و ٥ أشهر أى من ٩٠ شهراً إلى ١٠١ شهراً. وبحسب العمر الزمني الذي يبلغ ١٢ سنة من ١١ سنة و ٦ أشهر إلى ١٢ سنة و ٥ أشهر أى من ١٥٠ شهراً إلى ١٦٧ شهراً وبذلك يصبح مدى كل عمر مساوياً لـ ١٢ شهراً، ولتيسير عملية تحويل السنوات إلى أشهر أنشأنا جدولاً خاصاً لهذا التحويل في ملحق الجداول الإحصائية بنفسية، وهو الجدول رقم (١) الخاص بتحويل الأعمار السنوية إلى مقابلاتها الشهرية.

والجدول التالي يوضح فكرة تحويل العمر السنوى إلى فئات العمر الشهرى اللازمة لحساب معايير الأعمار الزمنية.

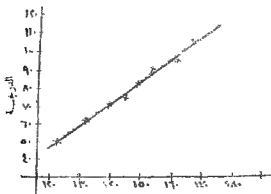
العمر بالسنة	فئات الأشهر	العمر بالسنة	فئات الأشهر
٦	٧٨ - ٨٩	١٤	١٧٤ - ١٨٥
٧	٩٠ - ١٠١	١٥	١٨٦ - ١٩٧
٨	١٠٢ - ١١٣	١٦	١٩٨ - ٢٠٩
٩	١١٤ - ١٢٥	١٧	٢١٠ - ٢٢١
١٠	١٢٦ - ١٣٧	١٨	٢٢٢ - ٢٣٣
١١	١٣٨ - ١٤٩	١٩	٢٣٤ - ٢٤٥
١٢	١٥٠ - ١٦١	٢٠	٢٤٦ - ٢٥٧
١٣	١٦٢ - ١٧٣	٢١	٢٥٨ - ٢٦٩

(جدول ٥٤)

تحويل الأعمار السنوية إلى مقابلاتها الشهرية

٣ - بحسب التوزيع التكرارى للدرجات الطلبة فى كل فئة زمنية ، وبحسب من ذلك التكرار ، المتوسط أو الوسيط .

٤ - برسم منحنى أو خط يأتى ليدل على علاقة متوسطات الدرجات بالأعمار الزمنية بحيث يدل الإحداثى الرأسى على الدرجات والإحداثى الأفقى على الأعمار . ويرسم هذا المنحنى أو الخط ليصل بين نقط الرسم البيانى بحيث يمر بأكبر عدد من نقط الرسم ، وبحيث يصبح عدد النقاط التى تعلوه مساوياً لعدد النقاط التى تنخفض عنه (١) ، والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



العمر بالشهر

( شكل ١٥ )

تحويل الدرجات إلى الأعمار الفعلية للطلبة لما

٥ - يستخدم الرسم البيانى السابق لتحديد الأعمار المقابلة للدرجات التى يحصل عليها الطلبة فى ذلك الاختبار . فإذا طبق الاختبار على طالب ما عمره ١٠ سنوات وكان مجموع درجاته مساوياً ١٥ درجة ، فإننا نستطيع أن نقرأ من

(١) تعتمد الطريقة الاحصائية الدقيقة لرسم مثل هذا المنحنى أو الخط على طريقة تصغير المربعات *Least square method*.

الرسم ، العمر المقابل ١٥١ درجة . وإذا وجدنا مثلاً أن هذا العمر يساوي ١٢ سنة أمكننا أن نحكم بأن العمر العقلي لذلك الطالب بالنسبة للاختبار هو ١٢ سنة . فإذا كان هذا الاختبار يقيس الذكاء . أمكن حساب نسبة ذكاء ذلك الطالب بالطريقة التالية :

$$\therefore \text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلي}}{\text{العمر الزمني}} \times 100$$

∴ العمر العقلي في هذه الحالة = ١٢ سنة

والعمر الزمني = ١٠ سنة

$$\therefore \text{نسبة الذكاء} = 100 \times \frac{12}{10} = 120$$

وإذا كان الاختبار يقيس القدرة العقلية فإن العمر العقلي العددي لذلك الطالب يصبح مساوياً ١٢ سنة . أي أن

$$\text{النسبة العقلية العددية} = \frac{\text{العمر العقلي العددي}}{\text{العمر الزمني}} \times 100$$

$$100 \times \frac{12}{10} =$$

$$120 =$$

وهكذا نرى أهمية هذه الطريقة في حساب المعايير المختلفة ونسبها العقلية . وهي تتميز بالسهولة والوضوح بحيث يمكن للفرد العادي أن يدرك مفهومها وآثارها . وهي تسهم في التوجيه التحصيلي والتربوي وفي الكشف عن مظاهر التأخر ، ولذلك يستعين بها الباحث في تشخيص التخلف الدراسي بأنواعه المختلفة . وقد أدت هذه المعايير إلى ظهور نسب مختلفة نلخص أهمها في (١) .

---

(١) نسبة الذكاء Intelligence Quotient ويرمز لها بـ I. Q

$$\text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العقلي}}{\text{العمر الزمني}} \times 100$$

$$\text{النسبة التعليمية} = \frac{\text{العمر التحصيلي}}{\text{العمر الزمني}} \times 100$$

$$\text{النسبة التحصيلية} = \frac{\text{النسبة التعليمية}}{\text{نسبة الذكاء}} \times 100$$

$$= \frac{\text{العمر التحصيلي}}{\text{العمر العقلي}} \times 100$$

هذا ويمكن أن نمتد بالنسبة التعليمية لنحسب منها النسبة التعليمية الحسابية ، والنسبة التعليمية الجذرافية وهكذا بالنسبة لجميع المواد الدراسية المختلفة .

ومن أهم ما يعاب على طريقة المعايير الزمنية :-

١ - أنها لا تعتمد على التفرق الدراسية ، بل تعتمد فقط على الأعمار الزمنية وهذه الناحية آثارها المختلفة على النواحي التحصيلية ، فطلاب الفرق الرابعة والمرحلة الابتدائية البالغ من العمر ١٠ سنوات يفوق طالب الفرق الثالثة والمرحلة الابتدائية البالغ من العمر ١٠ سنوات في نواحي التحصيلية .  
أي أن الاختبار يحايي الطلاب الأول ويضار به الطالب الثاني وخاصة إذا كان ذلك الاختبار اختباراً تحصيلياً يقوم في جوهره على ما درسه طالب السنة الرابعة ولم يدرسه طالب السنة الثالثة .

وعندما يتحرر الاختبار من النواحي التحصيلية ويميل إلى قياس النواحي

(٢) النسبة التعليمية Educational Quotient ويرمز لها بـ E. Q

(٣) النسبة التحصيلية Accomplishment Quotient ويرمز لها بـ A. Q

العقلية التي لا تعتمد من قريب على التحصيل قبل هذه التفرقة أو تسكاد زول  
ويصبح الاختبار صالحاً لتحديد تلك المعايير .

٢ - وأن معايير الفرق الدراسية العليا لا تمثل تماماً عينة الأفراد لأن  
الذين وصلوا إلى تلك المستويات هم الذين اجتازوا امتحانات القبول للمراحل  
المختلفة بنجاح . أى أنهم بهذا المعنى خلاصة منتقاة من جميع الأفراد الذين  
مروا بالمرحلة الأولى للتعليم ، وبذلك تصبح مستوياتهم المختلفة أعلى من  
مستويات أقرانهم الذين لم يصلوا إلى ذلك المستوى الدراسي .

هذا وقد حارل تومسون (١) G. H. Thomson سنة ١٩٣٢ ومن بعده  
لورلى (٢) D. N. Lawley سنة ١٩٥٠ أن يعالجوا هذه المشكلة معالجة إحصائية  
دقيقة في حسابها لمعايير الاختبارات الجماعية . ولا يتسع مجال هذا الكتاب  
لتحليل النواحي التفصيلية الرياضية لتلك الطرق . ويستطيع الباحث أن يراجع  
هذه المشكلة مواجهة عملية إحصائية وذلك بأن يمتد بعينه أفراد حتى تشمل  
طلبة التعليم الثانوي النظري والفني العملي وغير ذلك من العينات المختلفة التي  
تكفل سلامة الاختبار . .

٣ - وأن الفترة الزمنية التي تمتد إلى ١٢ شهر أو سنة تعوق ظهور  
مظاهر النمو الشهري للظاهرة التي يقيسها الاختبار .

هذا وفي مقدور الباحث أن يرصد متوسطات الدرجات بالنسبة لكل شهر  
بدل رصدها بالنسبة لكل سنة فإن آنس منها وفيها مظاهر لها دلالاتها العلمية فله

---

(١) Thomson, G. H. Standardization of Group Tests and The Scatter of Intelligence Quotients, B. J. Ed. Psy., 1932, esp. p. 91

(٢) Lawley, D. N. A Method of Standardizing Group Tests, B. J. Psy. Stat. Sect., 1950. p. p. 86-89.

أن يقيها كما هي ، وإن لم يرب فيها دلالة واضحة فعليه أن يجمعها في فئات سنوية أو نصف سنوية أو ما يصلح للظاهرة التي يرصد لها معاييرها . وله أن يجمع بين الطريقتين في تنظيم واحد ويمتد بمدى الفئة عندما تخضع الدرجات لذلك الامتداد ويضيق بهذا المدى عندما لا تصلح تلك الدرجات لمثل ذلك الامتداد

### ب - معايير الفرق الدراسية

تحدد هذه المعايير متوسطات درجات أى اختبار ما بالنسبة للفرق الدراسية المتتامة . والخطوات التالية توضح طريقة حساب هذه المعايير ،

- ١ - يجرى الاختبار على عينة شاملة ممثلة لطلبة الفرق الدراسية المتتامة ، كأن يجرى مثلا على طلبة الفرق الأولى والثانية والثالثة بالمرحلة الثانوية .
- ٢ - يحسب متوسط الدرجات لكل فرقة . أى متوسط درجات طلبة السنة الأولى ، ومتوسط درجات طلبة السنة الثانية ، ومتوسط درجات طلبة السنة الثالثة .

- ٣ - نرسم منحنياً أو خطاً بيانياً لتبين به العلاقة بين الفرق الدراسية ومتوسطات الدرجات بحيث يدل الإحداثى الرأسى على متوسطات الدرجات ، ويدل الإحداثى الأفقى على الفرق الدراسية .
- ٤ - يستخدم الرسم البياني السابق لقراءة المعايير الدراسية لطلبة المرحلة الثانوية بالنسبة لذلك الاختبار .

وهكذا نرى أن هذه الطريقة لا تختلف عن طريقة المعايير الزمنية إلا في نسبتها متوسطات الدرجات إلى الفرق الدراسية . بدل أن كانت تذهب للأعمار الزمنية .

وقد يعاب على هذه الطريقة عجزها عن تحديد الشهور الدراسية المختلفة للفرقة الواحدة . إذ لا شك أن مستوى طالب السنة الثانية الثانوية في الشهر الأول للدراسة يقل في مستواه عنه وهو في الشهر الرابع للدراسة . ولذلك ،

تعتمد هذه الطريقة في صورتها الحقيقية الحديثة على الجمع بين الفقرة الدراسية وشهورها المختلفة. وبما أن العام الدراسي يمتد إلى حوالي ٩ شهور لذلك اصطلح على أن يكتب الشهر الدراسي قبل الفقرة بالطريقة التالية : الشهر الدراسي ، الفقرة

ولذلك يكتب الشهر الدراسي الثاني بالفرقة الثالثة هكذا ٣ ، ٢ . ويكتب الشهر الدراسي الخامس بالفرقة الثانية هكذا ٥ ، ٢ . وبذلك نستطيع أن نحدد معايير الفرق الدراسية بالنسبة لكل شهر من شهورها الدراسية .

هذا وتقوم فكرة هذه المعايير الدراسية على أن النمو التعليمي أو التحصيلي يزايد بانتظام خلال العام الدراسي منذ بدئه إلى نهايته ، مع أن تحصيل أغلب المواد الدراسية يتطور بسرعة في نهاية العام الدراسي وخاصة ما يعتمد منها على المراجعة والتجويد . والرسم البياني الذي يدل على تلك المعايير يمتد بانتظام من بدء العام الدراسي إلى نهايته فيتحقق بانتظامه هذه العطفة التي تحدث في نهاية العام .

ولا يوضح هذا الرسم أيضاً سرعة النمو خلال الإجازة للصيفية ، لأن تحديد مدى فئات الفرق الدراسية يمتد من بدء الفقرة الأولى إلى نهايتها ثم يمتد مبشرة من بدء الفقرة الثانية إلى نهايتها . وهكذا بالنسبة للفرق الدراسية الأخرى .

ومهما يكن من أمر هذه الانتقادات فإنها تبدو هينة بسيرة إذا قورنت بمدى بساطة تلك الطريقة ووضوحها وسهولتها . وقد أدت بها تلك البساطة إلى شيوع استخدامها في الاختبارات التحصيلية وخاصة في المرحلة الابتدائية .

## ح - الدرجات المعيارية

تعتمد المعايير الزمنية ومعايير الفرق الدراسية اعتماداً مباشراً على متوسطات الدرجات الخام ولا تشمل بصورتها السابقة من قريب أو بعيد بالانحراف

المعياري الذي يحدد مدى تفتت درجات التوزيع التكراري لأي عمر زمني أو لآلية فرقة دراسية .

ولا شك أن انحراف الدرجات عن المتوسط يوضع مستوياتها المختلفة . فالانحراف الموجب يعني زيادة الدرجة عن المتوسط ، والانحراف السالب يعني نقصان الدرجة عن المتوسط ، وقد سبق أن بينا أن :

$$\text{الانحراف} = \text{الدرجة} - \text{المتوسط}$$

$$\text{أي أن } \mathcal{C} = \mathcal{M} - \mathcal{M}$$

فإذا كان متوسط درجات اختبار ما يساوي ١٥ فإن الدرجة ١٧ التي نحصل عليها أي طالب ما تنحرف عن هذا المتوسط انحرافاً موجباً ومقداره ٢ لأن

$$\mathcal{C} = 17 - 15$$

$$= + 2$$

والدرجة ٩ التي يحصل عليها طالب آخر تنحرف عن هذا المتوسط انحرافاً سالباً مقداره ٦ لأن

$$\mathcal{C} = 9 - 15$$

$$= - 6$$

وهكذا نستطيع أن نقسب درجة أي طالب ما إلى متوسط درجات أقرانه ، وأن نستطردئقرر المعايير المختلفة لتلك الانحرافات كما سبق أن فعلنا ذلك بالمعايير الزمنية ومعايير الفرق الدراسية . لكننا سنترك بعد حين أن هذا الانحراف لا يكفي وحده للحكم على مستويات الأفراد فقد تلتشر درجات الاختبار انتشاراً كبيراً بعيداً عن المتوسط بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوي -٢ قريباً جداً بالنسبة للتوزيع من المتوسط ولا يؤدي بنا إلى الحكم الصحيح على مستوى ذلك الطالب . ويصبح الانحراف السالب المساوي -٦ قريباً أيضاً من ذلك المتوسط بالنسبة للتوزيع وقد يضيق انتشار



الدرجات ويقل تشتتها بحيث يصبح الانحراف الموجب المساوي لـ ٢ بعيداً عن المتوسط بالنسبة للتوزيع . وهذا يحدد لمثل ذلك التشتت مستويًا عاليًا من مستويات ذلك الاختبار .

والمثال التالي الذي يدل على درجات طالب ما في أربعة اختبارات مختلفة يوضح تلك الفكرة .

الاختبار	المتوسط	درجة الطالب	الانحراف عن المتوسط
عربي	١٠	١٢	٢ +
انجليزي	١٥	١٧	٢ +
قدرة عددية	٨	٧	١ -
قدرة ميكانيكية	١٢	١١	١ -

( جدول ٥٥ )

مقارنة لانحرافات الدرجات عن متوسطاتها

وهكذا نرى أن انحراف درجات الطالب في كل من الاختبارين الأول والثاني يساوي ٢ + وانحراف درجانه في كل من الاختبارين الثالث والرابع يساوي ١ - وقد يتبادر إلى الذهن أن تفوق هذا الطالب في الاختبار الأول يساوي تفوقه في الاختبار الثاني، وأن ضعفه في الاختبار الثالث يساوي ضعفه في الاختبار الرابع ، لكننا عندما ندرك القيم المختلفة لتشتت درجات الاختبارات السابقة ونسبة مستوى هذا التفوق أو ذلك الضعف لها ندرك خطأ حكمنا السابق .

والمجدول التالي يوضح هذه الفكرة .

الاختبار	المتوسط	درجة الطالب	الانحراف عن المتوسط	الانحراف المعياري	الانحراف عن المتوسط
عربي	١٠	١٢	٢+	٤	٠,٥ +
انجليزي	١٥	١٧	٢+	٢	١,٠ +
قدرة عددية	٨	٧	١-	٥	٠,٢ -
قدرة ميكانيكية	١٢	١١	١-	٢	٠,٥ -

( جدول ٥٦ )

الدرجات المياريّة

وعندما نسبنا انحراف درجة الطالب في الاختبار الأول إلى الانحراف المعياري لذلك الاختبار وذلك بقسمة  $٢+$  على  $٤$  أي بقسمة الانحراف عن المتوسط على الانحراف المعياري ؛ وجدنا أن مستوى الطالب في اللغة العربية أصبح مساوياً  $٠,٥+$

وعندما نسبنا انحراف درجات الطالب في اختبار اللغة الانجليزية إلى الانحراف المعياري لدرجات الاختبار وذلك بقسمة  $٢+$  على  $٢$  وجدنا أن مستوى الطالب أصبح مساوياً  $١,٠+$  . وبذلك يصبح مستواه في الاختبار الثاني أكبر من مستواه في الاختبار الأول رغم أن انحراف درجته في الاختبار الأول يساوي انحراف درجته في الاختبار الثاني . وهكذا بالنسبة للاختبار الثالث والرابع . وقد نشأ هذا الفرق من نسبة الانحراف إلى أهم مقاييس التشتت وهو الانحراف المعياري .

وبذلك نستطيع أن نتحكم حكماً أدق من حكمتنا السابق على مستويات ذلك

الطالب بالنسبة للاختبارات المختلفة لأننا اعتمدنا في حكمنا هذا على المتوسط والانحراف المعياري.

هذا وقد اصطلح على تسمية ناتج قسمة الانحراف على الانحراف المعياري بالدرجة المعيارية، أي أن،

$$\frac{\text{الانحراف}}{\text{الانحراف المعياري}} = \text{الدرجة المعيارية}$$

$$\frac{م - م}{ع}$$

حيث يدل الرمز م على الدرجة

والرمز م على المتوسط

والرمز ع على الانحراف المعياري

وبذلك تحسب الدرجة المعيارية المقابلة لدرجة الطالب السابق في اختبار اللغة العربية بالطريقة التالية :

$$\frac{م - م}{ع} = \text{الدرجة المعيارية}$$

$$\frac{١٠ - ١٢}{٤} =$$

$$\frac{2}{4} =$$

$$٠,٥ =$$

وتحسب الدرجة المعيارية المقابلة لدرجة الطالب في اختبار القدرة المعكائكية بنفس الطريقة السابقة ، أى أن .

$$\frac{س - م}{ع} = \text{الدرجة المعيارية}$$

$$\frac{١٢ - ١١}{٢} =$$

$$\frac{١}{٢} =$$

$$٠,٥ =$$

و لجدول السابق رقم ٥٦ يبين طريقة حساب هذه الدرجات المعيارية. لدرجات الطالب في الاختبارات المختلفة التي أجريت عليه .

## ١ - أهم الخواص الإحصائية للدرجات المعيارية

١ - المتوسط الحساب للدرجات المعيارية لأي توزيع تكرارى ما يساوى دائماً صفراً. وانحرافها المعياري يساوى واحداً صحيحاً . والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

الدرجة	الانحراف	مربعات الانحرافات	الدرجات المعيارية	مربعات الدرجات المعيارية
س	$\Sigma = س - م$	$\Sigma^2$	$\frac{\Sigma}{\Sigma}$	$\left(\frac{\Sigma}{\Sigma}\right)^2$
١	٩-	٨١	١,٣-	١,٦٩
٢	٨-	٦٤	١,٢-	١,٤٤
٤	٦-	٣٦	٠,٩-	٠,٨١
٥	٥-	٢٥	٠,٧-	٠,٤٩
٦	٤-	١٦	٠,٦-	٠,٣٦
١٢	٢+	٤	٠,٣+	٠,٠٩
١٤	٤+	١٦	٠,٦+	٠,٣٦
١٧	٧+	٤٩	١,٠+	١,٠٠
١٩	٩+	٨١	١,٣+	١,٦٩
٢٠	١٠+	١٠٠	١,٥+	٢,٢٥
$\Sigma = ١٠٠$		$\Sigma = ٤٧٢$	$\Sigma = \text{صفر}$	$\Sigma = ١٠,٠٠$ تقريباً
$\frac{100}{10} = 10$		$\frac{472}{10} = 47,2$	$\frac{\text{صفر}}{20} = 0$	$\frac{100}{10} = 10$
$10 =$		$4,72 =$	$\text{صفر} =$	$1 =$

( جدول ٥٧ )

حساب متوسط الدرجات المعيارية وانحرافها المعياري

ومن هذا نرى أن متوسط الدرجات المعيارية يساوى صفراً كما تدل على ذلك.

نتيجة حساب أعداد العمود الرابع بالجدول السابق ، وأن انحرافها المعياري يساوى واحداً صحيحاً كما ندل على ذلك نتيجة حساب أعداد العمود الأخير بالجدول السابق .

٢ - بما أن فكرة الدرجات المعيارية تقوم على مدى انحراف الدرجة عن متوسطها ، وبما أن الدرجات التي تقل قيمتها العددية عن المتوسط تنحرف عنه انحرافاً سالباً ، والدرجات التي تزيد قيمتها العددية عن المتوسط تنحرف عنه انحرافاً موجباً . إذن فبعض الدرجات المعيارية لتوزيع التكرارى صائب والبعض الآخر موجب لنفس ذلك التوزيع . وقد يتأ في تحليلنا السابق معنى الدرجات السالبة ومعنى الدرجات الموجبة .

٣ - وحدة مقياس الدرجات المعيارية هي الانحراف المعياري . أى أما تساوى ١ ع . ويمكن ان ندرك هذه الخاصية بوضوح عندما نذكر أننا في حساب الدرجات المعيارية قسمنا الانحراف على الانحراف المعياري هـارباً أن الانحراف المعياري للدرجات المعيارية يساوى واحداً صحيحاً كما سبق أن بينا ذلك للأعداد المينة بالجدول رقم ٥٧ . وبما أن مدى انتشار التوزيعات التكرارية لا يكاد يتجاوز  $\pm 3$  انحرافات معيارية في الأغلب والأعم . إذن فتلك الوحدات تقسم المقياس إلى ٣ وحدات من المتوسط إلى الطرف الأول لتوزيع أى إلى  $-3$  وإلى ٣ وحدات من المتوسط . إلى الطرف الثانى لتوزيع أى إلى  $+3$  . أى أن درجات التوزيع كله تنقسم في مداها إلى ٦ أقسام كل قسم يساوى القيمة العددية للانحراف المعياري التي بدورها تساوى واحداً صحيحاً بالنسبة للدرجات المعيارية .

## ب - أهم التطبيقات العملية

بما أن متوسط الدرجات المعيارية لأى توزيع ما يساوى صفراً ، وانحرافها المعياري يساوى دائماً واحداً صحيحاً . إذن يمكننا أن نقارن درجات الاختبارات

المختلفة مهما كان متوسط درجاتها الخام ومهما كانت قيم انحرافاتها المعيارية . وذلك لأن عملية تحويل الدرجات الخام إلى درجات معيارية توحد متوسطات جميع تلك الاختبارات أو نقطة الصفر وتجعل وحدات المقياس متساوية في كل اختبار من تلك الاختبارات لأن كلا منها يساوي واحداً صحيحاً . وبهذا نستطيع أن نقارن درجات اختبار ما بدرجات اختبار آخر وذلك عندما نقارن المستويات المختلفة لتلك الاختبارات ، كما سبق أن بينا ذلك في البيانات العددية الموضحة بالجدول رقم ٥٧ .

ونستطيع أيضاً أن نحسب متوسط الدرجات المعيارية التي يحصل عليها طالب ما في الاختبارات المختلفة لأن وحداتها متساوية ولا نستطيع أن نجري نفس هذه العملية بالنسبة للثبنيات أو الإعشاريات لأن وحداتها غير متساوية .

## ٢ - أهم عيوب الدرجات المعيارية

١ - يعاب على الدرجات المعيارية أنها تلزم حدود التوزيع التكراري للدرجات الخام . أي أنها لا تغير أي شيء في شكل هذا التوزيع . وقد يكون التوزيع ملتوياً للتواء موجباً أو سالباً لأن عينة الأفراد التي أجري عليها الاختبار كانت صغيرة أو أنها لم تكن صالحة لتمثيل جميع الأفراد المحتمل قياسهم بذلك الاختبار . وعندما يزداد عدد الأفراد يتغير ذلك التوزيع ، وعندما تتغير طريقة اختيارهم يتغير أيضاً شكل التوزيع . فكانت الدرجات المعيارية بهذا المعنى تقوم على إطار غير ثابت .

وآخر لنا أن نلحظ هذه الدرجات إلى التوزيع التكراري المحتمل عندما يزداد عدد أفراد العينة ، وعندما تصبح هذه العينة صالحة لتمثيل النوع الذي اشتقت منه ، وعندما يصبح الاختبار أيضاً مثلاً للنوع الذي اشتق منه . وقد دلت الدراسات المختلفة على أن أغلب التوزيعات التكرارية للظواهر الإنسانية

والحيوية المختلفة تميل إلى الشكل الاعتدالي المتناسق وخاصة عندما نحسن اختيار عينة الأفراد التي يجرى عليها البحث وعينة الأسئلة الاختيارية التي يقاس بها الأفراد ولهذا سنحاول أن ندرج الدرجات الخام إلى ذلك الإطار العام عندما نبين الخواص الإحصائية للنحنى الاعتدالي المعياري .

٢ - ويعاب عليها كثرة علاماتها السالبة ، وذلك لأن نصف الدرجات المعيارية لأي توزيع تكرارى سالب والنصف الآخر موجب ، ويصعب على الفرد العادى أن يدرك أحياناً معنى الدرجة السالبة ، وقد يصعب على الباحث أن يخفضها بدقة العمليات الإحصائية المختلفة ، ولهذا تهدف الدرجات المعيارية المعدلة إلى التخلص من الدرجات السالبة وذلك بتغيير بدء المقياس من المتوسط إلى نقطة أخرى بحيث تتحول جميع الدرجات السالبة إلى درجات موجبة ، والوسيلة الإحصائية لذلك هي أن نحدد قيمة عددية كبيرة لمتوسطه وليكن ٥٠ مثلاً بدلاً من الصفر الذى تؤدي إليه الدرجات المعيارية

٣ - ويعاب عليها أيضاً أن وحدة قياسها كبيرة لأنها تساوى انحرافاً معيارياً واحداً . وقد سبق أن بينا أن المدى السكلى للدرجات ينتسب إلى حوالى ستة انحرافات معيارية . أى أن وحدة القياس تصبح بهذا المعنى المدى السكلى للدرجات . ولهذا تهدف الدرجات المعيارية المعدلة إلى تصغير هذه الوحدة وذلك بضرب الدرجة المعيارية فى حوالى ١٠ مثلاً أى أن الانحراف المعياري الواحد يصبح بذلك المعنى مساوياً لعشرة أقسام ، وهكذا تتغلب على الوحدات الكبيرة .



## ٤ - الدرجات المعيارية المعدلة

### ١ - حساب الدرجات المعدلة من الدرجات المعيارية

تهدف الدرجات المعيارية المعدلة إلى تصحيح بعض عيوب الدرجات المعيارية وذلك بتعديلها إلى انحراف معياري جديد وإلى متوسط آخر

فإذا ضربنا الدرجة المعيارية الأولى في الجدول السابق رقم ٥٧ في ١٠ أمكننا أن نصغر الوحدات وبذلك تعدل الدرجة المعيارية من - ١,٣ إلى - ١٣ أى أن بعدها عن المتوسط يصبح مساوياً لـ ١٣ وحدة جديدة بدل أن كان يساوى - ١,٣ وحدة قديمة . وبذلك نصل إلى تصغير وحدات المقياس . ويصبح الانحراف المعياري لتلك الدرجات مساوياً لـ ١٠ بدلاً أن كان يساوى ١

وإذا أضفنا إلى تلك الدرجة المعيارية التي عدناها ٥٠ أمكننا أن نتخلص من علامتها السالبة . وبذلك تعدل تلك الدرجة المعيارية من - ١٣ إلى + ٣٧ وهكذا يصبح متوسط الدرجات مساوياً ٥٠ بدلاً أن كان يساوى صفراً

أى أننا بهذا المعنى عدنا الانحراف المعياري أولاً من ١ إلى ١٠ ثم عدنا المتوسط ثانياً من صفر إلى ٥٠ .

والجدول التالي يبين طريقة تعديل الدرجات المعيارية التي رصدنا في الجدول السابق رقم ٥٧ .

الدرجة	الدرجة المعيارية	التعديل الموزن الدرجة المعيارية $\times 10$	التعديل الكلي (الدرجة المعيارية $\times 10$ ) + ٥٠
١	١,٣ -	١٣ -	٣٧
٢	١,٢ -	١٢ -	٣٨
٤	٠,٩ -	٩ -	٤١
٥	٠,٧ -	٧ -	٤٣
٦	٠,٦ -	٦ -	٤٤
١٢	٠,٣ +	٣ +	٥٣
١٤	٠,٦ +	٦ +	٥٦
١٧	١,٠ +	١٠ +	٦٠
١٩	١,٢ +	١٢ +	٦٣
٢٩	١,٥ +	١٥ +	٦٥

(جدول ٥٨)

حساب الدرجات المعيارية المعدلة من الدرجات المعيارية

هذا ويبين العمود الأخير في هذا الجدول القيم العددية للدرجات المعيارية المعدلة . ومن خصائص هذه الدرجات الجديدة أن متوسطها يساوي المتوسط الذي اخترناه لها أي ٥٠ كما يدل على ذلك التحليل التالي :

$$\text{متوسط الدرجات المعيارية} = \frac{\sum \text{معدلاتها}}{\text{عددها}}$$

$$= \frac{5000}{100}$$

$$= 50$$

وهذا هو نفس العدد الذي أضفناه إلى الدرجات المعيارية بعد ضربها كل منها في ١٠ ، أي أنه المتوسط الذي اخترناه لها .

ومن خصائصها أيضاً أن انحرافها المعياري يساوى الانحراف المعياري الذي اختزنه لها أى ١٠ كما يدل على ذلك التحليل الحسابي التالي :

الانحراف المعياري للدرجات المعيارية المعدلة =  $\sqrt{\text{متوسط مربعاتها} - \text{مربع متوسطاتها}}$

$$= \sqrt{2500 - 2601,8}$$

$$= \sqrt{101,8}$$

$$= 10 \text{ تقريباً}$$

وهذا هو نفس العدد الذي ضربناه في كل درجة معيارية . أى أنه الانحراف المعياري الذي اختزنه لنا .

## ٢ - حساب الدرجات المعدلة من الدرجات الخام

يؤدي بنا التحليل السابق الذي أدى بنا إلى حساب الدرجات المعيارية المعدلة من الدرجات المعيارية إلى معرفة الوسيلة لحساب الدرجات المعيارية المعدلة مباشرة من الدرجات الخام .

وعما أن تعديل الدرجات المعيارية يتلخص في ضربها في الانحراف المعياري الجديد ثم جمع ناتج عملية الضرب على المتوسط .

∴ الدرجة المعيارية المعدلة = ( الدرجة المعيارية × الانحراف المعياري المعدل ) + المتوسط المعدل

$$\text{لكن الدرجة المعيارية} = \frac{C - M}{E}$$

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية المعدلة} = \left( \frac{C - M}{E} \times E \right) + M$$

حيث يدل الرمز  $E$  على الانحراف المعياري المعدل  
ويدل الرمز  $M$  على المتوسط المعدل

هذا ويمكن أن نعيد تنظيم رموز المعادلة السابقة في الصورة التالية:

$$\text{الدرجة المعيارية المعدلة} = \left( \frac{E}{C} - S \right) \left( \frac{E}{C} + M \right)$$

$$= \left( \frac{E}{C} - S \right) \left( \frac{E}{C} + M \right)$$

و بتطبيق هذه المعادلة على الدرجات الخام لمثلنا السابق نرى أن متوسط الدرجات الخام يساوى ١٠ وانحرافها المعيارى يساوى ٦,٨٧ كما بينا ذلك في جدول ٥٧ والمتوسط المعدل يساوى ٥٠ والانحراف المعيارى المعدل يساوى ١٠ .

$$\text{أى أن } M = 10 \quad m = 50$$

$$C = 6,87 \quad E = 10$$

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية المعدلة} = \left( \frac{10}{6,87} - S \right) \left( \frac{10}{6,87} + 10 \right)$$

$$= 1,456 - S \quad 14,556 +$$

$$= 1,456 + 35,444$$

وعندما تصبح الدرجة الخام س مساوية ١ تصبح الدرجة المعيارية المعدلة مساوية لنتائج العملية التالية :

$$\text{الدرجة المعيارية المعدلة} = 1,456 + 1 \times 35,444$$

$$= 36,900$$

$$= 37 \text{ تقريباً}$$

وهذه هي نفس القيمة التى حصلنا عليها فى جدول ٥٨ للدرجة الخام ١ عندما حسبنا الدرجة المعيارية المعدلة لها عن طريق درجتها المعيارية .

وبمكن أن نستخدم المعادلة السابقة فى حساب جميع الدرجات المعيارية للمعدلة للدرجات الخام المبينة بالجدول السابق .

## تمارين على الفصل الخامس

١ - ناقش أهم الأسس العملية التي تقوم عليها المعايير الإحصائية النفسية للتوزيعات التكرارية التجريبية .

٢ - ماهي أهم مميزات وعيوب معايير الأعمار الزمنية .

٣ - اذكر الخطوات الرئيسية لحساب معايير الأعمار الزمنية ووضح هذه الخطوات بمثال عددي ؟ وأذكر أهم فوائدها وعيوب تلك المعايير .

٤ - ماهي أهم الفروق الرئيسية بين النسب التالية .

أ - نسبة الذكاء

ب - النسبة التعليمية .

ج - النسبة التحصيلية .

٥ - أذكر الفروق الجوهرية القائمة بين معايير الأعمار الزمنية ومعايير الفروق الدراسية .

٦ - تصلح الدرجات المعيارية لمقارنة درجات الطالب في اختبارين مختلفين ، ولقارنة درجات الطلبة في اختبار واحد ، ناقش .

٧ - بين أهم التطبيقات العملية للدرجات المعيارية .

٨ - بين أهم هيوب للدرجات المعيارية .

٩ - احسب الدرجات المعيارية للدرجات التالية .

٢٣، ٢٢، ١٦، ١٢، ١١، ٦، ٤، ٣، ٢، ١

١٠ - احسب الدرجات المعيارية المعدلة للدرجات المهيئة في  
القرن السابق بحيث يصبح المتوسط مساوياً ١٠٠ ، والانحراف المعياري  
مساوياً ١٠ .

## الفصل السادس

### التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

الاحتمال والصدفة

عندما نراهن زميلاً لك على أمر ما ثم يختلفان فيما بينكما فى الحكم على نتيجة هذا الرهان ثم نحتسبان إلى القرعة فيسك أحدكما قرشاً ويقذه على الأرض على أن يختار كل منكما وجهاً من أوجه القرش : الصورة أو الكتابة ؛ فإن احتمال فوز كل منكما فى هذا الرهان يعادل احتمال فوز الآخر ، لأن القرش إما أن يقع على الأرض وصورته إلى أعلى ، أو يقع على الأرض وكتابه إلى أعلى . أى أن احتمال ظهور الصورة والكتابة لقرش واحد هو احتمال من اثنين أى  $\frac{1}{2}$  أى أن احتمال فوز كل واحد منكما فى هذه الحالة هو  $50\%$  . وعندما نلقى بقرشين على الأرض عدداً كبيراً من المرات فإن الاحتمالات الممكنة لظهور الصورة والكتابة للقرشين معاً تتناقص فى الجدول التالى :-

القرش الأول	القرش الثانى
صورة	صورة
صورة	كتابة
كتابة	صورة
كتابة	كتابة

( جدول ٥١ )

ظهور الصور والكتابة لقرشين معاً

أى أن الاحتمالات تخضع للنسبة التالية : —

النوع	احتمال الظهور
صورة صورة	١
صورة كتابة	٢
كتابة كتابة	١
المجموع	٤

جدول (٦٠)

احتمالات ظهور الصور والكتابة لقرشين معاً

أى أن احتمال ظهور صورة القرش الأول وصورة القرش الثانى معاً هو  $\frac{1}{4}$  ، واحتمال ظهور الصورة والكتابة معاً هو  $\frac{2}{4}$  أى  $\frac{1}{2}$  ، واحتمال ظهور كتابة القرش الأول وكتابة القرش الثانى هو  $\frac{1}{4}$

وعندما نلقى ٦٠ قرش معاً ، بدأ كبيراً من المرات فإن الاحتمالات الممكنة لظهور الصور المرسومة على القرش تتألف من الجدول التالى (١) :

١ — تحسب احتمالات ظهور الصور لـ ٦٠ مثالاً هنا من المعادلة التالية :

$$(١س + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س + ٧س + ٨س + ٩س + ١٠س + ١١س + ١٢س + ١٣س + ١٤س + ١٥س + ١٦س + ١٧س + ١٨س + ١٩س + ٢٠س + ٢١س + ٢٢س + ٢٣س + ٢٤س + ٢٥س + ٢٦س + ٢٧س + ٢٨س + ٢٩س + ٣٠س + ٣١س + ٣٢س + ٣٣س + ٣٤س + ٣٥س + ٣٦س + ٣٧س + ٣٨س + ٣٩س + ٤٠س + ٤١س + ٤٢س + ٤٣س + ٤٤س + ٤٥س + ٤٦س + ٤٧س + ٤٨س + ٤٩س + ٥٠س + ٥١س + ٥٢س + ٥٣س + ٥٤س + ٥٥س + ٥٦س + ٥٧س + ٥٨س + ٥٩س + ٦٠س)$$

بحيث يدل الرمز س على ظهور الصور

وبدل الرمز ك على ظهور الكتابة وأخفاء الصور

ومعاملات المادة السابقة الى تحت التكرار المبين بالجدول رغم ٦٠ وهو ملاحظ الى الترتيب التالى

١٤٦٤٦٥٤٢٠٤٦٥٤٦٤١



عدد الصور	احتمالات الظهور
٠	١
١	٦
٢	١٥
٣	٢٠
٤	١٥
٥	٦
٦	١
المجموع	٦٤

( جدول ٦١ )

احتمالات ظهور الصور لستة قروش تافى معاً

هذا ويمكن أن ترصد جدولاً آخر لظهور الكتابة وسنرى أنه يماثل تماماً الجدول السابق في احتمالات ظهوره ، وإن كان يختلف عنه في أنه عندما لا تظهر أية صورة تظهر ٦ أوجه بها كتابة ، وعندما تظهر صورة واحدة تظهر ٥ أوجه بها كتابة ، وعندما ما تظهر ٣ صور تظهر ٣ أوجه بها كتابة .

والجدول التالى يوضح هذه المقارنة .

عدد الأوجه المصورة	احتمالات الظهور	عدد الأوجه المكتوبة	احتمالات الظهور
٠	١	٦	١
١	٦	٥	٦
٢	١٥	٤	١٥
٣	٢٠	٣	٢٠
٤	١٥	٢	١٥
٥	٦	١	٦
٦	١	٠	١
المجموع	٦٤	المجموع	٦٤

( جدول ٦٣ )

مقارنة احتمالات ظهور الصور باحتمالات ظهور الكتابة المصاحبة لها

ويؤدي بنا هذا القائل إلى الاكتفاء بحساب احتمالات ظهور الصور لأن الكتابة المصاحبة لها متكاملة معها .

هذه الظاهرة الإحصائية تؤكد ما نظنه صدق تخضع في جوهره لتوزيع تكرارى متناسق . هذا إذا أدركنا أن احتمالات الظهور هي في جوهرها رصد لتكرار مرات ظهور الأعداد المختلفة للصور أو الكتابة .

وبرجع الفضل إلى دى موافر De Moivre ولاپلاس Laplace وجاوس Gauss في دراسة هذه الظاهرة وتحليلها تحليلًا رياضياً دقيقاً .

وأغلب الظواهر التي تخضع لتأثيرات عوامل عدة متباينة تخضع في جوهرها لهذا التوزيع وذلك عندما تؤثر فيها تلك العوامل أو بعضها

تأثيراً إيجابياً أو تأثيراً سلبياً . ووجه الشبه قريب جداً بين خضوع الصور في مثالنا السابق لهذا القانون الذي يجعلها إما سائدة أو مسودة ، وبين أغلب العوامل التي تؤثر في حياة السكان حتى قسود أو تدهنى المبدان لمرامل أخرى لقسود .

ولهذا نرى أهمية هذه الظاهرة في دراستنا للتوزيعات التكرارية المختلفة القائمة على رصد أطوال الناس أو أوزانهم أو درجات ذكائهم أو درجات قدراتهم أو درجات تحصيلهم .

هذا وعند ما نرصد مثلاً درجات عينة ما من الطلبة في أى اختبار ما ثم نرى أن تلك الدرجات تختلف إلى حد ما عن ذلك التوزيع السابق فإننا نفترض أن تلك العينة لا تمثل جميع هؤلاء الطلبة ، ولنا أن نفترض أيضاً أن وسيلتنا في القياس وهو الاختيار لا يمثل الأمثلة الممكنة الصالحة . وعند ما نحسن اختيار عينة الأفراد وعينة الأسئلة فنقترب من التوزيع السابق أو نقرب من الصورة المثلى لذلك التوزيع .

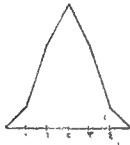
### المضلع التكرارى الاعتدالى

جميع الأمثلة التالية للتوزيعات التكرارية متناسقة في تكرارها كما تدل على ذلك الرسوم الموضحة لها . وتكرارها المتجمع التصاعدى النسبى يوضح احتمال ظهور أى درجة من درجات التوزيع كما يبين ذلك التحليل التالى .

## المثال الأول

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التناقصي
٠	١	١	١,٠٦
١	٤	٥	١,٣١
٢	٦	١١	١,٦٩
٣	٤	١٥	١,٩٤
٤	١	١٦	١,٠٠
المجموع	١٦		

( جدول ٦٢ )  
مثال لتوزيع تكراري متناسق.



( شكل ١٦ )  
المضلع التكراري المتناسق لجدول ٦٢

$$\bar{x} = \text{المتوسط}$$

$$\bar{x} = \text{الوسيط}$$

$$\bar{x} = \text{المنوال}$$

وهكذا نرى أن

المتوسط = الوسيط = المنوال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناقص تكراره عن عین المتوسط وعن بماده.

وبما أن التكرار يوضح احتمال ظهور كل درجة مقابلة لها ، كما سبق .  
أن بينا ذلك في تحليلنا لوجهي القرش . إذا فاحتمال ظهور الدرجة المساوية  
للصفر في الجدول السابق هو  $\frac{1}{4}$  واحتمال ظهور الدرجة المساوية للواحد  
للصحيح هو  $\frac{3}{4}$  وهكذا بالنسبة لباقي درجات وتكرار التوزيع السابق ،

هذا وفي مقدورنا أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدي لمعرفة احتمال  
ظهور درجات أقل من مسترى ما ، فمثلا احتمال ظهور درجة مساوية للصفر  
أو بمعنى آخر أقل من الواحد الصحيح هو  $\frac{1}{4}$  واحتمال ظهور درجة ما تساوى  
صفراً أو واحداً صحيحاً أو بمعنى آخر أقل من ٢ هو  $\frac{3}{4}$  .

ونستطيع أن نحسب التكرار المتجمع التصاعدي لنصل إلى القيم  
العترية لنفس السابقة أو الاحتمالات السابقة مباشرة كما هو مبين بالجدول  
السابق بالعمود الأخير .

وهكذا نرى أن احتمال ظهور درجة ما أقل من الواحد الصحيح هو ٠,٠٦  
واحتمال ظهور درجة أقل من ٢ هو ٠,٣١ . وهكذا بالنسبة لباقي درجات  
التوزيع التكرارى السابق .

المثال الثاني :

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع النسبي
٠	١	١	٠,٠٢
١	٦	٧	٠,١١
٢	١٥	٢٢	٠,٣٤
٣	٢٠	٤٢	٠,٦٦
٤	١٥	٥٧	٠,٨٩
٥	٦	٦٣	٠,٩٨
٦	١	٦٤	١,٠٠
المجموع	٦٤		

( جدول ٦٤ )

مثال لتوزيع تكرارى متناسق



( شكل ١٧ )

المضلع التكرارى المتناسق لجدول ٦٤

المتوسط = ٣

الوسيط = ٣

النوال = ٣

وهكذا ترى أن

المتوسط = الوسيط = النوال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناقص تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره ،  
كما يبين ذلك أيضاً في المثال السابق .

هذا ويمكن أن نستعين بالتكرار المتجمع التصاعدي النسبي لمعرفة  
الاحتمالات المختلفة لمستويات الدرجات ، فمثلاً احتمال ظهور درجة أقل  
من ٣ يبلغ ٠,٣٤ . وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات .

المثال الثالث:

الدرجة	التكرار	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي
٠	١	١	٠,٠٠٤
١	٨	٩	٠,٠٣٥
٢	٢٨	٣٧	٠,١٤٤
٣	٥٦	٩٣	٠,٣٦٣
٤	٧٠	١٦٣	٠,٦٣٧
٥	٥٦	٢١٩	٠,٨٥٥
٦	٢٨	٢٤٧	٠,٩٦٥
٧	٨	٢٥٥	٠,٩٩٦
٨	١	٢٥٦	١,٠٠٠
المجموع	٢٥٦		

( جدول ٦٥ )

مثال لتوزيع تكرارى متناسق



( شكل ١٨ )

المضلع التكرارى المتناسق لجدول ٦٤

المتوسط = ٤

الوسيط = ٤

الموال = ٤

وهكذا نرى أن

المتوسط = الوسيط = الموال

وذلك لاعتدال التوزيع وتناسق تكراره عن يمين المتوسط وعن يساره ،

كما بينا ذلك فى المثالين السابقين .

هذا ويمكن أن نستعين بالتكرار المتجمع المتعاذى المنحني لمعرفة الاحتمالات

المختلفة لمستويات الدرجات ، كما بينا ذلك فى المثالين السابقين .

وتوضح هذه الأمثلة انطباق المتوسط على الوسيط وعلى الموال بالنسبة

للتوزيع التكرارى المتناسق المعتدل ، ولذا يسمى مثل هذا التوزيع

بالتوزيع الاعتدالى .



## المنحنى التكرارى الاعتدالى

عندما تكثر قيم الدرجات المختلفة للتوزيعات التكرارية السابقة يقترب المصطلح التكرارى من المنحنى التكرارى. فالمثال الثالث السابق أقرب إلى شكل المنحنى من المثال الثانى وهذا بدوره أقرب من الأول .  
وهكذا نصل فى النهاية إلى المنحنى التكرارى الاعتدالى المبين فى الشكل التالى.



( شكل ١٩ )  
المنحنى التكرارى الاعتدالى

## المنحنى التكرارى الاعتدالى المعيارى

بما أن المنحنى السابق أصبح هو الإطار الذى ننسب إليه توزيعاتنا التكرارية المختلفة لنرى مدى اقترابنا من الظاهرة التى ندرسها فى صورتها العامة عند جميع الأفراد ، أو مدى ابتعادنا عنها ، إذا يجب أن نبحث عن الوسائل الإحصائية التى تجعل تلك المقارنة ممكنة وصحيحة .

ولنضرب لذلك المثل التالى ، فى بحثنا عن معايير لنتائج اختبار ما طبق على أفراد تمتد أعمارهم من ٧ سنوات إلى ٢١ سنة كنا نكتفى قبل ذلك بمقارنة المتوسطات وحساب الأعمار المقابلة لكل متوسط من تلك المتوسطات لنحكم بعد ذلك على مستوى الطلبة ، ونحسب من ذلك النسب المختلفة كنسبة الذكاء أو النسبة التحصيلية أو غير ذلك من النسب النفسية .

وعندما لا تكون عينة الأفراد التي طبقنا عليها الاختبار مثله لجميع الأفراد الذين يمكن ويحتمل وجودهم في إطار تلك العينة فإن حكمنا لا يكون صحيحاً لأننا نلصق مستوى الطالب إلى إطار لا يمثل جميع الطلبة .  
وحرى بنا أن نحسب المنحى الأصلي الذي تمثله تلك العينة أو المنحى الدال على جميع الأفراد الذين اشتققنا منهم تلك العينة ليصبح حكمنا صحيحاً وصالحاً .  
وهكذا نصل في النهاية إلى أن المنحى الاعتدالي يمثل الأصل أو الأب أو التعداد السكلي أو العالم الذي نشق منه العينة التي نجرى عليها اختباراتنا .  
وكما كان اختيارنا صحيحاً ، وكلما كان عدد الأفراد كبيراً إلى الحد الذي لا يتأثر بالأخطاء المحتملة في القياس ، كان اقترابنا من ذلك الأصل كبيراً .  
ونستطيع أن نصحح بعض الأخطاء الباقية بأن نلصق بياناتنا العددية إلى التوزيع الاعتدالي المثالي .

ولن نستطيع أن نقارن التوزيعات التكرارية المختلفة وأن نلصقها إلى أصلها الاعتدالي ، إلا إذا أمكننا أن نعدل درجات التوزيع التكراري الاعتدالي حتى تصبح درجاته معيارية صالحة للمقارنة .

وعندما نحدد المتوسط التوزيع التكراري الاعتدالي قيمة عددية مساوية للصفر تصبح جميع درجات التوزيع التكراري الاعتدالي انحرافات عن المتوسط ، لأن ..

الانحراف عن المتوسط = الدرجة - المتوسط

وبما أن المتوسط في هذه الحالة = صفر ..

∴ الانحراف عن المتوسط = الدرجة - صفر .

∴ = الدرجة الانحرافية .

وعندما نحدد للانحراف المعياري قيمة عددية مساوية للواحد الصحيح ، تصبح درجات التوزيع التكراري الاعتدالي السابق درجات معيارية لأن

$$\frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}} = \text{الدرجة المعيارية}$$

لكن المتوسط في هذه الحالة = صفر

والانحراف المعياري في هذه الحالة = ١

$$\therefore \frac{\text{الدرجة} - \text{صفر}}{1} = \text{الدرجة المعيارية في هذه الحالة}$$

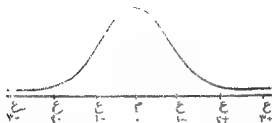
$$= \text{الدرجة المعدلة}$$

وهكذا يمد لنا هذا التعديل صياغة جميع درجات التوزيع التكراري. الاعتدالي السابق صياغة تجعلها كلها درجات معيارية . . ولذا يسمى مثل هذا للتوزيع بالتوزيع التكراري الاعتدالي المعياري .

وهو بهذه الصورة يصلح كإطار لإحصاء تنسب إليه التوزيعات التكرارية المختلفة وبما أن درجات التوزيع التكراري الاعتدالي المعياري كلها درجات معيارية إذاً لا تصلح النسبة إليه إلا إذا حولنا درجات التوزيعات التكرارية المختلفة إلى درجات معيارية أيضاً حتى نستطيع أن نقارن بينها وبين الدرجات المعيارية للإطار الذي اصطلمنا عليه .

وهكذا نستطيع أن نحسب مثلاً التكرار المحتمل لأي درجة معيارية في أي توزيع وذلك بنسبتها للدرجة المعيارية للتوزيع التكراري المعياري . تم الكشف عن التكرار المقابل لها لو كان التوزيع اعتدالياً معيارياً ، ونستطيع أيضاً أن نحسب المستويات المحتملة بنفس الطريقة السابقة .

والشكل التالي يبين معنى التوزيع التكراري الاعتدالي المعياري بمتوسطه المساوي للصفر ، وانحرافه المعياري المساوي للواحد الصحيح .



( شكل ٢٠ )

منحنى التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

## أهم الخواص الإحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

للتعديل السابق أهميته القصوى فى تحويل المنحنى الاعتدالى إلى منحنى اعتدالى معيارى يصلح إطاراً ثابتاً ننسب إليه الظواهر الإحصائية المختلفة لأن الدرجات المعيارية تصلح لمقارنة درجات التوزيعات المختلفة كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للخواص الإحصائية للدرجات المعيارية .

والتوزيع التكرارى الاعتدالى للمعيارى بهذا المعنى توزيع اعتدالى متوسطه يساوى صفراً ، وانحرافه المعيارى يساوى واحداً صحيحاً

هذا وعندما نحاول أن نلصق أو نقارن التوزيعات التكرارية المختلفة بالتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى الذى اصططلعنا على أن يكون هو الإطار الذى نرجع إليه فى تلك المقارنات ، نواجهنا صعوبة اختلاف عدد الدرجات أو عدد الأفراد من توزيع لتوزيع آخر . ولذلك نلجأ إلى تحويل التكرار إلى تكرار متجمع نسبي كما سبق أن بينا ذلك فى أمثلة المضلع التكرارى الاعتدالى وذلك بقسمة كل تكرار على مجموع تكرار التوزيع حتى نصبح جميع هذه التكرارات نسبة عشرية ويصبح المجموع الكلى لها مساوياً للواحد الصحيح .

وهكذا نصل في النهاية إلى أهم الخواص الإحصائية للتوزيع التكرارى  
الاعتدالى المعيارى :

١ - اعتدالى فى تناسق تكراره ، حيث ينطبق المتوسط على الوسيط  
وعلى المتوال وهو مماثل بالنسبة للمحور الذى يقام عمودياً فوق القاعدة  
عند المتوسط . أى أن النصف الأيمن الذى يقع عن يمين هذا المحور ينطبق  
تماماً على الأيسر الذى يقع عن يسار ذلك المحور .

٢ - متوسطه يساوى صفرأ

٣ - انحرافه المعيارى يساوى واحداً صحيحاً

٤ - درجاته معيارية معدلة ، وهى تمتد من ما لا نهاية فى اتجاهها السالب  
إلى ما لا نهاية فى اتجاهها الموجب أى من  $-\infty$  إلى  $+\infty$  بحيث لا يقابل  
المنحنى قاعدته الأفقية إلا فى ما لا نهاية .

٥ - مجموع تكراره يساوى واحداً صحيحاً .

أهم الفوائد التطبيقية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى :

نعمد فوائد التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى على خواصه  
الإحصائية . ويمكن أن نقسم هذه الفوائد التطبيقية بالنسبة للقياس العقلى  
إلى ما يرتبط بالتكرار ، وما يرتبط بالتكرار المتجمع النسبى .

وهكذا يمكن أن نستعين بالتكرار الاعتدالى المعيارى لحساب التكرار  
المقابل لدرجات التوزيعات التكرارية المختلفة بشرط أن نحول تلك الدرجات  
أولاً إلى درجات معيارية حتى نستطيع أن نحول التوزيعات المختلفة إلى صورها  
الاعتدالية المعيارية أو صورها القريبة من ذلك النموذج الذى اصطلمنا عليه .

تعتمد هذه الطريقة على ارتفاعات المنحنى التكرارى الاعتدالى التى تمثل ذلك التكرار الذى نبحث عنه . وقد حسبت جميع تلك الارتفاعات حساباً دقيقاً وأنشئت لها جداول إحصائية ترجع إليها فى تلك العملية .

ويمكن أيضاً أن نستعين بالتكرار الاعتدالى المعيارى المتجمع النفسى لحساب مدى احتمال ظهور أية درجة فى مفايسنا العقلية المختلفة ومدى وقوعها فى نطاق معين ومدى احتمال زيادتها أو نقصانها عن المستويات المختلفة التى نصلطح عليها . وتعتمد هذه الطريقة على المساحة المحصورة بين المنحنى وقاعدته والتى اصطلاحاً على أن تكون مساوية للواحد الصحيح لأنها تمثل بمجموع التكرار ، ولذا تصلح تلك الطريقة لحساب المساحة المحصورة بين المتوسط وأية درجة أخرى تزيد أو تقل عن ذلك المتوسط . وقد حسبت جميع تلك المساحات حساباً دقيقاً وأنشئت لها جداول إحصائية ترجع إليها فى كل تلك العمليات .

## تحويل التوزيع التكرارى إلى صورته الاعتدالية المعيارية

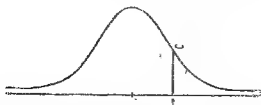
يعتمد شكل التوزيع التكرارى الذى تحصل عليه فى تجاربنا المختلفة على عينة الأفراد التى يجرى عليها القياس وعلى نوع المقياس أو الاختبار الذى نستعين به فى تلك التجربة وعلى الصفة التى نقيسها . هذا وقد تكون تلك الصفة التى نقيسها موزعة توزيعاً اعتدالياً فى مصدرها الأصلى الذى انتزعنا منه تلك العينة التى نجرى عليها القياس أو الاختبار ، وقد لا تكون اعتدالية فى مصدرها . ولذا يلجأ إلى تحويل التوزيع التكرارى التجريبى إلى أقرب صورة اعتدالية يمكن أن ينطوى تحتها ثم نقارن التوزيع التجريبى بالتوزيع الاعتدالى الذى حصلنا عليه فإذا كان الفرق صغيراً أمكننا أن ندرك أن هذا الفرق يرجع إلى عوامل الصدفة وأن توزيعنا الذى حصلنا عليه قريب جداً من النموذج الاعتدالى الذى

حولناه ، وإذا كان الفرق كبيراً من أن يرجع إلى الصدفة فإننا ندرك أن عملية التحويل لم تكن لتصلح لصياغة التوزيع التجريبي في صورته الاعتدالية .

وهكذا نرى أهمية هذه العملية في مقاييسنا الإحصائية المختلفة وعامة النواحي المعيارية التي تعتمد عليها اعتماداً كبيراً في حساب المستويات المختلفة للاختبارات العقلية وغيرها من المقاييس النفسية الأخرى .

وتقوم فكرة تحويل التوزيع التكرارى التجريبي إلى توزيع تكرارى اعتدالى على حساب الدرجات المعيارية للتوزيع التجريبي ثم حساب التكرار الاعتدالى المقابل للمك الدرجات المعيارية .

والشكل التالى يوضح هذه الفكرة .



( شكل ٢١ )

علاقة بـ بـود القائم على القاعدة من النقطة أ ( الدرجة المعيارية ) بإقبال الحق و ب ، لتكرار الاعتدالى للدرجة المعيارية أ

حيث يدل هذا الشكل على المنحنى المعيارى وتدل النقطة أ على الدرجة المعيارية التي نبحث عن تكرارها الاعتدالى . وبما أن طول العمود أ ب يدل على الارتفاع الذى يمثل التكرار الاعتدالى ، إذا يمكننا أن نجد أطوال تلك الأعمدة المقامة على للنقط المختلفة الدالة على الدرجات المعيارية .

وقد حسبت هذه الأطوال أو الارتفاعات ورصدت في جداول يمكن

"الاستمارة بها بسهولة (١١) . الجدول رقم (٣) في ملحق الجداول الإحصائية  
الانفسية بين الارتقاعات المقابلة لكل درجة معيارية في المنحنى التكرارى  
الاعتدالى المعيارى ، وبين أيضاً المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجات  
المعيارية المختلفة .

هذا وتدل تلك الأطوال على تكرار الدرجة المعيارية الموزعة توزيعاً اعتدالياً  
بحيث يساوى المتوسط صفر أو الانحراف المعيارى واحداً صحيحاً وعدد الدرجات  
واحداً صحيحاً لأنه تكرار نسبي كما سبق أن بينا ذلك .

١ - المادة الرياضية للمنتحى الاعتدالى

$$- \left( \frac{z}{\sigma} \right) =$$

$$\text{طول السود أو الارتفاع} = \frac{h}{\sigma \sqrt{2\pi}}$$

حيث يدل الرمز  $h$  على عدد الأفراد الذى يساوى عدد الدرجات

ويدل الرمز  $\sigma$  على النسبة التفرعية  $\sigma = 1.414$

ويدل الرمز  $h$  على أساس لوجارىتم ناير  $\sigma = 1.782$

ويدل الرمز  $\sigma$  على الانحراف

ويدل الرمز  $\sigma$  على الانحراف للمعيارى

وهذا يصبح هذا المنتحى اعتدالياً معيارياً ويصبح متوسطه مساوياً للصفر وتصبح

$$h = 1$$

$$\sigma = 1$$

$$\therefore \text{طول السود أو الارتفاع} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} = \frac{1}{1.414 \times 1.782}$$

$$= \frac{1}{2.511886} = 0.3989423$$

وبذلك يمكن حساب القيم العددية المخططة لهذا الارتفاع المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة .



فعلينا إذاً أن نحول تلك الأطوال إلى تكرار يشمل التوزيع التكرارى،  
التجريبى بمتوسطه وانحرافه المعيارى وعدد درجاته .

أى أن العملية تنحصر فى تحويل التوزيع التكرارى التجريبى إلى توزيع  
اعتدالى له نفس قيم الانحراف المعيارى والمتوسط وعدد الدرجات التى كانت  
لتوزيع التكرار التجريبى ،  
والجدول التالى يوضح هذه الفكرة .

التكرار التجريبى	التكرار الاعتدالى	الارتفاع المقابل للدرجة المبارية من جدول (٢)	الدرجة المبارية	الانحراف	متصفات الثبات	ثلاث الدرجات
٠	٠,٢	٠,٠٠١٩	٣,٣٧ -	١٨,٣٣ -	٣	٣ - ١
٢	١,٢	٠,٠٠٩٦	٢,٧٣ -	١٥,٣٣ -	٥	٦ - ٤
٦	٤,٤	٠,٠٣٥٥	٢,٢٠ -	١٢,٣٣ -	٨	٩ - ٧
٧	١٢,٤	٠,١٠٠٦	١,٦٦ -	٩,٣٣ -	١١	١٢ - ١٠
٢٩	٢٥,٩	٠,٢١٠٧	١,١٣ -	٦,٣٣ -	١٤	١٥ - ١٣
٤٠	٤١,٢	٠,٣٣٥٢	٠,٥٩ -	٣,٣٣ -	١٧	١٨ - ١٦
٥٨	٤٩,٠	٠,٣٩٨٢	٠,٠٦ -	٠,٣٣ -	٢٠	٢١ - ١٩
٣٧	٤٣,٧	٠,٣٥٥٥	٠,٤٨ +	٢,٦٧ +	٢٣	٢٤ - ٢٢
٢٣	٢٩,٥	٠,٢٣٩٦	١,٠١ +	٥,٦٧ +	٢٦	٢٧ - ٢٥
١٩	١٤,٨	٠,١٢٠٠	١,٥٥ +	٨,٦٧ +	٢٩	٣٠ - ٢٨
٧	٥,٦	٠,٠٤٥٩	٢,٠٨ +	١١,٦٧ +	٣٢	٣٣ - ٣١
٢	١,٦	٠,٠١٣٢	٢,٦١ +	١٤,٦٧ +	٣٥	٣٦ - ٣٤
٠	٠,٦	٠,٠٠٤٨	٣,٩٧ +	١٦,٦٧ +	٣٨	٣٩ - ٣٧
						المجموع

(جدول ٦٦)

تحويل التوزيع التكرارى التجريبى إلى أقرب توزيع تكرارى اعتدالى

وتتلخص خطوات هذه العملية فيما يلي :

١ - بحسب متوسط التوزيع التكرارى أى أن المتوسط = ٢٠,٣٣

٢ - بحسب الانحراف المياري للتوزيع التكرارى ، أى أن :

$$\text{الانحراف المياري} = ٠,٥٦١$$

٣ - تحسب الانحرافات المبينة بالعمود الثالث فى الجدول السابق ، وذلك بطرح المتوسط من منتصفات الفئات ، أى أن .

انحراف الفئة الأولى = منتصف الفئة - المتوسط .

$$٢ - ٢٠,٣٣ =$$

$$- ١٨,٣٣ =$$

انحراف الفئة الثانية - منتصف الفئة - المتوسط

$$٥ - ٢٠,٣٣ =$$

$$- ١٥,٣٣ =$$

وهكذا بالنسبة لبقية فئات التوزيع التكرارى .

٤ - تحسب الدرجة المعيارية وذلك بقسمة الانحراف على الانحراف المياري ، أى أن

$$\frac{\text{انحراف}}{\text{الانحراف المياري}} = \text{الدرجة المعيارية للفئة الأولى}$$

$$\frac{- ١٨,٣٣}{٠,٥٦١} =$$

$$- ٣,٢٧ =$$

$$\frac{\text{انحراف منتصف الفئة}}{\text{الانحراف المعياري}} = \text{والدرجة المعيارية للفئة الثانية}$$

$$\frac{١٥٨٢ -}{٥٦١} =$$

$$= ٢,٧٣$$

وهكذا بالنسبة لقيمة فئات التوزيع التكرارى

٥ - يمكننا الآن أن نستخدم الدرجات المعيارية التي حصلنا عليها من العملية السابقة في حساب الارتفاعات المقابلة لها في التوزيع التكرارى الاعتيادى التى ييناها في الشكل رقم ٢١ ، وذلك بالاستعانة بجدول الارتفاعات أى بالجدول رقم ٣ في ملحق الجداول الإحصائية لنفسة .

والجدول التالى يمثل عينة لجدول الارتفاعات ويوضح طريقة قراءته ومعناه .

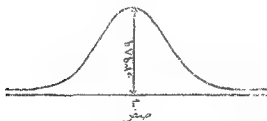
الدرجة المعيارية	الارتفاع	المساحة المحصورة بينها وبين المتوسط
٠,٠٠	٠,٣٩٨٩	٠,٠٠٠٠
١,٠٠	٠,٣٤٢٠	٠,٣٤١٣
١,٠٤	٠,٣٣٢٣	٠,٣٥٠٨

( جدول ٦٧ )

عينة لجدول ارتفاعات المنحنى الاعتيادى المعيارى

أى أنه عندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية ٠,٠٠ يصبح الارتفاع المقابل لها مساوياً ٠,٣٩٨٩ وهذا هو أقصى ارتفاع يصل إليه المنحنى الاعتيادى المعيارى لأن تلك الدرجة المساوية للصفر تنطبق على المتوسط لأن قيمته هو الآخر مساوية للصفر ، وقيمة المتوسط تساوى أيضاً قيمة المتوال بالنسبة لذلك المنحنى

والمنوال يمثل أعلى نقطة موجودة في ذلك المنحنى . وعند ما تنطبق الدرجة المعيارية على المتوسط تصبح المساحة المحصورة بين تلك الدرجة والمتوسط مساوية للصفر ، كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات الاعتدالية المعيارية . والشكل التالي يوضح هذه الفكرة .

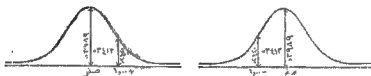


( شكل ٢٢ )

النهاية العليا لارتفاع المنحنى الاعتدالى المعيارى تساوى ٢٢٨٩

وهذه القيمة تقابل الدرجة المعيارية المساوية للصفر في جدول الارتفاعات . وعند ما تصبح قيمة الدرجة المعيارية مساوية الواحد الصحيح أى ١,٠٠ يصبح الارتفاع مساوياً لـ ٢٤٢٠,٠ كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات . وعندما تسارى الدرجة المعيارية واحداً صحيحاً تنطبق على الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى لأن قيمته هو الآخر تساوى واحداً صحيحاً . أى أن ارتفاع العمود المقام على النقطة الدالة على الانحراف المعيارى يساوى ٢٤٢٠,٠ والمساحة المحصورة بين هذا الانحراف المعيارى والمتوسط تساوى ٢٤١٣,٠ كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات المعيارية وبما أن المنحنى الاعتدالى المعيارى متماثل بالنسبة للعمود الذى يقسمه من منتصفه إلى قسمين متساويين ؛ إذاً الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية - ١,٠٠ يساوى الارتفاع المقابل للدرجة المعيارية + ١,٠٠ والمساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة

المعيارية - ١,٠٠ تساوى المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة المعيارية + ١,٠٠ كما يدل على ذلك الشكل التالى .



( شكل ٢٢ )

ارتفاع العمود عند الدرجة المعيارية المساوية لـ + ١,٠٠ يساوى ٠,٢٤٢٠ والمساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٠,٣٤١٣.	ارتفاع العمود عند الدرجة المعيارية المساوية لـ - ١,٠٠ يساوى ٠,٢٤٢٠ والمساحة المحصورة بين هذه الدرجة والمتوسط تساوى ٠,٣٤١٣.
--	--

وسلمتعين بمجدول الارتفاعات في قراءة الارتفاعات الاعتدالية المعيارية المقابلة لأدراجات المعيارية السالبة والموجبة التى حسبناها للتوزيع التكرارى المبين بالجدول رقم ٦٦

هذا والعلامة الجبرية السالبة تدل على أن العمود يقع على يسار المتوسط والعلامة الجبرية الموجبة تدل على أن العمود يقع على يمين المتوسط . وهذه العلامات الجبرية لا تؤثر فى القيمة العددية للارتفاع ولن تؤثر إلا فى تحديد موقع الارتفاع بالنسبة للمتوسط . وبما أن هذا الأمر لا يعنينى فى مثلنا هذا من قريب أو بعيد ، إذا فسنرصد القيم العددية للارتفاع من جدول الارتفاعات موجبة كلها .

وقد بينا نتائج هذه العملية فى العمود الرابع بالجدول رقم ٦٦ فنلأ

الدرجة المعيارية - ٢,٢٧ يقابلها الارتفاع ٠,٠٠١٩ .

- والدرجة المعيارية - ٢,٧٣ يقابلها الارتفاع ٠,٠٩٦  
والدرجة المعيارية + ٢,٦١ يقابلها الارتفاع ٠,١٣٢  
والدرجة المعيارية + ٢,٩٧ يقابلها الارتفاع ٠,٠٤٨

٦ - هذه الارتفاعات التي حصلنا عليها بالعمود الرابع للجدول رقم ٦٦ تمثل تكراراً نسبياً لأنها كسور عشرية . أى أنها تمثل تكرار المنحنى الاعتدالى المعيارى الذى يساوى مجموع تكراره واحداً صحيحاً وانحرافه المعيارى يساوى واحداً صحيحاً . لهذا يجب أن تحول هذه الارتفاعات إلى تكرار التوزيع التكرارى الذى نحسب له أقرب توزيع تكرارى اعتدالى .

ربما أن مجموع تكرار ذلك التوزيع يساوى ٢٣٠ ، وانحرافه المعيارى يساوى ٥,٦١ ، ومدى كل فئة من فئات درجاته يساوى ٣

٠. التكرار المعدل المحتمل

$$= \frac{\text{مجموع التكرار}}{\text{الانحراف المعيارى}} \times \text{مدى الفئة}$$

$$\text{لكن} \quad \frac{\text{مجموع التكرار}}{\text{الانحراف المعيارى}} \times \text{مدى الفئة} = ٣ \times \frac{٢٣٠}{٥,٦١}$$

$$= \frac{٦٩٠}{٥,٦١}$$

$$= ١٢٢,٩٩٤٧ \text{ تقريباً}$$

٠. التكرار المعدل المحتمل للفئة الأولى = ارتفاع الفئة الأولى  $\times ١٢٢,٩٩٤٧$

$$= ١٢٢,٩٩٤٧ \times ٠,٠٠١٩ =$$

$$= ٠,٢ \text{ تقريباً}$$

والتكرار المعدل المحتمل للفئة الثانية = ارتفاع الفئة الثانية  $\times 122,9947$

$$122,9947 \times 0,0096 =$$

$$= 1,2 \text{ تقريباً}$$

وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى .

٧ - وقد رصدنا التكرار التجريبي الأصلي في العمود الأخير بالجدول رقم ٦٤ حتى نستطيع أن نقارن بين التكرارين الاعتدالي الذي حصلنا عليه حسابياً وذلك بنسبة التوزيع التجريبي إلى أقرب توزيع اعتدالي ورصدناه في العمود السادس من الجدول السابق ؛ والتوزيع التجريبي الذي حصلنا عليه معلا كمنتيجة لعملية القياس المباشر ورصدناه في العمود السابع من الجدول السابق .

وبما أن التوزيع الاعتدالي في صورته الصحيحة يمتد من  $-\infty$  إلى  $+\infty$  لذلك أضفنا للتوزيع التجريبي فئة قبل أوله تمتد من ١ إلى ٣ وتكرارها التجريبي يساوي صفراً ، وفئة بعد آخره تمتد من ٣٧ إلى ٣٩ وتكرارها التجريبي يساوي صفراً أيضاً لنقترب بذلك من الصورة الحقيقية للتوزيع الاعتدالي وقد كان لهذه الإضافة أثرها في تنسيق التكرار الاعتدالي فأصبح تكرار الفئة التي تمتد من ٣٧ إلى ٣٩ هو ٠,٦

وبما أن مجموع التكرار التجريبي يساوي ٢٣٠ ومجموع التكرار الاعتدالي يساوي ٢٣٠,١ والفرق بينهما يساوي ٠,١ إذاً نستطيع أن نقرر أن هذا الفرق نشأ من عمليات التقريب العددي ، ونقرر أيضاً صحة المراجعة الحساسة لتلك العملية .

### قياس حسن المطابقة <sup>٢٤</sup>

أمكننا في المثال السابق أن نحول التكرار التجريبي إلى أقرب توزيع

تكرارى اعتدالى ، ونهدف الآن إلى معرفة مدى اقتراب أو ابتعاد التوزيع التكرارى التجريبي من صورته المثلى الاعتدالية . فإذا كانت الفروق القائمة بين التكرار بسيطة أمكننا أن نمزوها إلى الصدفة . وإذا كانت كبيرة أمكننا أن نرفض قبول تلك الصورة الاعتدالية وأن نقرر عدم صلاحيتها لتمثيل التوزيع التكرارى التجريبي .

وقد أدت الدراسات الإحصائية التى قام بها كارل بيرسون (١) ١٩٠٠ إلى إنشاء مقياس إحصائى يصلح لاختبار مدى مطابقة المنحنى التجريبي للمنحنى التكرارى الاعتدالى ، ويسمى هذا المقياس باسم كا<sup>٢</sup>

ويعتمد هذا المقياس فى جوهره على مربعات انحرافات التوزيعات التجريبية عن مقابلاتها الاعتدالية .

والجدول التالى يوضح طريقة تطبيق هذا المقياس على نتائج عملية تحويل التوزيع التكرارى التجريبي لأقرب توزيع تكرارى اعتدالى لفئات الدرجات المبينة بالجدول رقم ٦٦ . وقد جمعنا الفئات الثلاث الأولى فى فئة واحدة تمتد من ١ إلى ٩ بدل أن كانت تمتد فئاتها من ١ إلى ٣ ومن ٤ إلى ٦ ومن ٧ إلى ٩ ، وكذلك فئتنا بالفئات الثلاث الأخيرة لجمعناها فى فئة واحدة تمتد من ٣١ إلى ٣٩ بدل أن كانت فئتنا تمتد من ٣١ إلى ٣٣ ومن ٣٤ إلى ٣٦ ومن ٣٧ إلى ٣٩ حتى تصبح القيم العددية لتكرار الفئات المختلفة مناسبة لتطبيق هذا المقياس ، وذلك لأن مقياس كا<sup>٢</sup> لا يصلح للفئات ذات التكرار الضعيف الذى يقل عن ٥

(١) Pearson, K. On the Criterion that a given System of Deviations from the Probable in the Case of Correlated Variables is Such that it Can Reasonably be Supposed to have arisen from Random Sampling. Philosophical Magazine, 5 Vol 50. 1900. P. P. 157 ff



فئات الدرجات	التكرار التجريبي ت ح	التكرار الاعتدالي ت د	المروق السكرارية ت ح - ت د	مربعات المروق (ت ح - ت د) <sup>2</sup>	(ت ح - ت د) <sup>3</sup>
١ - ٩	٨	٥,٨	٢,٢+	٤,٨٤	٨,٨٣٤
١٠ - ١٢	٧	١٢,٤	٥,٤-	٢٩,١٦	٣,٣٥٢
١٣ - ١٥	٢٩	٢٥,٩	٣,١+	٩,٦١	٢,٣٧١
١٦ - ١٨	٤٠	٤١,٢	١,٢-	١,٤٤	-١,٦٣٥
١٩ - ٢١	٥٨	٤٩,٠	٩,٠+	٨١,٠٠	١,٦٥٣
٢٢ - ٢٤	٣٧	٤٣,٧	٦,٧-	٤٤,٨٩	-١,٠٢٧
٢٥ - ٢٧	٢٣	٢٩,٥	٦,٥-	٤٢,٢٥	-١,٤٣٢
٢٨ - ٣٠	١٩	١٤,٨	٤,٢+	١٧,٦٤	١,١٩٢
٣١ - ٣٣	٩	٧,٨	١,٢+	١,٤٤	١,١٨٥
المجموع	٢٣٠	٢٣٠,١	١-		٩٠٨١ = <sup>ك</sup>

(جدول ٦٨)  
الخطوات الإحصائية لحساب ك

ونتخلص أهم العمليات الإحصائية لحساب ك في الخطوات التالية :-

- ١ - تجمع الفئات وخاصة المتطرفة منها بحيث لا يقل تكرار أى فئة عن ٥ كما هو مبين بالعمود الأول من الجدول السابق الذى يدل على فئات الدرجات ، والعمود الثانى الذى يدل على التكرار التجريبي ، والعمود الثالث الذى يدل على التكرار الاعتدالى الذى سبق أن حسبناه فى الجدول رقم ٦٥ .
- ٢ - يطرح كل تكرار اعتدالى من التكرار التجريبي المقابل له . فمثلا التكرار التجريبي للفئة الأولى التى تمتد من ١ إلى ٩ هو ٨ والتكرار الاعتدالى هو ٨ . وبذلك يصبح الفرق مساوياً + ٢,٢ أى أن :

الفرق التكرارى = التكرار التجريبي - التكرار الاعتدالى

$$= ت ج - ت د$$

حيث يدل الرمز ت ج على التكرار التجريبي

ويدل الرمز ت د على التكرار الاعتدالى

وعندما نطبق هذه الفكرة على تكرارى الفئة الأولى ، نرى أن

$$ت ج = ٨ \quad ، \quad ت د = ٥,٨$$

$$١٠. \text{ الفرق التكرارى } = ٨ - ٥,٨$$

$$= ٢,٢ +$$

وعندما نطبق هذه الفكرة على تكرارى الفئة الثانية التى تمتد من ١٠

إلى ١٢ نرى أن

$$\text{الفرق التكرارى} = ت ج - ت د$$

$$= ٧ - ١٢,٤$$

$$= - ٥,٤$$

وهكذا بالنسبة التكرار الفئات الأخرى كما هو مبين بالعمود الرابع

من الجدول السابق .

٣ - تربيع الفروق التكرارية وترصد فى العمود الخامس من الجدول

السابق ، أى أن

$$\text{مربع الفرق} = ( \text{التكرار التجريبي} - \text{التكرار الاعتدالى} )^2$$

$$= ( ت ج - ت د )^2$$

وبما أن الفرق التكرارى للفئة الأولى يساوى ٢,٢ +

٢. مربع الفرق التكرارى للفترة  $(٢,٢) = ٢$

$$= ٤,٨٤$$

وبما أن الفرق التكرارى للفترة الثانية  $= ٥,٤$

٢. مربع الفرق التكرارى للفترة الثانية  $= (٥,٤) = ٢$

$$= ٢٩,١٦$$

وهكذا بالنسبة لبقية الفروق التكرارية للفتات الأخرى .

٤ - تقسم مربعات الفروق على التكرار الاعتدالى لنحسب من ذلك

نسبتها إليه أى أن نسبة مربعات الفروق للتكرار الاعتدالى

$$= \frac{(التكرار التجريبي - التكرار الاعتدالى)^2}{التكرار الاعتدالى}$$

$$= \frac{(ت.ج - ت.د)^2}{ت.د}$$

وبما أن مربع الفرق التكرارى للفترة الأولى يساوى  $٤,٨٤$  والتكرار

الاعتدالى لهنه الفترة هو  $٥,٨$

$$٢. \text{نسبة مربع الفرق إلى التكرار الاعتدالى للفترة الأولى} = \frac{٤,٨٤}{٥,٨}$$

$$= ٠,٨٣٤ \text{ تقريباً}$$

وهكذا بالنسبة لبقية الفتات الأخرى ، كما هو مبين بالعمود الأخير

من الجدول السابق .

٥ - تجمع هذه النسب لتحصل بذلك على القيمة العددية لـ  $\chi^2$  ، أى أن

$$\chi^2 = ٩,٠٨١$$

كما هو مبين فى نهاية العمود الأخير من الجدول السابق .

هذا وكلما كانت القيمة العددية لـ  $\alpha$  كبيرة كان الفرق كبيراً بين التكرارين التجريبي والاعتدالي وكلما كانت هذه القيمة صغيرة كان الفرق صغيراً بين التكرارين .

والمشكلة الإحصائية التي نواجهها الآن هي المدى العمدى المناسب لتلك القيمة ، أو بمعنى آخر متى يمكننا أن نحكم على تلك الفروق التي تدل عليها  $\alpha$  بأنها ترجع في جوهرها للصدفة ، ومتى نحكم عليها بأنها لا ترجع فقط للصدفة بل ترجع إلى عوامل تحول دون الحكم على المنحنى التجريبي بأنه يقترب من الصورة الاعتدالية التي حاولنا صياغته فيها .

وقد عالج ييرسون هذه المشكلة وذلك بدراسة التوزيعات الإحصائية المختلفة لـ  $\alpha$  ، وأنشأ لذلك جداول إحصائية توضح الحدود المختلفة لقيمة  $\alpha$  التي ترجع إلى المصادفة وسميت لذلك الجداول الاحتمالية لـ  $\alpha$  . فمثلاً إذا كانت القيمة العددية التي حصلنا عليها لـ  $\alpha$  ترجع في جوهرها إلى حوالى ٠,٧٠ من الصدفة أمكننا الحكم على هذه الحالة بأنها تقترب جداً من التوزيع الاعتدالي .

والحدود الإحصائية المناسبة لقيمة  $\alpha$  تمتد من ٠,٠٥ إلى ٠,٩٥ ، فإذا كانت قيمة  $\alpha$  تدل على احتمال أقل من ٠,٠٥ حكمنا عليها حكماً يبعدنا عن الصدفة ويجعلنا لا نقر عملية المطابقة الإحصائية التي حسبناها لأن التكرار التجريبي لا يقترب في جوهره من التكرار الاعتدالي ؛ وإذا كانت قيمة  $\alpha$  تدل على احتمال أكبر من ٠,٩٥ حكمنا عليها حكماً يجعلنا نشك في دقة العمليات الحسابية التي قمنا بها ، ويجب أن نراجعها لتتأكد من صحتها لأن تلك النتيجة أدق مما كنا نتوقع .

هذا وتقوم فكرة الجداول الإحصائية لـ  $\alpha$  على فكرة درجات الحرية

الإحصائية، وهذه الحرية تعتمد في جوهرها على القيود الإحصائية التي التزمنا بها في حسابنا لقيمة  $\chi^2$

ربما أننا كنا مقيدين في بحثنا عن الصورة الاعتدالية للتوزيع التجريبي بأمور ثلاثة هي المتوسط، والانحراف المعياري، وعدد الدرجات. أي أننا كنا نبحث عن الصورة الاعتدالية للتوزيع التجريبي التي تشترك معه في المتوسط والانحراف المعياري وعدد الدرجات.

وقد اصطلاح على أن يدل عدد الفئات على درجات الحرية التي نصوغ منها بياناتنا العددية لأن لهذا العدد أهميته الكبرى في تحديد القيمة العددية لـ  $\chi^2$  فكلما زاد هذا العدد زادت تبعاً لذلك القيمة العددية لـ  $\chi^2$

وبما أن هذه الحرية الإحصائية مقيدة بالمتوسط والانحراف المعياري وعدد الدرجات، أي أنها مقيدة بثلاث قيود.

$$٠. \text{ درجات الحرية} = \text{عدد الفئات} - \text{عدد القيود}$$

$$\text{وبما أن عدد الفئات} = ٩$$

$$\text{وعدد القيود} = ٣$$

$$٠. \text{ عدد درجات الحرية} = ٩ - ٣$$

$$٦ =$$

وهكذا نستطيع الآن أن نستعين بجدول  $\chi^2$  المبين في ملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٢). حيث يبين العمود الأول من هذا الجدول درجات الحرية، وتبين الأعمدة الأخرى احتمالات الصدف.

وبدأنا هذا الجدول على أن احتمال الحصول على قيمة  $\chi^2$  لـ ٦ درجات من الحرية يبلغ ٠,٠٥ وعندما تكون قيمة  $\chi^2$  ١٢,٥٩٣. وبما أن قيمة  $\chi^2$  التي

حصلنا عليها في مثالنا السابق تساوى ٩,٠٨١ وهذه القيمة أقل من ١٢,٥٩٢ ،  
 إذاً يمكننا أن ندرك أن قيمة  $\chi^2$  في هذه الحالة تدل على حسن مطابقة التوزيع  
 الاعتدالى للتوزيع التجريبي ، وأن الفرق بين التكرارين يرجع إلى الصدفة لأن  
 قيمة  $\chi^2$  لم تتجاوز الحد الذى نرفض به قبول تلك المطابقة .

وبذلك ذلك الجدول أيضاً على أن احتمال الحصول على قيمة  $\chi^2$  تساوى  
 ٩,٠٨١ ٦ درجات من الحرية يقع بين احتمال الصدفة ٠,٠٢٠ ، ٠,١٠ ، لأن قيمة  
 $\chi^2$  عند الاحتمال المساوى ٠,٢٠ تساوى ٨,٥٥٨ ، وقيمة  $\chi^2$  عند الاحتمال  
 المساوى ٠,١٠ تساوى ١٠,٦٤٥ وهكذا نستدل بذلك أيضاً على حسن  
 مطابقة التوزيع الاعتدالى للتوزيع التجريبي .

### المساحات الاعتدالية المعيارية النسبية .

أعتمدنا على الارتفاعات المعيارية في تحويل التوزيع التكرارى إلى صورته  
 الاعتدالية . وأستعنا على ذلك بجدول الارتفاعات الاعتدالية المعيارية الذى  
 يعطينا الارتفاعات المقابلة للدرجات المعيارية المختلفة . أى أن الدرجة المعيارية  
 هى المدخل الحاصل للجدول ، إذ بمعرفتها نستطيع أن نعلم الارتفاع والمساحة  
 المحصورة بين ارتفاع الدرجة وارتفاع المتوسط .

ولهذه المساحات الاعتدالية النسبية أهميتها القصوى فى تحديد المستويات  
 المختلفة للتوزيعات التكرارية وخاصة المعايير النسبية . وبما أن المساحة الكلية  
 للمنحنى الاعتدالى المعيارى تساوى واحداً صحيحاً ، لذلك تصاغ المساحات الجزئية  
 لهذا المنحنى على صورة نسب أو كمور عشرية . ونستطيع أن نستعين بهذه  
 المساحات لتحويل أى توزيع تكرارى تجريبي إلى توزيعه الاعتدالى كما استعنا

قبل ذلك بالدرجات المعيارية . وستحول المشكلة في هذه الحالة إلى البحث عن الدرجات المعيارية المقابلة للمساحات المختلفة أى أن الجداول الاعتيادية المعيارية التي تصلح لمثل تلك الأمور تعتمد في مدخلها الحساب على المساحة ومنها نقرأ الدرجة المعيارية والارتفاع الاعتيادى المعيارى .

هذا وقد سبق أن بينا أن هذه المساحات تدل على التكرار المتجمع النسبي وبذلك تنافس عملية البحث عن الدرجات المعيارية في تحويل التكرار التجريبي إلى تكرار متجمع نسبي ، ثم نستعين بذلك التكرار في معرفة الدرجات المعيارية المقابلة له . وهذه هى الطريقة التي تعتمد عليها المعايير الإحصائية النفسية المنتسبة إلى التوزيع التكرارى الاعتيادى المعيارى وسنبين العمليات الإحصائية المختلفة اللازمة لحساب تلك المعايير في الفصل التالى من هذا الكتاب .

المساحة الصغرى	الدرجة المعيارية	الارتفاع الاعتيادى	المساحة الكبرى
٠,٠١٨	٢,٠٩٦٩	٠,٠٤٤٣	٠,٩٨٢
٠,٠٧٢	١,٤٦١١	٠,١٢٧٢	٠,٩٢٨
٠,٣١١	٠,٤٩٣٠	٠,٣٥٣٣	٠,٦٨٩
٠,٥٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٣٩٨٩	٠,٥٠٠

( جدول ٦٩ )

عينه لجدول مساحات المنحنى الاعتيادى المعيارى

ويبدل بهذا الجدول على المساحة الصغرى التي تبدأ من الطرف الأيسر لتوزيع الاعتيادى المعيارى ، وعلى الدرجة المعيارية التي تقع عند الطرف الأيمن لتلك المساحة ، والارتفاع الاعتيادى المقابل لها ، والمساحة الكبرى التي تمثل تلك المساحة الصغرى ، أى أن :

المساحة الكبرى = المساحة الكلية - المساحة الصغرى

$$= 1 - \text{المساحة الصغرى}$$

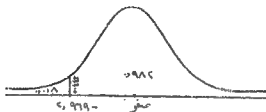
وعندما تكون المساحة الصغرى = 0,018

تصبح المساحة الكبرى =  $1 - 0,018 = 0,982$

$$= 0,982$$

كما يدل على ذلك السطر الأول من الجدول السابق رقم ٦٩

والشكل التالي يدل على المساحة الصغرى المساوية لـ 0,018 والدرجة المعيارية التي تقع في طرفها الأيمن والتي تساوي ٢,٠٩٦٩ وبما أن هذه المساحة أقل من 0,٥ أي أقل من النصف، إذا فالدرجة المعيارية تقع على يسار المتوسط المساوي للصفر، أي أنها سالبة، وبذلك تصبح تلك الدرجة مساوية لـ - ٢,٠٩٦٩، ويدل هذا الشكل أيضاً على الارتفاع الاعتدالي المساوي لـ 0,٤٤٣ والمساحة الكبرى التي تساوي 0,982 والتي تكمل تلك المساحة الصغرى.



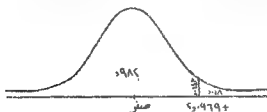
(شكل ٢٤)

المساحة الصغرى ودرجتها المعيارية والارتفاع الاعتدالي والمساحة الكبرى المكمل لها

هذا ونستطيع أن نجد الدرجة المعيارية التي تقابل المساحة الكبرى بنفس الطريقة السابقة. وبما أن تدرج جدول المساحات يبدأ من أقصى الطرف الأيسر



للمنحنى الاعتدالى المعيارى ، إذا فالدرجة المعيارية التى تقابل المساحة الكبرى  
 ٩٨٢,٠ تساوى +٠,٩٦٩٠ وذلك عندما نبدأ حسابنا لهذه المساحة من الطرف  
 الأيسر للتوزيع الاعتدالى المعيارى ، كما يدل على ذلك الشكل التالى



( شكل ٢٥ )

المساحة الكبرى ، ودرجتها المعيارية والارتفاع الاعتدالى ، والمساحة الصغرى المكتملة

والجدول رقم ٤ فى ملحق الجداول الإحصائية التفسيرية بين المساحات  
 الصغرى ، والدرجات المعيارية التى تقع عند أطرافها اليمنى ، والارتفاعات  
 الاعتدالية المقابلة لتلك الدرجات والمساحات الكبرى . وقد أطلق على ذلك  
 الجدول اسم جدول مساحات المنحنى الاعتدالى المعيارى .

## تمارين على الفصل السادس

١ - وضح علاقة المنحنى الاعتدالى بالصدقة ، وبين أهم العوامل التى تؤثر فى شكل المنحنى الاعتدالى

٢ - ناقش أهم الخواص الإحصائية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

٣ - ما هى أهم الفوائد التطبيقية للتوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى

٤ - حول التوزيع التكرارى التالى إلى أقرب توزيع تكرارى اعتدالى

فئات الدرجات	التكرار
٦ - ١٠	٤
١١ - ١٥	١٣
١٦ - ٢٠	٣٢
٢١ - ٢٥	٧٨
٢٦ - ٣٠	٨٣
٣١ - ٣٥	٥٣
٣٦ - ٤٠	٥٢
٤١ - ٤٥	٣٤
٤٦ - ٥٠	٤

٥ - احسب كلاً للتوزيع التكرارى المبين بالفرين السابق ، وناقش مدى حسن مطابقة ذلك التوزيع للتوزيع الاعتدالى .

٦ - ما هى أهم النواحي التى تستخدم فيها جداول ارتفاعات المنحنى الاعتدالى المعيارى وجداول مساحاته

## الفصل السابع

# المعايير الإحصائية النفسية للتوزيعات الاعتدالية

### مقدمة

سبق أن بينا في الفصل الخامس من هذا الكتاب المعايير الإحصائية النفسية لتوزيعات التكرارية التجريبية التي نحصل عليها من إجراء الاختبارات المختلفة على عينة معينة محدودة من الأفراد . وفحصناها في معايير الأعمار الزمنية ، ومعايير الفرق الدراسية ، والدرجات المعيارية ، والدرجات المعيارية المعدلة . وبما أن هذه المعايير ترتبط ارتباطاً مباشراً بعينة الأفراد ، إذن فهي تصلح للحكم على مستويات تلك العينة والعينات المماثلة لها في جميع صفاتها المختلفة ، لكنها لا تصلح للحكم على مستويات الأصل الذي تنتمي إليه العينة ، إلا إذا كانت تلك العينة صورة صادقة لذلك الأصل في جميع خواصه المختلفة .

وقد سبق أن بينا في الفصل السادس من هذا الكتاب الخواص الإحصائية لتوزيع ذلك الأصل الذي تنتمي إليه كل تلك العينات ، وسمينا منحنى ذلك التوزيع بالمنحنى الاعتدالي واتخذنا منه إطاراً فنسب إليه التوزيعات التجريبية ونحوها له ، وسميناه المنحنى الاعتدالي المعياري .

وهكذا نستطيع الآن أن نعيد تنظيم التوزيعات التكرارية التجريبية ونعدّلها لنقترب بها من توزيعاتها الاعتدالية فنصل بذلك إلى التوزيع التكراري لدرجات

الصفة التي نقيسها بالصفة للأصل الذي تلتزم إليه العينة التجريبية .  
وعند ما نحسب المعايير الإحصائية النفسية لتلك التوزيعات التكرارية التي  
حولناها إلى صورتها الاعتدالية فإننا نصل إلى المستويات التي تنطبق على كل  
العينات التي يشتمل عليها هذا الأصل ولهذا يصبح حكمنا على مستويات  
الأفراد المختلفين أدق من حكمنا السابق الذي كان يعتمد على عينة محدودة  
من الأفراد .

وتتلخص أهم المعايير الإحصائية النفسية التي تنسب للتوزيعات التكرارية  
التجريبية إلى صورتها الاعتدالية في : المعيار الثاني ، والمعيار الجمعي ، والتساوي  
المعيارى ، والتساوي المعيارى ونسبة الذكاء الانحرافية وتعتمد فكرة جميع هذه  
المعايير على تقسيم قاعدة المنحى الاعتدالى إلى أقسام متساوية بحيث يمثل كل  
قسم منها جزءاً من أجزاء الانحراف المعيارى الذى يقسم تلك القاعدة إلى  
وحدات متساوية . هذا ويختلف عدد تلك الأقسام تبعاً لاختلاف تطبيقاتها  
العملية . ويختلف بدء تدرج تلك المعايير تبعاً لاختلاف أقسامها ، فالمعيار الثانى  
يبدأ من - ٥ ع ، أى أن النقطة التي يبدأ منها تدرجه تبعد يساراً عن المتوسط  
بـ ٥ يسارى خمسة انحرافات معيارية ، والنقطة التي ينتهى عندها تدرجه تبعد يميناً  
عن المتوسط بـ ٥ يسارى خمسة انحرافات معيارية أو + ٥ ع . والمعيارى الجمعى  
يبدأ من - ٢,٧٥ ع وينتهى عند + ٢,٧٥ ع .

وسنبين في دراستنا لهذه المعايير علاقة بدء التدرج ونهايته بمدى المعيار  
وأقسامه ، وسننتهى من ذلك كله إلى مناقشة فكرة الصفر المطلق للمعايير المختلفة  
وأهمية هذا الصفر في تطوير المقاييس النفسية .

## ١ - المعيار الثانى

### نشأته ومعناه

ترجع فكرة هذا المعيار إلى ثورنديك E. L. Thorndike الذى اقترح على مكال W. A. Mc Call (١) سنة ١٩٢٢ إنشاء معيار نفسى لحساب المستويات المختلفة للقُدرة على القراءة ، وقد سُمى هذا المقياس بالمعيار الثانى (٢) نسبة إلى ثورنديك وتيرمان L. M. Terman اعترافاً بفضلهما على المقاييس النفسية الحديثة .

وتعتمد فكرته الرئيسية على تحويل التوزيع التجريبي إلى توزيعه الاعتدالى الذى يصله بأصله فى صورته العامة ، ثم تحويل درجانه إلى درجات معيارية متوسطها يساوى صفراً وانحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً ، ثم تحويل هذه الدرجات المعيارية إلى درجات معيارية معتدلة متوسطها ٥٠ وانحرافها المعيارى ١٠ والأشكال التالية يوضح مراحل هذه الفكرة .

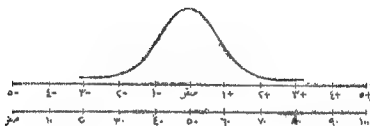


( شكل ٢٦ )

التوزيع التكرارى التجريبي المتوسم

(1) Mc Call. W. A., How to Measure in Education, 1922, p.p. 272-309

(2) T-Scale or T-Norms



( شكل ٢٧ )

التوزيع الاعتنالي بنرجاته المعيارية التي تمتد من  $-5$  إلى  $+5$   
والدرجات الثانية التي تمتد من صفر إلى ١٠٠

وعندما نقارن شكل التوزيع التجريبي المتوى المبين في الشكل رقم ٢٤ بالتوزيع الاعتنالي المبين في الشكل رقم ٢٥ ندرك أهمية المرحلة الأولى في تنسيق التكرار التجريبي وتحويله من تكرار العينة التجريبية المحدودة إلى تكرار الأصل العام النموذجي الذي نقتضى إليه تلك العينة.

وعندما نقارن الدرجات المعيارية التي تقسم قاعدة المنحنى الاعتنالي إلى ١٠ أقسام تمتد من  $-5$  إلى  $+5$  بالدرجات الثانية التي تقسم قاعدة المنحنى الاعتنالي إلى ١٠٠ قسم تمتد من صفر إلى ١٠٠ ندرك معنى وأهمية الدرجة الثانية في تحويل الدرجات المعيارية السالبة إلى درجات موجبة ، وفي تقسيم الأجزاء الكبيرة إلى وحدات صغيرة تساوى كل منها ١٠ انحراف معيارى ، فالمسافة التي تمتد من صفر إلى  $+5$  أصبحت تمتد من ٥٠ إلى ١٠٠ أى أنها انقسمت إلى ١٠ أجزاء صغيرة ، وهكذا يصبح المعيار الثانى أكثر حساسية في قياس مستويات الفروق الفردية من الدرجات المعيارية .

ويصل بنا هذا التحليل إلى أن الدرجة الثانية درجة معيارية معدلة لتوزيع اعتنالي متوسطة ٥٠ وانحرافه المعيارى ١٠

وبما أن الدرجة المعيارية المعدلة  

$$= \text{الدرجة المعيارية} \times \text{الانحراف المعياري الجديد} - \text{المتوسط الجديد}$$
 ، الدرجة الثانية  $= ( \text{الدرجة المعيارية} \times ١٠ ) + ٥٠$   
 أي أن  $١٠ \div ٥٠ =$   
 حيث يدل الرمز  $١٠$  على الدرجة الثانية  
 ويدل الرمز  $٥٠$  على الدرجة المعيارية  
 هذا ويمكن أن نستخدم هذه المعادلة في حساب الدرجات الثنائية المقابلة  
 للدرجات المعيارية المختلفة .

وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـ  $-٥$   
 تصبح الدرجة الثانية  $= ( -٥ \times ١٠ ) + ٥٠$   
 $= ٥٠ - ٥٠ =$   
 $= \text{صفر}$

وهذه هي الدرجة الثانية التي تحدد بدء المقياس  
 وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـ صفر  
 تصبح الدرجة الثانية  $= ( ٠ \times ١٠ ) + ٥٠$   
 $= ٥٠$

وهذه هي الدرجة الثانية التي تحدد منتصف المقياس  
 وعندما تصبح الدرجة المعيارية مساوية لـ  $+٥$   
 تصبح الدرجة الثانية  $= ( ٥ \times ١٠ ) + ٥٠$   
 $= ٥٠ + ٥٠ =$   
 $= ١٠٠$

وهذه هي الدرجة الثانية التي تحدد نهاية المقياس .

## طريقة حساب المعيار الثاني

تعتمد الطريقة الإحصائية لحساب درجات المعيار الثاني على جدول المساحات الاعتدالية، وستستعين بهذا الجدول في تحويل التوزيع التكرارى التجريبي إلى توزيع تكرارى اعتدالى وذلك بحساب التكرار المتجمع التصاعدي النسبي للتوزيع التكرارى التجريبي، ثم البحث عن الدرجات المعيارية التى تقابل تلك النسب لو كانت اعتدالية أو مساحات اعتدالية، وهذا كفيل بتحويل درجات التوزيع التجريبي إلى درجات معيارية فى التوزيع الاعتدالى المقابل لذلك التوزيع التكرارى التجريبي. ثم نحول الدرجات المعيارية إلى درجات نائية بضربها فى ١٠ وإضافة ٥٠ إلى حاصل الضرب. والجدول الثانى يوضح هذه الطريقة.



١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
مناطق الدرجات	المجموع	الحدود الحقيقية	الشكرار	الشكرار للمجموع	الشكرار للمجموع	الدرجة الثانية
		البيانات		إحصائي	ذ	(١٠×١٠)
٥٩ - ٥٥	٥٩,٥	٢	٢	٠,٠١٠	٣,٣٢٦٣ -	٢٦,٧
٦٤ - ٦٠	٦٤,٥	٧	٩	٠,٠٤٥	١,٦٩٥٤ -	٢٣,٥
٦٩ - ٦٥	٦٩,٥	١٥	٢٤	٠,١٢٠	١,١٧٥٠ -	٢٨,٣
٧٤ - ٧٠	٧٤,٥	٥٠	٣٤	٠,٢٧٠	٠,٣٣١٩ -	٤٦,٧
٧٩ - ٧٥	٧٩,٥	٦٠	٣٤	٠,٦٧٠	٠,٤٢٩٩ +	٥٤,٤
٨٤ - ٨٠	٨٤,٥	٤٥	١٧٩	٠,٨٩٥	١,٢٥٢٦ +	٦٢,٥
٨٩ - ٨٥	٨٩,٥	١٢	١٩١	٠,٩٥٥	١,٦٩٥٤ -	٦٧,٥
٩٤ - ٩٠	٩٤,٥	٨	١٩٩	٠,٩٩٥	٢,٥٧٥٨ +	٧٥,٨
٩٩ - ٩٥	٩٩,٥	١	٢٠٠	١,٠٠٠		
المجموع						

(جدول ٧٠)

المحركات الاقتصادية لحساب الدرجات الثانية

وتتلخص الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات التالية فيما يلي :

١ - نكتب فئات الدرجات كما هو مبين بالعمود الأول من الجدول

رقم ٧٠ .

٢ - نكتب الحدود الحقيقية العليا لتلك الفئات في العمود الثاني لأنها

تحدد المقاطعات الحام للدرجات الثانية ، ولأنها تحدد معنى التكرار المتجمع

التصاعدي النسبي ، فمثلا نسبة الأفراد الذين حصلوا على درجات أقل من ٥,٥

تساوي ٠,١٠ ، كما يدل على ذلك التكرار المتجمع التصاعدي النسبي للفئة الأولى .

٣ - برصد التكرار في العمود الثالث .

٤ - بحسب التكرار المتجمع التصاعدي في العمود الرابع من الجدول السابق

٥ - بحسب التكرار المتجمع التصاعدي النسبي في العمود الخامس وذلك

بقسمة كل تكرار متجمع على عدد الأفراد أي أن  $\frac{2}{10} = 0,2$

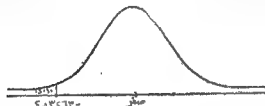
$\frac{2}{10} = 0,2$  ، وهكذا بالنسبة لبقية الفئات .

٦ - نستعين بالتكرار المتجمع النسبي لتحويل التوزيع التجريبي إلى

توزيع اعتدالي ، وبما أن هذه النسب تمثل مساحات يقع حدها الأيسر عند

النهاية الدنيا للمساحة ، ويقع حدها الأيمن عند الدرجة المعيارية التي تحدد

مستواها العلوى كما هو مبين بالشكل التالي . إذن نستطيع أن نحسب تلك



(شكل ٢٨)

علامة التكرار المتجمع التصاعدي النسبي بالمساحات الاعتدالية والدوائر الدائرية

الدرجات المعيارية التي تقع على الحدود اليمنى للنسب المختلفة ، وذلك بالاستعانة

بجدول المساحات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية  
( جدول رقم ٤ ) .

٧ - نرصد هذه الدرجات المعيارية في العمود السادس ، ونلاحظ عند  
رصدنا لتلك الدرجات علاماتها الجبرية فنكتيبها سالبة عندما تقع على يسار  
المتوسط ، أى عندما تقل المساحة عن ٥٠ ، ونكتبها موجبة عندما تقع على  
يمين المتوسط أى عندما تزيد مساحتها على ٥٠ .

٨ - نضرب كل درجة معيارية في ١٠ ثم نضيف ٥٠ إلى حاصل الضرب  
لنحصل بذلك على الدرجات الناتية المهيئة بالعمود الأخير من الجدول السابق .  
هذا ونستطيع أن نحسب الدرجة الناتية مباشرة من التكرار المتجمع  
التصاعدي النسبي دون أن نحسب الدرجة المعيارية ودون أن نعد لها إلى درجة  
ناتية ، وذلك بالاستعانة بجدول المقياس التالى المبين بملحق الجداول الإحصائية  
النفسية ( جدول رقم ٥ ) . وقد رصدنا فى ذلك الجدول الدرجة الناتية المقابلة  
لكل مساحة اعتدالية ، أى المقابلة لكل تكرار متجمع تصاعدي نسبي ،  
حتى يعتمد عليه القارئ فى حساب الدرجات الناتية .

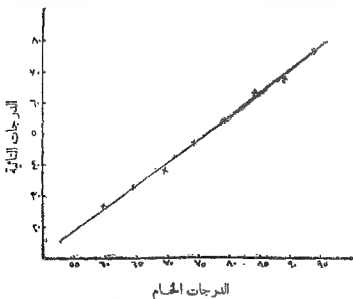
وقد آثرنا فى مثالنا السابق المبين بجدول ٧٠ أن نوضح جميع الخطوات  
الإحصائية لحساب الدرجات الناتية ليدرك القارئ علاقتها المباشرة  
المعيارية والدرجات المعيارية المعدلة .

### المقابلات الناتية للدرجات الخام

استعملنا فى مثالنا السابق أن نحسب الدرجات الناتية التى تقابل الحدود  
الحقيقية العليا للفتات ، وهذه الدرجات يسمئها العام توضع المستويات المختلفة  
لدرجات السابقة ، فالدرجة الناتية التى تساوى ٥٠ تدل على المستوى المتوسط  
لدرجات الخام ، والدرجة الناتية التى تقل عن ٥٠ تدل على المستويات  
الضعيفة والدرجة الناتية التى تزيد عن ٥٠ تدل على المستويات القوية .

لكن هذه الدرجات الناتجة بصورتها العامة السابقة لا تساعدنا على معرفة المقابلات الناتجة لسكل درجة من الدرجات الخام التي يحصل عليها الأفراد .

وتتلخص عملية تحويل الدرجات الخام إلى مقابلاتها الناتجة في الرسم البياني التالي



( شكل ٢٩ )

حساب المقابلات الناتجة للدرجات الخام

بحيث يدل المحور الأفقي على الدرجات الخام ، ويدل المحور الرأسي على الدرجات الناتجة . وقد رصدنا العلاقة بين الحدود الحقيقية العليا لنقاط الدرجات ومقابلاتها الناتجة في الخط المستقيم المبين بالرسم . ومنستعين بهذا الخط في قراءة المقابلات الناتجة للدرجات الخام والجدول التالي يوضح المقابلات الناتجة لبعض الدرجات الخام كما يبينها الرسم السابق .

الدرجة الخام	الدرجة الثانية	الدرجة الخام	الدرجة الثانية	الدرجة الخام	الدرجة الثانية	الدرجة الخام	الدرجة الثانية
٥٥	١٧,٥	٦٠	٢٥	٦٥	٣٢,٥	٧٠	٤٠
٥٦	١٩	٦١	٢٦,٥	٦٦	٣٤	٧١	٤١,٥
٥٧	٢٠,٥	٦٢	٢٨	٦٧	٣٥,٥	٧٢	٤٣
٥٨	٢٢	٦٣	٢٩,٥	٦٨	٣٧	٧٣	٤٤,٥
٥٩	٢٣,٥	٦٤	٣١	٦٩	٣٨,٥	٧٤	٤٦

( جدول ٧١ )

للقابلات الثانية لبعض الدرجات الخام

هذا وقد حاولنا في رسمنا للخط الممين في شكل ٢٧ أن نوضح الاتجاه الصحيح لنقط الرسم اليافى السابق . وقد يتحول هذا الاتجاه إلى منحنى وخاصة إذا كان التواء التوزيع التجريبي كبيراً . وعلينا أن نرسم المنحنى للسائر بذلك عملية تحويل التوزيع التجريبي إلى توزيع اعتدالى ، ثم نقرأ من ذلك المنحنى المقابلات الثانية للدرجات الخام ،

### المعايير الثانية المعدلة

يهدف المعيار الثانى إلى تعديل الدرجات المعيارية بحيث يغير علاماتها السالبة إلى موجبة ويزيد من حساسية وحداتها بقسمتها إلى أجزاء صغيرة يبلغ طول كل جزء منها ١ و ٠ ع . ولكن هذا المعيار بصورته الأصلية يعجز أحياناً عن تحديد المستويات المتعددة التى قد تسفر عنها بعض المشاكل العملية التى تتطلب وحدات أصغر من ١ و ٠ ع ، ويعجز أيضاً عن تحويل الدرجات الخام إلى مقاييلاتها الثانية الصحيحة لكثرة كسوره العشرية ، وقد أدى هذا الأمر إلى

نشره المعايير الثنائية المعدلة كالمعيار التائي الحربي، والمعيار التائي الجامعي للتغلب على مثل هذه الصعوبات .

### ١ - المعيار التائي الحربي <sup>(١)</sup>

استعان الجيش الأمريكي بالمعيار التائي في تحديد مستويات المجندين خلال الحرب العالمية الثانية، وقد واجهته بعض الصعوبات العملية التي نشأت من كثرة عدد المجندين، الأمر الذي أدى به إلى تقسيم كل انحراف معياري إلى ٢٠ جزءاً بدلاً من ١٠ أجزاء، وإلى تغيير المتوسط من ٥٠ إلى ١٠٠، وبذلك أصبحت درجات المعيار التائي الحربي ضعف درجات المعيار التائي الأصلي .

أي أن

الدرجة المعيارية الثنائية الحربية = ضعف الدرجة المعيارية الثنائية الأصلية

$$[ ١٠ \div ٥٠ ] \times ٢ =$$

$$٢٠ \div ١٠٠ =$$

فالدرجة الثنائية التي تساوي ٣٥ تصبح مساوية لـ ٧٠ في هذا المعيار الحربي والدرجة الثنائية التي تساوي ٦٠ تصبح مساوية لـ ١٢٠ . وهكذا بالنسبة للدرجات الثنائية الأخرى، أي أن أجزاء المعيار تحولت بهذا التعديل من ١٠ و ٥ إلى ٥٠ و ١٠٠ أي بـ ٥ أضعاف بدلاً من بـ ٢ أضعاف .

### ب - المعيار التائي الجامعي <sup>(٢)</sup>

عندما استمات الهيئات الجامعية بالمقياس التائي الأصلي في تحديد مستويات القبول بالكليات المختلفة واجهتها بعض الصعوبات العملية التي نشأت عن كثرة

(1) AGCT Norms

(2) CSFB Norms

وجود الكسور العشرية بالدرجات، الثانية، وإذا ضربنا الدرجات الثانية الأصلية في ١٠ أمكننا أن نتخلص من الكسور العشرية، وقد استعانت الهيئات الجامعية بهذه الفكرة لإنشاء المعيار الثانى الجامعى. أى أن الدرجة المعيارية الثانية الجامعية  $\times 10 =$  الدرجة المعيارية الثانية الأصلية

$$10 = (10 ذ + 0.0)$$

$$100 = 10 ذ + 0.00$$

وهكذا يقسم هذا المعيار الجامعى الانحراف المعيارى إلى ١٠٠ قسم قيمة كل قسم تساوى بسبع، ويغير قيمة المتوسط من ٥٠ إلى ٥٠٠، فالدرجة الثانية التى تساوى ٢٠ تصبح مساوية لـ ٢٠٠ فى المعيار الثانى الجامعى، والدرجة الثانية التى تساوى ٧٠ تصبح مساوية لـ ٧٠٠، والدرجة الثانية التى تساوى ٥٨,٩ تصبح مساوية لـ ٥٨٩ وهكذا ينير هذا المعيار كسور الدرجات الثانية إلى أعداد صحيحة.

## ب - المعيار الجيمى

### نشأة المعيار الجيمى

أنشأ جيلفورد (١) J, P, Guilford هذا المعيار ليخلص المستويات الثانية الكثيرة فى عدد قليل من المستويات بحيث تصلح لفهم وتفسير المقاييس التى لا تحتاج إلى مثل حساسية المعيار الثانى وسماه بالمعيار الجيمى (٢).

(1) Guilford, J. P. Fundamental Statistics in Psychology and Education, 1956, p.p. 501-503

(2) C = scale, of C - Norms.

## حساب الدرجات الجيمية من الدرجات المعيارية

وحدة المعيار الجيمى تساوى ٥، أى ١٥، ومتوسطه يساوى ٥. ويبدأ تدرجه من الصفر ويتهى إلى ١٠، أى أنه يحتوى على ١١ قسماً. وبما أن وحدته نقسم الانحراف المعيارى إلى نصفين، إذن فانحرافه المعيارى يساوى ٢ وهكذا ندرك أن الدرجة الجيمية المعيارية، درجة معيارية معدلة انحرافها المعيارى الجديد يساوى ٢ ومتوسطها الجديد يساوى ٥، أى أن

$$\text{الدرجة الجيمية المعيارية} = ٢ \times \text{الدرجة المعيارية} + ٥$$

$$٥ + ٢ \times \text{ذ} =$$

وبذلك نستطيع أن نحول درجات أى توزيع تكرارى تجريبى إلى درجات جيمية وذلك بتحويل ذلك التوزيع إلى صورته الاعتيادية ثم حساب درجانه المعيارية بطريقة المساحات الاعتيادية وتحويل تلك الدرجات إلى درجات جيمية كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا للفكرة التى تقوم عليها طريقة حساب الدرجات الثنائية الأصلية الميئة فى الجدول رقم ٧٠.

والجدول التالى يوضح خطوات هذه الفكرة



الدرجة النهائية ٥ + (٢ × ذ)	الدرجة المعيارية ذ	التكرار المتجمع التصاعدي النسبي	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار	الحدود الحقيقية أعلى للثلاث	ناتج الدرجات
٠,٣	٢,٣٢٦٣ -	٠,٠١٠	٢	٢	٥٩,٥	٥٩ - ٥٥
١,٦	١,٦٩٥٤ -	٠,٠٤٥	٩	٧	٦٤,٥	٦٤ - ٦٠
٢,٧	١,١٧٥٠ -	٠,١٢٠	٢٤	١٥	٦٩,٥	٦٩ - ٦٥
٤,٣	٠,٣٣١٩ -	٠,٣٧٠	٧٤	٥٠	٧٤,٥	٧٤ - ٧٠
٥,٩	٠,٤٣٩٩ +	٠,٦٧٠	١٢٤	٦٠	٧٩,٥	٧٩ - ٧٥
٧,٥	١,٢٥٣٦ +	٠,٨٩٥	١٧٩	٤٥	٨٤,٥	٨٤ - ٨٠
٨,٤	١,٦٩٥٤ +	٠,٩٥٥	١٩١	١٢	٨٩,٥	٨٩ - ٨٥
١٠,٢	٢,٥٧٥٧ +	٠,٩٩٥	١٩٩	٨	٩٤,٥	٩٤ - ٩٠
		١,١٠٠	٢٠٠	١	١٠٠,٥	١٠٠ - ٩٥
				٢٠٠		المجموع

( جدول ٧٢ )

الخطوات الإحصائية لحساب الدرجات الجيبية من الدرجات المعيارية

وقد أثرنا أن نحسب الدرجات الجيبية لنفس درجات التوزيع التكراري المبين بالجدول رقم ٧٠ لنوضح القدر المشترك بين فكرة الدرجات النائية وفكرة الدرجات الجيبية . وهكذا لا يختلف جدول ٧١ عن جدول ٦٩ إلا في العمود الأخير . وتدل درجات هذا العمود على الدرجات الجيبية التي حسبت كل منها بضرب درجتها المعيارية في ٢ ثم إضافة ٥ إلى حاصل الضرب .

فالدرجة الجيبية للدرجة المعيارية الأولى - ٢,٣٢٦٣ تحسب بالطريقة التالية

$$\text{الدرجة الجيبية} = (٢ \times ٢,٣٢٦٣ - ٥) + ٥$$

$$= - ٤,٦٥٢٦ + ٥$$

$$= 0,3474$$

$$= 0,3 \text{ تقريباً}$$

والدرجة الجيمية للدرجة المعيارية التالية - ١,٦٩٥٤ تحسب بنفس الطريقة السابقة أى أن

$$\text{الدرجة الجيمية} = (2 \times 1,6954) + 0$$

$$= 3,3908$$

$$= 1,6092$$

$$= 1,6 \text{ تقريباً}$$

والدرجة الجيمية للدرجة المعيارية الأخيرة ٢,٥٧٥٨ تحسب بنفس الطريقة السابقة ؛ أى أن

$$\text{الدرجة الجيمية} = (2 \times 2,5758) + 0$$

$$= 5,1516$$

$$= 10,1516$$

$$= 10,2 \text{ تقريباً}$$

وهكذا بالنسبة لقيمة الدرجات المعيارية الأخرى .

هذا ونستطيع أن نصل بهذه الطريقة إلى هدفنا النهائي وذلك بأن نحسب المقابلات الجيمية للدرجات الخام ، كما سبق أن حسبنا المقابلات التنايلية لدرجات الخام بطريقة الرسم البياني المبينة في شكل ٣٩ حيث يدل المحور الأفقي على الدرجات الخام والمحور الرأسي على الدرجات الجيمية ، ويدل الخط البياني المرسوم بينهما على العلاقة التي تؤدي إلى ذلك التحويل المباشر .

## حساب الدرجات الجيمية من الدرجات الثائية

ترتبط الدرجات الجيمية ارتباطاً رياضياً بالدرجات الثائية . وسنستعين بهذه الفكرة في تحويل الدرجات الثائية إلى جيمية . ويمكن أن نوضح فكرة هذه العلاقة في التحليل التالي .

$$٠ . \text{ الدرجة الجيمية ج } = ٢ \text{ ذ } + ٥$$

$$\text{والدرجة الثائية ت } = ١٠ \text{ ذ } + ٥٠$$

إذن نستطيع أن نستعين بهاتين المعادلتين في معرفة علاقة الدرجة الجيمية ج بالدرجة الثائية ت .

$$٠ . \text{ ت } = ١٠ \text{ ذ } + ٥٠$$

$$٠ . \text{ ت } - ٥٠ = ١٠ \text{ ذ }$$

$$٠ . \text{ ت } - ٥٠ = ١٠ \text{ ذ } \Rightarrow \text{ ذ } = \frac{\text{ت} - ٥٠}{١٠}$$

$$\text{أى أن ذ } = \frac{\text{ت}}{١٠} - \frac{٥٠}{١٠}$$

$$٠ = \frac{\text{ت}}{١٠} - ٥$$

$$\text{أى أن الدرجة المعيارية } = \frac{\text{الدرجة الثائية}}{١٠} - ٥$$

وبالتعويض عن قيمة الدرجة المعيارية في معادلة الدرجة الجيمية ، نرى أن

$$٠ . \text{ ج } = ٢ \text{ ذ } + ٥$$

$$6 \text{ ذ } = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$0.1 + (0.1 - 0.1) = 0.1$$

$$0.1 + 0.1 = 0.2$$

$$0.2 = \frac{2}{10}$$

$$\text{أى أن الدرجة الجيمية} = \frac{\text{الدرجة الثائية}}{0.1}$$

وهكذا نستطيع أن نستعين بهذه الفكرة في تحويل الدرجات الثائية إلى درجات جيمية وذلك بقسمتها على 0.1 ثم طرح 0.1 من ناتج عملية القسمة .

وسنطبق هذه الفكرة في تحويل الدرجات الثائية الميئة في الجدول رقم ٧٠ إلى الدرجات الجيمية الميئة بالجدول رقم ٧٢ . والجدول التالى يوضح هذه الطريقة .

الدرجة الثانية	الدرجة الجيمية = $\frac{ت}{٥}$ - ٥
٢٦,٧	$\frac{١٣٧}{٥} - ٥ = ٥,٣٤ = ٥ - ٠,٣٤ = ٠,٣$ تقريباً
٣٣,٠	$\frac{١٦٥}{٥} - ٥ = ٥ - ٠,٦ = ١,٦$
٣٨,٣	$\frac{٢٨٣}{٥} - ٥ = ٥ - ٠,٦٦ = ٢,٦٦$
٤٦,٧	$\frac{٢٣٧}{٥} - ٥ = ٥ - ٠,٣٤ = ٤,٣٤$
٥٤,٤	$\frac{٥٤٤}{٥} - ٥ = ٥ - ٠,٨٨ = ١٠,٨٨$
٦٢,٥	$\frac{٦٢٥}{٥} - ٥ = ٥ - ١٢,٥٠ = ٧,٥$
٦٧,٠	$\frac{٣٣٥}{٥} - ٥ = ٥ - ١٣,٤ = ٨,٤$
٧٥,٨	$\frac{٣٥٨}{٥} - ٥ = ٥ - ١٥,١٦ = ١٠,١٦$

( جدول ٧٣ )

تحويل الدرجات الثانية إلى درجات حبية

وهكذا نرى أن الدرجات الجيمية المبينة في آخر العمود الثاني بهذا الجدول هي نفس الدرجات الجيمية المبينة في العمود الأخير بالجدول رقم ٧١ .

ولهذه الفكرة أهميتها القصوى في طريقة حساب الدرجات الجيمية مباشرة من جدول المعايير الثنائية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية رقم ٥ وتتلخص هذه الطريقة في حساب التكرار المتجمع التصاعدي للنسب لفئات الدرجات التكرارية ، ثم الاستعانة بجدول المعايير الثنائية في معرفة الدرجة الثانية التي تقابل التكرار المتجمع النسبي التصاعدي للتوزيع التجريبي ، ثم تحويل

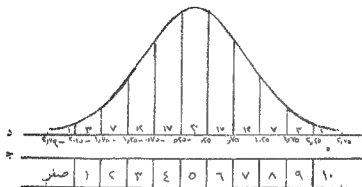
٢٥٧

(٧٣) — علم النفس الإحصائي

تلك الدرجات الثانية إلى درجات جيمية وذلك بقسمتها على ٥ ثم طرح ٥ من ناتج عملية القسمة ، هذا ويمكن تحويل الدرجات الثانية مباشرة إلى درجات جيمية وذلك بالاستعانة بجدول فئات المعايير الثانية ومقابلتها الجيمية ، وهو الجدول السادس بملحق الجداول الإحصائية بنفسية .

حساب الدرجات الجيمية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي

سبق أن بينا أن الدرجات الجيمية تقسم قاعدة المنحنى الاعتدالي إلى أقسام متساوية قيمة كل منها ٥ ع . وهذه الأقسام تشتمل على مساحات اعتدالية تختلف في قدرها تبعاً لاقتراب الدرجة الجيمية من المتوسط أو ابتعادها عنه ، فكلما اقتربت الدرجة من المتوسط زادت المساحة الاعتدالية لأن ارتفاع المنحنى يبلغ نهايته العظمى عند المتوسط . وكلما بعدت الدرجة الجيمية عن المتوسط نقصت هذه المساحة تبعاً لتناقص ارتفاع المنحنى الاعتدالي .



( شكل ٣٠ )

علاقة الدرجات الجيمية بالدرجات القياسية الاعتدالية  
والمساحات الاعتدالية النسبية

وهكذا ندرك أن الدرجة الجيمية المتوسطة  $\theta$  تمتد من  $0,25$  إلى  $0,75$ .  
 أى أن طولها يساوى  $0,50$ . وأن الدرجة الجيمية السادسة تمتد من  $0,25$  إلى  
 $0,75$  أى أن طولها يساوى  $0,50$ . وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الأخرى .

هذا يدلنا جدول الارتفاعات الاعتدالية المبين بملحق الجداول الإحصائية  
 النفسية ( جدول رقم ٣ ) على أن المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة  
 المعيارية  $0,25$  تساوى  $0,977$  . وبذلك تصبح المساحة المحصورة بين  $0,25$   
 +  $0,25$  تساوى ضعف هذه المساحة أى  $0,987 = 2 \times 0,4935$  أى  
 أنها تساوى  $19,74$  في المائة من المساحة الكلية أى أنها تساوى  $20$  في المائة  
 تقريباً وقد حسبت المساحات بهذه الطريقة ورصدت في الشكل السابق .  
 والجدول التالى يوضح الدرجات الجيمية والدرجات المعيارية التى تقع على  
 حدودها اليسرى واليمنى . والنسب المئوية للمساحات الاعتدالية المتأصلة لتلك  
 الدرجات .

الدرجة الجيمنية	الدرجة المعيارية	المساحة الاعتدالية المئوية
٥	٢,٧٥ -	١
١	٢,٢٥ -	٣
٢	١,٧٥ -	٧
٣	١,٢٥ -	١٢
٤	٠,٧٥ -	١٧
٥	٠,٢٥ -	٢٠
٦	٠,٧٥ +	١٧
٧	٠,٧٥ +	١٢
٨	١,٢٥ +	١٧
٩	١,٧٥ +	٣
١٠	٢,٢٥ +	١
	٢,٧٥ +	

( جدول ٧٤ )

الدرجات الجيمنية والدرجات المعيارية التي تقع على حدودها اليسرى واليمنى والمساحات الاعتدالية المئوية المقابلة لتلك الدرجات الجيمنية

وبما أن هذه الدرجات الجيمنية تحدد المستويات التصاعديّة للدرجات ، إذن نستطيع أن ندرك معنى المساحات الاعتدالية المئوية التي تقابل تلك الدرجات فإذا كان لدينا ١٠٠ شخص رتبوا ترتيباً تصاعدياً بالنسبة لدرجاتهم في اختبار ما ، فإننا نجد أن شخصاً واحداً يقع في مستوى الدرجة الجيمنية المساوية للصفر ، ونجد أن عدد الذين يحصلون على الدرجة الجيمنية ١ يساوي ٣ ، وعدد الذين يحصلون على الدرجة الجيمنية ٢ يساوي ٧ وهكذا بالنسبة لبقية المستويات الأخرى .



وسنستعين بهذه الدرجات الجيمية في تحديد مستويات الأفراد أو طبقاتهم بالنسبة لدرجات أى اختبار ، وسنطلق على تلك المستويات أسماء تدل عليها ، وبذلك يسمى مستوى الدرجة الجيمية صفر « مستوى العجز التام » ومستوى الدرجة الجيمية واحد « مستوى العجز » وهكذا بالنسبة لدرجات الجيمية الأخرى والجدول التالى يوضح هذه الفسكرة

مستويات الأفراد	الدرجات الجيمية	النسبة المئوية لعدد الأفراد في كل مستوى
عاجز جداً	٠	١
عاجز	١	٣
ضعيف جداً	٢	٧
ضعيف	٣	١٢
أقل من المتوسط	٤	١٧
متوسط	٥	٢٠
فوق المتوسط	٦	١٧
جيد	٧	١٢
جيد جداً	٨	٧
ممتاز	٩	٣
ممتاز جداً	١٠	١

( جدول ٥ )

مستويات الدرجات الجيمية ، والنسبة المئوية لعدد الأفراد في كل مستوى من هذه المستويات

وبما أن هدفنا من تطبيق هذا المعيار الجيمى هو تحديد المستويات بطريقة واضحة ، لذلك لا نرى أهمية كبرى لسكور هذه المستويات مثل ١,٣ أو ٢,٤ ، وإنما الذى يعيننا من هذا التحديد هو معرفة الدرجات الختام

التي يشتمل عليها كل مستوى من مستويات الدرجات الجيمية . ولذا يقترح مؤلف هذا الكتاب حساب الدرجات الجيمية مباشرة من المساحات التكرارية وذلك بالاستعانة بالمساحات الاعتدالية التي تقابل الدرجات المعيارية التي تقع على حدود الدرجات الجيمية . والجدول التالي يوضح هذه الفكرة .

الدرجة الجيمية	الدرجات المعيارية التي تحدد أطراف الدرجات	المساحات الاعتدالية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر إلى الدرجة المعيارية
٠	٢,٧٥ -	٠,٠٣٠
١	٢,٢٥ -	٠,١٢٣
٢	١,٧٥ -	٠,٠٤٥
٣	١,٢٥ -	٠,١٠٦
٤	٠,٧٥ -	٠,٢٢٨
٥	٠,٢٥ -	٠,٤٠٣
٦	٠,٢٥ +	٠,٦٠٠
٧	٠,٧٥ +	٠,٧٧٤
٨	١,٢٥ +	٠,٨٩٥
٩	١,٧٥ +	٠,٩٦٠
١٠	٢,٢٥ +	٠,٩٨٧٩
	٢,٧٥ +	٠,٩٩٧٠

( جدول ٧٦ )

لدرجات الجيمية والدرجات المعيارية التي تحدد أطرافها ، والمساحات الاعتدالية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر لتعني الاعتدال المعيارى إلى الدرجة المعيارية

وهكذا يمكن معرفة الدرجات الجيمية مباشرة من المساحات التكرارية التي تمتد من الطرف الأيسر للتوزيع الاعتدالى إلى الدرجة المعيارية الاعتدالية التي تقع عند الطرف الأيمن لدى الدرجة الجيمية .

وبما أن هذه المساحات التكرارية الاعتدالية تحول للتوزيع التجريبي إلى توزيع اعتدالي إذا استعنا بها في معاملة التكرار المتجمع النسبي التصاعدي على أنه مساحات تكرارية اعتدالية تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع التكراري إلى الحد النهائي الأيمن للدرجة الجيمية ، إذن نستطيع أن نستعين بهذه الفكرة في حساب الدرجات الجيمية للتوزيع التجريبي مباشرة من التكرار المتجمع النسبي .

والجدول التالي يوضح فكرة هذه الطريقة ، وهو لا يختلف في جوهره عن الجدول السابق رقم ٧٦ إلا في إعادة ترتيب أعمده بصورة تبسّر هذه العملية الحسابية .

الدرجة الجيمية	أفئات التكرار المتجمع التصاعدي النسبي
٠	٠,٠٣٠ - ٠,١٢٣
١	٠,١٢٤ - ٠,٤٠٠
٢	٠,٤١ - ٠,١٠٦
٣	٠,١٠٧ - ٠,٢٢٨
٤	٠,٢٢٩ - ٠,٤٠٣
٥	٠,٤٠٤ - ٠,٦٠٠
٦	٠,٦٠١ - ٠,٧٧٤
٧	٠,٧٧٥ - ٠,٨٩٥
٨	٠,٨٩٦ - ٠,٩٦٠
٩	٠,٩٦١ - ٠,٩٨٧٩
١٠	٠,٩٨٨٠ - ٠,٩٩٧٠

( جدول ٧ )

حساب الدرجات الجيمية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي

وهكذا تتحول عملية حساب الدرجات الجيمية إلى حساب التكرار المتجمع التصاعدي النسبي لأي توزيع تكرارى تجريبى ثم قراءة المقابلات الجيمية لتلك النسب مباشرة من جدول ٧٧ وقد أهدنا كتابة هذا الجدول في ملحق، الجداول الإحصائية لنفسية (جدول رقم ٧) وحذفنا منه النسبة الأولى ٠,٠٣٠. ليتبدل التوزيع من أقصى الطرف الأيسر إلى ٠,٠١٢٣، وحذفنا أيضاً النسبة الأخيرة ٠,٩٩٧٠. ليتبدل التوزيع من ٩٨٨٠ إلى أقصى الطرف الأيمن للتوزيع. هذا وبدل الطرف الأيسر للتوزيع على المستويات الدنيا للدرجات، وبدل الطرف الأيمن على المستويات العليا.

وخير ما تصلح له هذه الطريقة هي حساب الدرجات الجيمية للدرجات الخام التى لم تصنف بعد في فئات تكرارية وهى تهدف في جوهرها إلى تجميع تلك الدرجات في فئات تختلف في مداها تبعاً لاختلاف مستوياتها. فقد يصل عدد درجات إحدى تلك المستويات الجيمية إلى ٦ مثلاً بينما يصل مدى إحدى المستويات الأخرى إلى درجة واحدة.

والمثال التالى يوضح طريقة حساب الدرجات الخام وذلك بالاستعانة بجدول ٧٦ الذى يدل على علاقة فئات التكرار المتجمع التصاعدي النسبي بالدرجات الجيمية المختلفة.

٥	٤	٣	٢	١
الدرجة	التكرار المقسم التصاعدي للمسى	التكرار المتجمع التصاعدي	التكرار	الدرجة
٢	٠,٠٠٣	٢	٢	٢
٣	٠,٠٠٩	٦	٤	٣
٤	٠,٠١٩	١٣	٧	٤
٥	٠,٠٣٧	٢٦	١٣	٥
٦	٠,٠٧٩	٥٥	٢٩	٦
٧	٠,١٣٩	٩٧	٤٢	٧
٨	٠,٢٤٠	١٦٨	٧١	٨
٩	٠,٣٧٩	٢٦٥	٩٧	٩
١٠	٠,٥٥٠	٣٨٥	١٢٠	١٠
١١	٠,٧٠٧	٤٩٥	١١٠	١١
١٢	٠,٨٢٣	٥٨٣	٨٨	١٢
١٣	٠,٩٠٤	٦٢٣	٥٠	١٣
١٤	٠,٩٥٤	٦٦٨	٠٣٥	١٤
١٥	٠,٩٧٩	٦٨٥	١٧	١٥
١٦	٠,٩٩١	٦٩٤	٩	١٦
١٧	٠,٩٩٩	٦٩٩	٥	١٧
١٨	١,٠٠٠	٧٠٠	١	١٨

( جدول ٧٨ )

مثال بين حساب الدرجات الجيبية للدرجات الزاوية التكرارية

وقد حسب التكرار المتجمع للتصاعدي في العمود الثالث من الجدول

السابق ، وحسب منه التكرار المتجمع التصاعدي النسبي في العمود الرابع .  
 واتخذ هذا التكرار النسبي اسماً لتحديد الدرجات الجيمية ، وذلك بالاستعانة  
 بمجدول ٧٧ أو بمجدول رقم ٧ المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية ، فمثلاً  
 التكرار النسبي ٠,٠٣ يقع في نطاق الدرجة الجيمية صفر ، والتكرار  
 النسبي ٠,٠٤ يقع أيضاً في نطاق الدرجة الجيمية صفر ، والتكرار النسبي  
 الذي يليه وهو ٠,٠٩ يقع في نطاق الدرجة الجيمية ١ ، لهذا فصلنا ٠,٠٠٩  
 عن ٠,٠١٩ بخط أفقي لتحديد نهاية الدرجة الجيمية صفر ، وبداية الدرجة  
 الجيمية ١ ؛ هذا وبدلنا هذا الخط على أن الدرجات الخام التي تقع في نطاق  
 الدرجة الجيمية صفر هي ٢ ، ٣ وهكذا بالنسبة للدرجات الخام الأخرى .

## ٥ - التساعي المعياري

### نشأة التساعي المعياري<sup>(١)</sup>

استعان قسم الخدمة النفسية ل سلاح الطيران الأمريكي بالتساعي المعياري  
 خلال الحرب العالمية الثانية لتحديد مستويات المجندين في عدد قليل من  
 المستويات وهو كما يدل اسمه عليه يقسم مستويات القدرة إلى ٩ طبقات تبدأ  
 بـ ١ وتنتهي بـ ٩ .

### حساب الدرجات التساعية المعيارية

تعتمد التساعي المعيارية اعتماداً كلياً على الدرجات الجيمية ، وهي لا تكاد  
 تختلف عنها في الدرجات المتطرفة . وتقوم فكرة التساعي المعياري على

(1) Standard Nine or Stanine,

الجمع بين الدرجة الجيمية المساوية للصفر والدرجة الجيمية المساوية للواحد الصحيح في درجة تساعية واحدة تساوي واحداً صحيحاً وعلى الجمع بين الدرجة الجيمية المساوية لـ ٩ والدرجة الجيمية المساوية لـ ١٠ في درجة تساعية واحدة تساوي ٩ وهكذا يلخص هذا المقياس الجديد المستويات الجيمية في ٩ مستويات بدلاً من ١١ .

والجدول التالي يوضح العلاقة بين الدرجات الجيمية والتساعيات المعيارية والنسب المئوية لعدد الأفراد في كل مستوى من هذه المستويات ، وأسماء هذه المستويات

النسب المئوية لعدد الأفراد في المستويات الجيمية	الدرجات الجيمية	الدرجات التساعية	النسب المئوية لعدد الأفراد في المستويات التساعية	مستويات القدرة
١ ٣	٠ ١	١	٤	عاجز
٧	٢	٢	٧	ضعيف جداً
١٢	٣	٣	١٢	ضعيف
١٧	٤	٤	١٧	أقل من المتوسط
٢٠	٥	٥	٢٠	متوسط
١٧	٦	٦	١٧	فوق المتوسط
١٢	٧	٧	١٢	جيد
٧	٨	٨	٧	جيد جداً
٣ ١	٩ ١٠	٩	٤	ممتاز

( جدول ٣ )

علاقة التساعيات المعيارية بالدرجات الجيمية

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب التساعات المعيارية للنثال الذي حسبنا له درجاته الجيمية في جدول ٧٨. والجدول التالي يوضح هذه الطريقة

المستويات	التساعات	الدرجة الجيمية	التكرار المتجمع التساعدي النسبي	التكرار المتجمع التساعدي	الدرجة التكرار	الدرجة
عاجز	١	صفر	٠,٠٠٣	٦	٢	٢
			٠,٠٠٩	٢	٤	٣
			٠,٠١٩	١٣	٧	٤
		١	٣٧,٠٠	٣٦	١٣	٥
ضعيف جداً	٢	٢	٨٩,٠٠	٥٥	٢٩	٦
ضعيف	٣	٣	١٣٩,٠	٩٧	٤٢	٧
أقل من المتوسط	٤	٤	٢٤٠,٠	١٦٨	٧١	٩
			٣٧٩,٠	٢٦٥	٩٧	٨
متوسط	٥	٥	٠٥٥,٠	٣٨٥	١٢٠	١٠
فوق المتوسط	٦	٦	٧٠٧,٠	٤٩٥	١١٠	١١
جيد	٧	٧	٣٣٨,٠	٥٨٣	٨٨	١٢
جيد جداً	٨	٨	٤٠٩,٠	٦٣٣	٥٠	١٣
			٤٥٩,٠	٦٦٨	٣٥	١٤
ممتاز	٩	٩	٩٧٩,٠	٦٨٥	٧٦	١٥
			١٩٩,٠	٦٩٤	٩	١٦
			٩٩٩,٠	٦٩٩	٥	١٧
		١٠	١,٠٠٠	٧٠٠	١	١٨

( جدول ٨٠ )

مثال يبين حساب التساعات للمزجات الخام التكرارية وعلاقتها بالدرجات الجيمية وقد أثرنا في تحليلنا لطريقة حساب التساعات المعيارية أن تؤكد علاقتها بطريقة حساب الدرجات الجيمية حتى يستعين القارئ مباشرة بجدول حساب



الدرجات الجيمية من فئات التكرار المتجمع التصاعدي النسبي المبين بملاحق الجداول الإحصائية النفسية ( جدرول رقم ٧ ) مع تعديل بسيط في قراءة ذلك الجدول عند حساب التساعي الأول والتساعي الأخير .

ولا تختلف طريقة حساب التساعيات لفئات الدرجات عن طريقة حساب الدرجات الجيمية لتلك الفئات إلا في التساعي الأول والتساعي الأخير . لذلك سندكتفي بالمثال السابق في تحليلنا لطريقة حساب التساعيات المعيارية ،

### تقسيم التساعيات المعيارية

تصلح التساعيات المعيارية لتقسيم المستويات المختلفة إلى عدد محدود من الطبقات بحيث تصبح أكثر وضوحاً من الدرجات الجيمية في معناها للفرد العادي الذي يستعين بها في فهم المستويات التصاعدية المختلفة للقدرات والقوى العقلية ، وخاصة عندما يضيق نطاق هذه الفروق إلى الحد الذي يجعلها أكثر وضوحاً بالنسبة لتسعة مستويات عنها بالنسبة لـ ١١ مستويًا .

ويعاب على التساعيات أنها تطمس الفروق الفردية للمستويات الدنيا والعليا وذلك لأنها تجمع مستويات كل طرف في وحدة واحدة بدلا من وحدتين . ويؤدي هذا التجمع الطرقي إلى عجز المعيار عن تحديد نسبة الأفراد الذين يمثلون نسبة ١٪ بامتياز بالغ ، أو تحديد نسبة الأفراد الذين يمثلون نسبة ١٪ بعجز تام . وإذا كنا في تطبيقنا لتلك المستويات لاحتاج إلى مثل هذه الدقة الطرفية في تقسيم مستويات الأفراد ، فلا ضير هناك في الاستعانة بتلك التساعيات المعيارية .

وقد يعاب عليها أيضاً أنها تطيل وحدات المعيار في طرفيه ، لأنها تجمع وحدتين من وحدات المعيار الجيمي في كل طرف من طرفيها فيزداد طول

الوحدة الطرفية عن ٥٠ ، ومهما يكن من أمر طول هذه الوحدات فإنها لا تثير مشاكل عميقة تطبيقية لها أهميتها الكبرى ، وإنما تثير مشاكل نظرية تنصل من قريب بالأسس الإحصائية التي تعتمد عليها وحدات المعيار .

## د - السباعي المعياري

### نشأة المعيار السباعي ومعناه

يقترح مؤلف هذا الكتاب معياراً جديداً أكثر إيجازاً من التساعيات المعيارية يصلح لقياس مستويات الفروق الفردية ذات النطاق الضيق ، ويصحح بعض عيوب التساعيات المعيارية وخاصة ما يقوم منها على عدم تساوي الوحدات الطرفية للقياس .

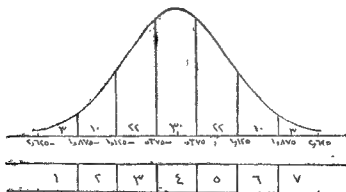
ويقترح تسعة هذا المعيار بالسباعي المعياري (١) لأنه يقسم مستويات الأعداد في أي اختبار إلى سبع طبقات متساوية في وحداتها الطولية . أو بمعنى آخر يقسم قاعدة المنحنى الاعتيادي المعياري إلى سبعة أجزاء متساوية ، قيمة كل جزء منها ٧٥ ، ع ، وهذا بدوره يؤدي إلى تحديد قيمة عددية للتوسط تساري ؛

---

(١) يقترح مؤلف هذا الكتاب تسمية هذا السباعي المعياري باسم Standard Seven

أو Staseven .

والشكل التالي يوضح علاقة التدرج السباعى بالمساحات الاعتدالية وبالدرجات المعيارية .



( شكل ٢١ )

علاقة الدرجات السباعية بالدرجات المعيارية الاعتدالية  
والمساحات الاعتدالية النسبية

وهكذا ندرك أن الدرجة السباعية المتوسطة  $\bar{x}$  تمتد من  $0.375$  إلى  $0.375 +$  ، أى أن طولها يساوى  $0.375 - (-0.375) = 0.750$  ، أى  $\frac{3}{4}$  وأن الدرجة السباعية الخامسة تمتد من  $0.375$  إلى  $1.125$  ، أى أن طولها يساوى  $1.125 - 0.375 = 0.750$  ، والدرجة السباعية السادسة تمتد من  $1.125$  إلى  $1.875$  ، أى أن طولها يساوى  $1.875 - 1.125 = 0.750$  ، وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الأخرى . أى أن أطوال وحدات المعيار السباعى متساوية . وكل منها تساوى  $0.750$  ، أى أن السباعى المعيارى يقسم قاعدة المنحنى الاعتدالى المعيارى إلى ٧ أقسام متساوية طول كل قسم منها يساوى  $\frac{3}{4}$  ع

أو ٠,٧٥ ع . وبما أن طول الانحراف المعياري (ع) للتوزيع الاهتدالي  
 المعيارى يساوى واحداً صحيحاً، إذن فطول كل قسم من أقسام السباحى المعيارى  
 يساوى  $0,75 \times 1 = 0,75$  . وهذه هى الفكرة التى اعتمد عليها هذا المعيار  
 الجديد فى تحديد أطوال وحداته بحيث يصبح عددها مساوياً لـ ٧ .

ونستطيع الآن أن نحسب النسب المئوية لعدد أفراد كل مستوى من هذه  
 المستويات السباعية . والجدول التالى يوضح خطوات هذه الفكرة .

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الدرجات السابعة	الدرجات المئارية	الدرجات المئارية	المساحات الاقتصادية	المساحات الاقتصادية من أعلى اليسار إلى الدرجة	النسب المئوية للمساحات الاقتصادية المسماة	النسب المئوية للمساحات الاقتصادية السابعة	النسب المئوية لعدد الأفراد في الشرفات السابعة
٧	٢,٦٢٥	٢,٦٢٣	٠,٤٩٥٧	٠,٩٩٥٧	٩٩,٦	٢,٦	٣
٦	١,٨٧٥	١,٨٨	٠,٤٦٩٩	٠,٩٦٩٩	٩٧,٠	٩,٩	١٠
٥	١,١٢٥	١,١٢	٠,٣٧٠٨	٠,٧٧٠٨	٨٧,١	٢٢,٣	٢٢
٤	٠,٣٧٥	٣٨	٠,١٤٨٠	٠,٦٤٨٠	٦٤,٨	٣٩,٣	٣٠
٣	٠,٣٧٥	٠,٣٨	٠,١٤٨٠	٠,٢٥٢٠	٢٥,٢	٢٢,٣	٢٢
٢	١,١٢٥	١,١٣	٠,٣٧٠٨	٠,١٢٩٢	١٢,٩	٩,٩	١٠
١	١,٨٧٥	١,٨٨	٠,٤٦٩٩	٠,٣٠١	٣,٠	٢,٦	٢
المجموع	٢,٦٢٥	٢,٦٢٣	٠,٤٩٥٧	٠,٣٠٤٣	٠,٤		١٠٠

(جدول ٨)

النسب المئوية لعدد الأفراد في كل مستوى من المستويات السابعة المئارية

وبدل العمود الأول على الدرجات السباعية مرتبة ترتيباً تنازلياً بحيث يبدأ  
بالدرجة ٧ وتنتهى إلى درجة ١

وبدل العمود الثانى على الدرجات المعيارية التى تقع على الحدود اليسرى  
واليمنى لتلك السبعيات كما سبق أن بيناها فى شكل ٣١ ، فالدرجة السباعية المبنية  
فى آخر العمود الأول تمتد من - ٢,٦٢٥ إلى - ١,٨٧٥ ، والدرجة السباعية ٢  
تمتد من - ١,٨٧٥ إلى - ١,١٢٥ وهكذا بالنسبة لحدود بقية السبعيات الأخرى.  
وبدل العمود الثالث على نفس هذه الدرجات المعيارية بعد تقريبها إلى  
رقمين عشريين .

وبدل العمود الرابع على المساحات الاعتدالية المحصورة بين تلك الدرجات  
المعيارية والمتوسط . وقد حسبت هذه المساحات الاعتدالية من جدول  
الارتفاعات الاعتدالية المين يملحق الجداول الإحصائية ( جدول رقم ٣ )

وبدل للعمود الخامس على المساحات الاعتدالية المحصورة بين أقصى الطرف  
اليسرى لتوزيع والدرجات المعيارية المختلفة. وقد حسبت هذه المساحات بإضافة  
٥,٠ إلى مساحات العمود السابق فمثلاً المساحة المحصورة بين المتوسط والدرجة  
المعيارية ٢,٦٢٣ تساوى ٤٩٥٧,٠ لكن المساحة المحصورة بين أقصى الطرف  
اليسرى لتوزيع الاعتدالى المعيارى والمتوسط تساوى ٥,٠ لأن المساحة الكلية  
للمعنى الاعتدالى المعيارى تساوى واحداً صحيحاً . إذن فالمساحة المحصورة بين  
أقصى الطرف اليسرى لتوزيع والدرجة المعيارية ٢,٦٢ تساوى ٥,٠ + ٤٩٥٧,٠ =  
٩٩٥٧,٠ . وهكذا بالنسبة للمساحات الأخرى التى تنتهى عند طرفها الأيمن  
بدرجة معيارية موجبة . هذا وتتحو عملية الجمع إلى عملية طرح عندها تقع تلك  
المساحات على يسار المتوسط ، أى عندما ينتهى طرفها الأيمن بدرجة  
معيارية سالبة .

وبدل العمود السادس على تحويل تلك المساحات إلى نسب مئوية وتقريب النتائج إلى رقم عشري واحد .

وبدل العمود السابع على فروق تلك النسب ، فنلّا  $99,6 - 97,0 = 2,6$  وتدل هذه الفروق على النسب المئوية للمساحات التي تقع في نطاق السباعيات المختلفة .

وبدل العمود الثامن على تقريب تلك النسب المئوية إلى أقرب أعداد صحيحة لتدل بذلك على النسب المئوية لعدد الأفراد في كل مستوى من المستويات السبعية المختلفة ويستطيع القارئ أن يقارن الآن بين هذه النسب المئوية كما يدل عليها ذلك الجدول ، وبين تلك النسب كما بينها في شكل ٣١ ، وسيدرك بعد هذه المقارنة معناها وأسسها الإحصائية فتلا عدد الأفراد الذين يمثلون مستوى السباعي الأول يساوي ٢ أفراد في كل مائة فرد ، وعدد الأفراد الذين يمثلون مستوى السباعي الثاني يساوي ١٠ أفراد في كل مائة فرد ، وهكذا بالنسبة للمستويات السباعية الأخرى .

### طريقة حساب السباعيات للدرجات الخام

تعتمد الطريقة الإحصائية لحساب السباعيات المعيارية للدرجات الخام التكرارية على معرفة المساحات الاعتدالية النسبية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع حتى الدرجة الاعتدالية المعيارية التي تحدد الطرف الأيمن لتدرجات السباعي المعيارى .

وبما أن السباعي المعيارى الأول يمتد من -- ٢,٦٣ إلى ~ ١,٨٨ ، إذن فالمساحة الاعتدالية النسبية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع حتى

النقطة التي تحددها الدرجة - ٢,١٣ إلى ٠,٠٤٣ كما تدل على ذلك البيانات العددية المبينة بالعمود الخامس من الجدول السابق رقم ٨٠ ، والمساحة الاعتدالية النسبية التي تمتد من أقصى الطرف الأيسر للتوزيع حتى النقطة التي تحددها الدرجة - ١,٨٨ إلى ٠,٣٠١ كما تدل على ذلك أيضاً بيانات العمود الخامس من الجدول السابق ، وهكذا بالنسبة للسبعيات المعيارية الأخرى .

وساستعين بهذه المساحات الاعتدالية لتحويل التوزيع التكرارى التجريبي إلى توزيع اعتدالى وذلك عن طريق التكرار المتجمع التصاعدي النسبي كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعايير الاعتدالية الأخرى .

والجدول التالى يوضح هذه الفكرة ، ويبين طريقة حساب السبعيات المعيارية مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي

المستويات	الدرجة السباعية	فترات التكرار المتجمع التصاعدي النسبي
عاجز	١	٠,٠٠٤٣ - ٠,٣٠١
ضعيف	٢	٠,١٢٩٢ - ٠,٣٠٢
تحت المتوسط	٣	٠,٣٥٢٠ - ٠,١٢٩٣
متوسط	٤	٠,٦٤٨٠ - ٠,٣٥٢١
فوق المتوسط	٥	٠,٨٧٠٨ - ٠,٦٤٨١
جيد	٦	٠,٩٦٩٩ - ٠,٨٧٠٩
ممتاز	٧	٠,٩٩٥٧ - ٠,٩٧٠٠

( جدول ٨٢ )

حساب السبعيات مباشرة من التكرار المتجمع التصاعدي النسبي



هذا وقد أعدنا كتابة هذا الجدول في ملحق الجداول الإحصائية النفسية (جدول رقم ٩) وحذفنا منه النسبة الأولى ٠,٠٠٤٣. ليمتد التوزيع من أقصى الطرف الأيسر إلى ٠,٣٠١. وحذفنا منه أيضاً النسبة الأخيرة ٠,٩٩٥٧. ليمتد التوزيع من ٠,٩٧٠ إلى أقصى الطرف الأيمن للتوزيع.

هذا ويمكن أن نستعين بهذا الجدول لحساب السبعيات المعيارية للدرجات الخام التكرارية التي حصلنا لها درجاتها الجسمية وتساعياتها المعيارية في الجدول رقم ٧٩

### طريقة حساب السبعيات لفئات الدرجات

تعتمد هذه الطريقة على تأكيد فكرة الدرجات المعيارية المعدلة وعلاقتها المباشرة بالمعايير الاعتدالية كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لفكرة المعايير الثابتة والجسمية والتساعية وبما أن وحدة المعيار السباعي تساوي ٧٥، إذن فالانحراف المعياري الجديد لهذا السباعي المعياري يساوي  $\sqrt{75}$  أي ٨,٦٦ وبما أن المتوسط الجديد لهذا المقياس يساوي ٤، إذن نستطيع أن نصوغ معادلة السباعي المعياري في الصورة التالية .

$$\text{الدرجة السباعية المعيارية} = ٨,٦٦ \times \text{الدرجة المعيارية} + ٤$$

وهكذا نستطيع أن نحسب السبعيات المختلفة للحدود الحقيقية العليا لفئات الدرجات إذا علمنا القيمة العددية للدرجات المعيارية التي تقع على الحدود العليا للتكرار المتجمع التصاعدي النسبي لكل فئة من تلك الفئات التكرارية كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعيار الثاني .

هذا ويمكن أن نحسب أولاً الدرجات الثابتة للتوزيع التجريبي من جدول

المعايير الثمانية ثم نحولها بعد ذلك إلى سبعيات من جدول رقم (٨) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية ، حيث يقوم في جوهره على توضيح طريقة حساب السبعيات المعيارية من فئات الدرجات الثمانية ، كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للمعيار الجيبي .

### علاقة السبعيات بالتثانيات

ترتبط الدرجات السباعية ارتباطاً رياضياً بالدرجات الثمانية ، كما ارتبطت الدرجات العجيمية بالدرجات الثمانية ، وتقوم فكرة هذا الارتباط على أن الأسس الإحصائية للمعايير النفسية الاعتدالية تتلخص في صورة جوهرية واحدة وهي الدرجة المعيارية المعدلة .

وإدراة العملية التحليلية لتلك العلاقات توضح فكرة المعايير الاعتدالية ، وتعتمد السبيل لتحويل درجات أى معيار لدرجات المعايير الأخرى . وتحليل يوضح علاقة السبعيات بالتثانيات .

$$٠. \text{الدرجات السباعية} = ١,٣٣ \text{ ذ} + ٤$$

$$٠. \text{ت} = ١٠ \text{ ذ} + ٥٠$$

$$\therefore \text{ذ} = \frac{\text{ت} - ٥٠}{١٠}$$

$$\text{أى أن ذ} = \frac{\text{ت}}{١٠} - ٥ .$$

وبالتعويض عن قيمة الدرجة المعيارية ذ في معادلة الدرجة السباعية ، نرى أن

$$\text{الدرجة السباعية} = ١,٣٣ ( \frac{\text{ت}}{١٠} - ٥ ) + ٤$$

$$= 0,133 \text{ ث} - 6,60 + 4$$

$$\therefore \text{الدرجة السباعية} = 0,133 \text{ ث} - 6,60$$

وقد ندرك معنى هذه المعادلة الأخيرة بوضوح إذا حسبنا الدرجة السباعية للدرجة الثمانية المساوية لـ ٥٠ .

$$\text{الدرجة السباعية} = 0,133 \times 50 - 6,60$$

$$= 6,60 - 6,60 =$$

$$= 4$$

أى أن الدرجة الثمانية ٥٠ تساوى الدرجة السباعية ٤ والدرجة الأولى هى منتصف التدرج التالى، والثانية هى منتصف التدرج السباعى. وهكذا نستطيع أن نستعين بالمعادلة السابقة فى تحويل أى درجة ثمانية للدرجة السباعية التى تقابلها .

### هـ - نسبة الذكاء الانحرافية<sup>(١)</sup>

تعتمد هذه النسبة على المقياس التالى، وهى بالرغم من أنها معيار أنقى أى لا تمتد إلى الأعمار السابقة واللاحقة إلا أنها تقترب فى شكلها العام من نسب الذكاء. وذلك عن طريق متوسطها الذى يساوى ١٠٠ ثم تعتمد بعد ذلك على قيمة مناسبة للانحراف المعيارى تساوى ١٥ وبذلك تصبح النسب المثوية للأفراد الذين ينتمون إلى الفئة التى تمتد من ٩٠ إلى ١٠٠ مساوية لـ ٥٠ ٪ ويمتد هذا المعيار من مستوى الضعف العقلى المساوى لـ ٤٥ إلى مستوى العبقريّة المساوى لـ ١٣٥ . وتصلح نسبة الذكاء الانحرافية لقياس ذكاء الراشدين .

(١) الدكتور فؤاد البهى السيد - الذكاء ١٩٦٩ ص ٩١

## و - الصفر المطلق للمعايير الاعتدالية

### أهمية الصفر المطلق

يتمدد المقياس العلى الصحيح على صفتين رئيسيتين تلخصهما في

١ - تساوى وحدات المقياس

٢ - الصفر المطلق للمقياس .

هذا ولا تجمع وحدات المقياس أو قطرح إلا إذا كانت متساوية ، ولا تضرب أو تقسم إلا إذا حددنا لها صفرأ مطلقاً . وبذلك تعتمد العمليات الحسابية الرئيسية على هاتين الصفتين .

وقد استطلعنا أن نحقق الصفة الأولى لجميع المعايير النسبية الاعتدالية ، فأصبحت وحدات كل مقياس متساوية فيما بينها . هذا ويختلف طول كل وحدة من تلك الوحدات تبعاً لاختلاف حساسية المقياس ، وتباين تطبيقاته العملية . فوحدة المعيار التآقي مثلاً تساوى ٠,١ ع ووحدة المعيار الجيمى تساوى ٠,٥ ع ووحدة المعيار السباعى تساوى ٠,٧٥ ع . أى أن أكبرها حساسية هى الوحدات الثنائية ، وأقلها حساسية هى الوحدات السباعية . هذا وبشبه الاختلاف القائم بين أطوال تلك الوحدات الاختلاف القائم بين طول المليمتر وطول السنتيمتر ، وطول المتر . ولكل مقياس من هذه المقاييس الطولية فوائده العملية وتطبيقاته المباشرة .

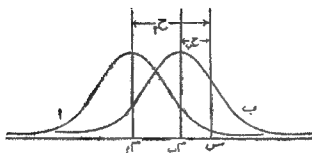
## معنى الصفر المطلق للمعايير النفسية

وقد حاول ثيرستون<sup>(١)</sup> L. L. Thurstone سنة ١٩٢٥ أن يحسب الصفر المطلق للمقاييس النفسية المختلفة ، كما حسب علماء الطبيعة قيمة الصفر المطلق الحرارى - ٢٧٣ درجة .

وتعتمد فكرة الصفر المطلق للمقاييس النفسية على تحويل درجات أى توزيع تكرارى اعتدالى إلى درجات أى توزيع تكرارى آخر مشترك معه فى جزء من قاعدته ويختلف عنه فى الجزء الباقى من تلك القاعدة والتحليل التالى يوضح الخطوات الإحصائية لتطور هذه الفكرة .

لنفرض أن المنحنى ١ يدل على التوزيع التكرارى الاعتدالى لدرجات الأطفال الذين يبلغون من العمر ٧ سنوات ، فى اختبار الذكاء ، وأن المنحنى ب يدل على التوزيع التكرارى الاعتدالى لدرجات الأطفال الذين يبلغون من العمر ٨ سنوات فى نفس اختبار الذكاء السابق كما يدل على ذلك الشكل التالى .

- 
- 1—(a) Thurstone, L. L. A Method of Scaling Psychological and Educational Tests, J. Ed. Psy. 1925, 16, P. P. 433—451  
(b) ———, The Unit of Measurement in Educational Scales, J. Ed. Psy, 1927, 18, P. P. 505—524  
(c) ———, Scale Construction with weighted Observation, J. Ed. Psy., 1928, 19, P. P. 441—453.  
(d) ———, The absolute zero in Intelligence Measurement, Psy. Rev. 1938, 35, P. P. 175—197.



( شكل ٢٢ )

نحول الانحرافات درجات أى توزيع اعتدالى إلى انحرافات درجاته التوزيع السابق له

نفرض أن  $مأ$  متوسط التوزيع الاعتدالى  $أ$  ، وأن  $مب$  متوسط التوزيع الاعتدالى  $ب$  ، وأن الدرجة  $س$  تنحرف عن متوسط التوزيع  $أ$  انحرافاً مقداره  $عأ$  ، وتنحرف عن متوسط التوزيع  $ب$  انحرافاً مقداره  $عب$  . وأن  $عأ$  الانحراف المعيارى للتوزيع  $أ$  ، وأن  $عب$  الانحراف المعيارى للتوزيع  $ب$  .

$$\therefore حأ = \frac{س - مأ}{عأ}$$

$$أى أن حأ \times عأ = س - مأ$$

$$\therefore س = حأ \times عأ + مأ$$

وكذلك نرى أن

$$حب = \frac{س - مب}{عب}$$

$$\text{أى أن } \text{ح ب} \times \text{ع ب} = \text{س} - \text{م ب}$$

$$\therefore \text{س} = \text{ح ب} \times \text{ع ب} + \text{م ب}$$

. وبما أن س مشتركة في معادلة التوزيع الاعتدالي ؛ والتوزيع الاعتدالي ب

$$\therefore \text{ح ا ع ا} + \text{ا م} = \text{ح ب ع ا} + \text{م ب}$$

$$\text{أى أن } \text{ح ب ع ب} = \text{ح ا ع ا} + \text{ا م} - \text{م ب}$$

$$\therefore \text{ح ب} = \frac{\text{ح ا ع ا} + \text{ا م} - \text{م ب}}{\text{ع ب}}$$

$$\therefore \text{ح} = \left( \frac{\text{ا ع}}{\text{ع ب}} \right) + \text{ا ح} \left( \frac{\text{ا م} - \text{م ب}}{\text{ع ب}} \right)$$

أى أننا نستطيع بذلك أن نحول انحرافات درجات التوزيع التكرارى ؛ إلى انحرافات التوزيع التكرارى ب، ونستطيع أيضاً أن نعكس العملية فنحول انحرافات درجات ب إلى انحرافات درجات ا . ونستطيع أيضاً أن نمتد بانحرافات درجات أى توزيع إلى درجات التوزيعات التالية أو السابقة له ، وأن نتابع هذه العمليات لنصل من ذلك إلى الصفر المطلق الذى نبحث عنه .

وقد استطاع ثيرستون أن يحسب المعايير الاعتدالية النسبية للتوزيعات المتتالية وينسبها جميعاً إلى قاعدة واحدة ، أى إلى تدرج واحد للدرجات لأن القاعدة تدل على تدرج درجات الاختبار . وبما أن هذه الطريقة تعتمد على نسبة فروق المتوسطات للانحرافات المعيارية المتعاقبة ، كما تدل على ذلك

المعادلة السابقة إذن فالنقطة التي تحدد قيمة الصفر المطلق هي النقطة التي تصبح فيها قيمة الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى مساوية للصفر ، أى هي النقطة التي تصل فيها الفروق الفردية إلى نهايتها الصغرى بالنسبة للمقاييس العكسية المختلفة وهكذا ندرك أن النقطة التي تدل على الصفر المطلق بنفسى تقع عند الميلاد أو قبله بأسابيع قليلة .

هذا ولا يتسع مجال هذا الكتاب لأكثر من هذا التحليل الإحصائى بنفسى لفكرة الصفر المطلق ، وعلى القارىء أن يرجع إلى أبحاث ثيرستون التي مبنى أن أشرنا إليها وإلى تحليل جاليكسون H. Guilksen<sup>(١)</sup> لفكرة الصفر المطلق ، إن أراد أن يعلم الطرق الإحصائية لحساب ذلك الصفر . والتطبيقات العملية لهذه الفكرة فى بناء الاختبارات النفسية وتحليل أسئلتها المختلفة .

---

1 — Guilksen, H., Theory of Mental tests 1950, P. P 284-286



## تمارين على الفصل السابع

- ١ - ماهي أهم الأسباب العلمية التي أدت إلى نشوء فكرة المعايير الاعتمدية.
- ٢ - ناقش أهم الأسس العلمية التي تعتمد عليها المعايير الاعتمدية في تحويل التوزيعات التجريبية إلى توزيعات اعتمدية .
- ٣ - احسب الدرجات الثابتة للتوزيع التكرارى التالى

التكرار	فئات الدرجات
١	٩٤ - ٩٠
٠	٩٩ - ٩٥
٢	١٠٤ - ١٠٠
٣	١٠٩ - ١٠٥
٥	١١٤ - ١١٠
١٠	١١٩ - ١١٥
١٧	١٢٤ - ١٢٠
٢٣	١٢٩ - ١٢٥
٢٧	١٣٤ - ١٣٠
٣٤	١٣٩ - ١٣٥
٢٣	١٤٤ - ١٤٠
٢٠	١٤٩ - ١٤٥
١٤	١٥٤ - ١٥٠
١٢	١٥٩ - ١٥٨
٥	١٦٤ - ١٦٠
٢	١٦٩ - ١٦٥
١	١٧٤ - ١٧٠
١	١٧٩ - ١٧٥

٤ - ما هي أهم الفروق الإحصائية النفسية التي تميز وحدات المعيار  
التأني من المثبتات .

٥ - احسب إحصائيات التوزيع التكراري المبين في التمرين الثالث  
وفاظنها بالتأنيات التالية

٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠

٦ - تعتمد جميع المعايير الاعتدالية على الدرجات المعيارية المعدلة ،

ناقش

٧ - ما هي أهم المميزات الرئيسية للمعايير الاعتدالية :

أ - المعيار التأني الأصلي

ب - المعيار التأني الحربي

ج - المعيار التأني الجامعي

٨ - ناقش أهم الأسس الإحصائية النفسية التي تعتمد عليها فكرة  
التساوي المعياري وبين نواحي قوتها وضعفها .

٩ - طلب إليك أن تكتب معياراً تساعياً جديداً متوسطه ٥ وانحرافه  
المعياري يساوي واحداً صحيحاً . وضع بالرسم وحدات هذا المعيار ، والسبب  
المثوبة لعدد الأفراد في كل مستوى من مستوياته ، واستعن بهذا المعيار الجديد  
في تقسيم درجات التمرين الثاني إلى المستويات التي يسفر عنها هذا المعيار

١٠ - ناقش أهم الفروق الإحصائية النفسية القائمة بين معايير التوزيعات  
التجريبية والمعايير الاعتدالية .

١١ - احسب الدرجات التساعية المعيارية للدرجات الخام التالية

الدرجة	التكرار
٠	١
١	٣
٢	٦
٣	٧
٤	١٠
٥	١٣
٦	١٢
٧	١١
٨	١٤
٩	١٨
١٠	١٣
١١	١٩
١٢	١٨
١٣	١٩
١٤	١٧
١٥	١٢
١٦	٦
١٧	٤
١٨	٣
١٩	٢
٢٠	١
٢١	١

١٢ - احسب السباعيات المعيارية للدرجات الخام الميئة بالتمرين  
الحادى عشر .

١٣ - احسب إرباعيات التوزيع التكرارى المبين بالتمرين الثالث ،  
واحسب الدرجات التائية لتلك الإرباعيات

١٤ - ناقش فكرة الصفر المطلق . وبين مدى أهمية هذا الصفر فى  
القياس النفسى .

## الفصل الثامن

### الارتباط

#### معنى الارتباط وأهميته

الارتباط في معناه العلمي الدقيق هو التغير الاقتراني ، أو بمعنى آخر هو النزعة إلى اقتران التغير في ظاهرة بالتغير في ظاهرة أخرى ولتضرب لذلك ، مثل تغير طول عمود من الحديد تبعاً لتغير درجات الحرارة التي يتعرض لها ، فكلما زادت الحرارة زاد تبعاً لذلك الطول ، وكلما نقصت الحرارة نقص تبعاً لذلك الطول ، أي أن تغير الطول يقترن بتغير الحرارة . ولتضرب لذلك أيضاً مثل نقصان حجم قطعة من الثلج تبعاً لزيادة درجات الحرارة ، فكلما زادت الحرارة نقص حجم الثلج . أي أن تغير حجم الثلج يقترن بتغير الحرارة .

هذا وقد يكون التغير الاقتراني إيجابياً كمثل زيادة طول عمود الحديد تبعاً لزيادة درجات الحرارة ، أي أن الزيادة في الظاهرة الأولى تقترن بالزيادة في الظاهرة الثانية . وقد يكون التغير الاقتراني سلبياً كمثل نقصان حجم قطعة الثلج تبعاً لزيادة درجات الحرارة . أي أن الزيادة في الظاهرة الأولى تقترن بالنقصان في الظاهرة الثانية .

ويقاس هذا التغير الاقتراني بمعاملات الارتباط ويلخص هذا الارتباط البيانات العددية لأي ظاهرتين في مسائل واحد كما كانت مقاييس النزعة المركبة ومقاييس التشتت تلخص البيانات العددية للظواهر الإحصائية المفردة وهكذا تم دمج معاملات الارتباط إلى قياس الاقتران القائم بين أي ظاهرتين قياساً علمياً إحصائياً دقيقاً .

وتعتمد الاختبارات النفسية الحديثة اعتماداً كبيراً على معاملات الارتباط وهذه المعاملات أهميتها القصوى في الصياغة العلمية الدقيقة لأسئلة الاختبارات والتحليل الإحصائي لإجاباتها والتجانس الداخلي لها ، والقياس العلمى لمدى انصافها باختبارها العام الذى يشتمل عليها ويحتويها ، وفي قياس ثبات وصدق نتائج الاختبارات ، وفي التحليل العاملى لقدراتها العامة والطائفية المختلفة .

### أنواع التغير الاقترانى

تختلف الطرق الإحصائية لحساب معاملات الارتباط تبعاً لاختلاف البيانات العددية التى ترصد بها الظواهر العلمية . فقد تدل هذه البيانات على درجات الأفراد أو على نجاحهم ورسوبهم ، أو على ترتيبهم .

والقياس الذى يعتمد على الدرجات الفعلية للأفراد يقوم في جوهره على التسلسل للبيانات العددية ، ويسمى هذا النوع : المتتابع : ومن أمثاله الدرجات التالية :

١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٣ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ٤٧ ، ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٥ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٧ ، ٩٨ ، ٩٩ ، ١٠٠ .

والقياس الذى يعتمد على النجاح والرسوب يعتمد في جوهره على التقدير الناتج لصفات والظواهر المختلفة ، فإما أن يكون الطالب ناجحاً أو راسباً ؛ وإما أن تكون درجة السؤال الأول واحداً صحيحاً أو صفراً ، وإما أن يكون الفرد ذكراً أو أنثى . وهكذا بالعسبة للصفات الأخرى التى تصلح لمثل هذا التقويم الثنائى ، ولذلك يسمى هذا النوع الثنائى .

ويعتمد النوع الأخير على تحديد مستويات الأفراد بتحديد ترتيبهم ولذلك يسمى هذا النوع : الترتيبى .

هذا ويمكن أن نلخص أهم صور التغير الاقتراضي لآى مقياسين على الأنواع التالية :

١ - اقتران تتابع تدرج المقياس الأول بتتابع تدرج المقياس الثانى .  
والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقتران .

درجات الأفراد فى الاختيار الثانى	درجات الأفراد فى الاختيار الأول	أسماء الأفراد
١٠	١٣	محمد
١٣	١٥	اسماعيل
١١	١٢	لويس
١٧	١٤	خالد
٩	١٦	اسحق

( شكل ٨٣ )

اقتران تتابع درجات الاختيار الأول بتتابع درجات الاختيار الثانى

حيث يدل العمود الأول على أسماء الأفراد ، ويدل العمود الثانى على درجة كل فرد من هؤلاء الأفراد فى الاختيار الأول ، ويدل العمود الثالث على درجة كل فرد من هؤلاء الأفراد فى الاختيار الثانى ، وهذا ويمكن أن نقارن درجات الأفراد فى الاختيار الأول بدرجاتهم فى الاختيار الثانى لنصل من تلك المقارنة إلى معرفة مدى ارتباط درجات الاختيار الأول بدرجات الاختيار الثانى .

ب - اقتران تتابع تدرج المقياس الأول بشئانية تدرج المقياس الثانى .  
والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقتران .

درجات الأفراد في اختبار القدرة العددية	درجات السؤال الرابع في الإختبار السابق	أسماء الأفراد
٧٦	١	منير
٧٤	٠	فوزى
٦٢	٠	سامى
٤٢	١	مصطفى

( جدول ٨٤ )

اقتران تتابع درجات اختبار القدرة العددية بثنائية الإجابة على السؤال الرابع

حيث يدل العمود الأول على أسماء الأفراد . ويدل العمود الثانى على درجة كل فرد من هؤلاء الأفراد في اختبار القدرة العددية ، ويدل العمود الثالث على درجة كل فرد في السؤال الرابع من أسئلة اختبار تلك القدرة العددية . فمثلا درجة منير في القدرة العددية تساوى ٧٦ وإجابته على السؤال الرابع صحيحة ومساوية لـ ١ ، ودرجة فوزى في القدرة العددية تساوى ٧٤ وإجابته على السؤال الرابع خاطئة ومساوية للصفر .

ح - اقران ثنائية المقياس الأول بثنائية المقياس الثانى . والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقتران .



درجات الأفراد في السؤال العاشر	درجات الأفراد في السؤال السادس	أسماء الأفراد
٠	١	صفوت
٠	٠	صبرى
١	١	رفعت
٠	١	لطفى
١	٠	عزت
١	١	أحمد

( جدول ٨٥ )

اقران نتائج الإجابة على أحد الأسئلة بنتائج الإجابة على سؤال آخر

وهكذا ندرك مدى اقران إجابات السؤال السادس بإجابات السؤال العاشر في المثل السابق . ونستطيع أن نستعين بهذا التنظيم في حساب مدى الارتباط بين السؤالين .

و — اقران ترتيب المقياس الأول بترتيب المقياس الثاني — والجدول التالى يوضح فكرة هذا الاقران .

أسماء الأفراد	ترتيب الأفراد في اختبار الذكاء	ترتيب الأفراد في اختبار الحساب
صالح	١	٣
رمزي	٢	١
محمود	٣	٢
نطرس	٤	٥
يوسف	٥	٤

( جدول ٨٦ )

اقران ترتيب القياس الأول بترتيب القياس الثاني

وهكذا ندرك العلاقة القائمة بين ترتيب هؤلاء الأفراد في اختبار الذكاء وترتيبهم في اختبار الحساب . فبينما يصل ترتيب صالح إلى الرتبة الأولى في اختبار الذكاء . نراه يصل إلى الرتبة الثالثة في اختبار الحساب . وبينما يصل ترتيب يوسف إلى الرتبة الخامسة في اختبار الذكاء نراه يصل إلى الرتبة الرابعة في اختبار الحساب .

## ١ - معاملات الارتباط التتابعي لبيرسون

تعتمد الطرق الإحصائية لحساب معاملات ارتباط درجات المقاييس المتتابعة بدرجات المقاييس الأخرى المتتابعة على مدى تلازم الدرجات المعيارية لأي مقياس من هذه المقاييس بالدرجات المعيارية التي تقابلها في المقياس الآخر .

وسنحاول في دراستنا لهذه الطرق أن نستعرض أولاً طريقة الدرجات المعيارية لتدرك الأساس الإحصائي لفكرة حساب معاملات الارتباط (١) ، ثم نعدل تلك الطريقة إلى صورتها المناسبة للحساب السريع مثل طريقة الانحرافات المعيارية ، وطريقة الانحرافات وطريقة الدرجات الختام ، وطريقة التكرار المزدوج .

## ١ - حساب الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية

يتلخص الأساس الإحصائي للارتباط في مقارنة مدى مصاحبة تغير درجات المقياس الأول بتغير درجات المقياس الثاني وبما أن الدرجات الأصلية في صورتها الخام لا تصلح للمقارنة إلا إذا اشتركت في بدء واحد للتدرج وإلا إذا كانت وحداتها متساوية ؛ لذلك تعتمد فكرة مقارنة التغير الاقتران للدرجات على مقارنة الدرجات المعيارية في كلا المقياسين لأن متوسطها يساوى صفراً وانحرافها المعياري يساوى واحداً صحيحاً ، أى أنها جميعاً تشترك في بدء التدرج أو صفر المقياس ، وفي وحدات القياس ، كما سبق أن بينا ذلك في دراستنا للدرجات المعيارية وخواصها الإحصائية .

هذا وتعتمد الوسيلة الرياضية لمعرفة معامل الارتباط على حساب متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية أى أن .

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد}}$$

(١) آثرنا أن نسمى هذا الارتباط بالارتباط التتابعى لأنه يقوم على مدى اقتران التدرج المتتابع للظاهرة الأولى بالتدرج المتتابع للظاهرة الثانية . ويسمى أحياناً بمعامل ارتباط حاصل ضرب العزوم . أى . Product moment correlation .

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{مخ} (\text{م} \times \text{م})}{\text{م}}$$

حيث يدل الرمز م على معامل الارتباط .

ويدل الرمز م على أية درجة معيارية من درجات المقياس الأول س .

ويدل الرمز م على درجة المقياس الثاني ص المعيارية التي تقابل الدرجة المعيارية م .

ويدل الرمز م على عدد الأفراد الذين حصلوا على تلك الدرجات .

والجدول التالي يوضح فكرة هذه المعادلة وتطبيقاتها العملية .

[illegible] $(AV \cdot J_g \div)$ 

حسابیه معادله الار تباطو بعبارتيه  $\Delta t = \Delta t_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  حاصل الكروحات الجباريه

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، ويدل العمود الثانى على درجات كل فرد من هؤلاء الأفراد فى الاختبار الأول س . وتدل الأعداد المبينة فى نهاية هذا العمود على المتوسط الذى يساوى ٥ وعلى الانحراف المعيارى الذى يساوى ٢,٢٨ .

ويدل العمود الثالث على انحرافات الدرجات السابقة عن متوسطها ، فانحراف الدرجة الأولى ٢ يساوى ٢-٥=٣- وهكذا بالنسبة للدرجات الأخرى . ويدل العمود الرابع على الدرجات المعيارية ذس التى حسبت بقسمة انحرافات العمود الثالث على الانحراف المعيارى ؛ فالدرجة المعيارية الأولى تحسب بقسمة ٣- على ٢,٢٨ ، وناتج هذه العملية يساوى ١,٢٢ وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا العمود .

هذا وقد حسبت الدرجات المعيارية للاختبار الثانى بنفس الطريقة التى حسبت بها الدرجات المعيارية للاختبار الأول ، كما يدل العمود السابع من الجدول السابق .

ويدل العمود الثامن على حاصل ضرب كل درجة معيارية من درجات الاختبار الأول فى الدرجة المعيارية التى تقابلها فى الاختبار الثانى ، وذلك يدل السطر الأول فى هذا العمود على حاصل ضرب الدرجة المعيارية الأولى - ١,٣٢ فى الدرجة المعيارية الثانية - ١,١٥ أى أن  $-1,32 \times 1,15 = -1,518$  وهكذا بالنسبة لبقية الأسطر الأخرى .

ويدل نهاية هذا العمود على مجموع تلك النواتج الذى يساوى ٤,٥٣٩٦ وعندما نقسم هذا المجموع على عدد الأفراد نحصل على معامل الارتباط .  
أى أن

$$r = \frac{4,5396}{10} = 0,45396$$

هذا وبالرغم من أن هذه الطريقة توضح الأساس الإحصائي لفكرة معامل الارتباط إلا أنها لا تصلح بصورتها الراهنة لحساب ذلك المعامل لكثرة العمليات الحسابية التي تتطلبها ، وخاصة إذا زاد عدد الدرجات إلى الحد الذي يعوق سرعة حساب معامل الارتباط .

ويمكن أن نعيد صياغة المعادلة السابقة في صور جديدة لتناسب المظاهر الرئيسية للبيانات العددية المختلفة كما ندل على ذلك الطرق التالية التي تعتمد في جوهرها على الانحرافات المعيارية أو الانحرافات دون حاجة إلى حساب الدرجات المعيارية ؛ أو التي تعتمد مباشرة على الدرجات الخام ؛ أو التي تعتمد على التكرار المزدوج لفئات الدرجات .

## ب - حساب الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية

نهدف هذه الطريقة إلى تبسيط العمليات الحسابية التي اعتمدنا عليها في حساب معامل الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية . ويمكن أن تتخفف كثيراً من تلك العمليات إذا أعدنا صياغة المعادلة السابقة بحيث تتخلص تماماً من حساب الدرجة المعيارية . والمعادلة التالية توضح هذه الفكرة .

معامل الارتباط =

بمجموع حاصل ضرب الانحرافات المتقابلة

---

عدد الأفراد  $\times$  الانحراف المعياري للاختبار الأول  $\times$  الانحراف المعياري للاختبار الثاني

أي أن

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

هذا ويمكن أن نحول معادلة الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية إلى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية ، إذا استعنا بمعادلة الدرجة المعيارية التي تتلخص في :

$$\frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}} = \text{الدرجة المعيارية}$$

$$= \frac{\text{الانحراف}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\frac{C}{C_m} = \text{أى أن ذى}$$

وهكذا بالنسبة لـ ذى

وعلى القارىء أن يحاول تحويل الصورة الأولى لمعادلة الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية إلى الصورة الثانية لمعادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية .

هذا والجدول التالى يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بطريقة الانحراف المعيارى . وقد آثرنا أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال السابق ليستطيع القارىء أن يقارن بين الطريقتين .



الأفراد	درجات الاختبار الأول	انحرافات الدرجات	درجات الاختبار الثاني	انحرافات الدرجات	حاصل ضرب الانحرافات
١	٢	٢ -	٥	٣ -	٩ = ٣ - × ٣ -
٢	٢	٣ -	٧	١ -	٢ = ٢ - × ٢ -
٣	٥	٠	٦	٢ -	٠ = ٢ - × ٢ -
٤	٧	٢ +	١٠	٢ +	٤ = ٢ × ٢
٥	٨	٣ +	١٢	٤ +	١٢ = ٤ × ٣
٥ = ٥	٢٥ = م		٤٠ = م		٢٧ = م (٣ × ٣ -)
	٢ = م		٨ = م		
	٢,٢٨ = م		٢,٦١ = م		

(جدول ٨٨)

حساب مامل الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، والعمود الثاني على درجات هؤلاء الأفراد في الاختبار الأول م ، والعمود الثالث على انحرافات تلك الدرجات عن متوسطها الذي يساوي ٥ .

ويدل العمود الرابع على درجات الأفراد في الاختبار الثاني م ، والعمود الخامس على انحرافات تلك الدرجات عن متوسطها الذي يساوي ٨ .

ويدل العمود الأخير على حاصل ضرب كل انحراف من انحرافات درجات الاختبار الأول في الانحراف الذي يقابله في الاختبار الثاني ، فنلاحظ انحراف

الدرجة الأولى في الاختبار الأول يساوى ٣ وانحراف الدرجة الأولى في الاختبار الثاني يساوى ٣ وحاصل ضرب الانحرافين هو  $٣ - ٣ = ٠$  وهكذا بالنسبة للانحرافات الأخرى .

هذا وتتلخص الخطوة الأخيرة لحساب معامل الارتباط في تطبيق المعادلة السابقة على البيانات العددية التي أوضعتها جدول ٨٨ .

$$\frac{\sum (x_i \times y_i)}{\sum x_i \sum y_i} = r$$

$$\frac{27}{2,61 \times 2,28 \times 5} = r$$

$$\frac{27}{297040} =$$

$$r = 0,91 \text{ تقريباً}$$

### ٢ - حساب الارتباط بطريقة الانحرافات

تهدف هذه الطريقة إلى تبسيط العمليات الحسابية التي اعتمدنا عليها في حساب معامل الارتباط بطريقة الانحراف المعياري ، وذلك بالتخلص تماماً من حساب الانحراف المعياري ، والاكتفاء بحساب الانحرافات ومربعاتها ، والمعادلة التالية توضح هذه الفكرة .

$$r = \frac{\sum (x_i \times y_i)}{\sqrt{\sum x_i^2 \times \sum y_i^2}}$$

هذا ويمكن أن نحول معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية إلى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات . إذا استعنا بمعادلة الانحراف المعياري التي تنلخص في :

$$C_r = \frac{\sum \frac{C^2}{S}}{N} \quad \text{بالنسبة لدرجات الاختيار الأول}$$

$$C_r = \frac{\sum \frac{C^2}{S}}{N} \quad \text{بالنسبة لدرجات الاختيار الثاني}$$

وعلى القاريء أن يحاول تحويل معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات المعيارية إلى معادلة الارتباط بطريقة الانحرافات .

هذا والجدول التالي يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بطريقة الانحرافات وقد آثرنا أيضاً أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال السابق لتسهل ذلك عمالية مقارنة نتائج تلك الوسائل الإحصائية ، وهكذا يدرك القاريء الفروق الجوهرية القائمة بين الطرق المختلفة لحساب معامل الارتباط أو بمعنى آخر يدرك الفرق بين الخطوات الرئيسية لحساب معامل الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية ، وبطريقة الانحرافات المعيارية ، وبطريقة الانحرافات .

الأفراد		درجات الانتخاب		الدرجات	مجموعات الأصوات	مجموعات الأصوات	حاصل ضرب الأصوات
أ	ب	س	الاول	الدرجات	ح	ح	ح س
١	٢	٢	٢ -	٩	٩	٩	٩ = ٢ - × ٢ -
٣	٢	٢	٢ -	٤	١ -	١ -	٢ = ١ - × ٢ -
٥	٥	٥	صفر	صفر	٢ -	٤	صفر = ٢ - × صفر
٥	٧	٧	٢ +	٤	٢ +	٤	٤ = ٢ × ٢
٥	٨	٨	٢ +	٩	٤ +	١٦	١٢ = ٤ × ٣
٥ = ٥	٥ = ٥	٢٥ = ٥	٥ = ٥	٢٦ = ٥	٤٠ = ٥	٢٤ = ٥	٢٧ = (٣ س × ح س) × ح س
٥ = ٥	٥ = ٥	٥ = ٥	٥ = ٥	٢٦ = ٥	٤٠ = ٥	٢٤ = ٥	٢٧ = (٣ س × ح س) × ح س

( جدول ٨٨ )

حساب سائل الارتباط بطريقة الأصوات

هذا ويدل العمود الأول على الأفراد والثاني على درجاتهم في الاختبار الأول ، والثالث على انحراف كل درجة من هذه الدرجات عن متوسطها ، والرابع على مربعات تلك الانحرافات .

ويدل العمود الخامس على درجات الاختبار الثاني ، والسادس على انحرافات كل درجة من درجات هذا الاختبار عن المتوسط ، والسابع على مربعات تلك الانحرافات ، والثامن على حاصل ضرب انحرافات درجات الاختبار الأول في كل انحراف يقابله في الاختبار الثاني

هذا وتتلخص الخطوة الأخيرة لحساب معامل الارتباط في تطبيق المعادلة السابقة على البيانات العددية التي أوجعها جدول ٨٨

$$r = \frac{\sum (x \times y)}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}}$$

$$= \frac{27}{\sqrt{34 \times 26}}$$

$$= \frac{27}{\sqrt{884}}$$

$$= \frac{27}{29,7321}$$

$$r = 0,91 \text{ تقريباً}$$

٣٠٥

( م ٢٠ — علم النفس الاحصائي )

وهذه هي نفس القيمة التي حصلنا عليها بطريقة الدرجات المعيارية ،  
وطريقة الانحراف المعياري .

### د - حساب الارتباط للدرجات الخام بالطريقة العامة

تهدف الطريقة العامة لحساب معاملات ارتباط الدرجات الخام إلى  
الاستغناء عن حساب الدرجات المعيارية ، والانحرافات المعيارية ،  
والانحرافات . وتعتمد مباشرة في حسابها لمعامل الارتباط على الدرجات  
الخام ومربعات هذه الدرجات .

ومن أهم مميزات هذه الطريقة العامة دقتها وسرعتها لأنها لا تتطلب على  
أى قريب حساب في خطواتها الجزئية .

والمعادلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة .

$$r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}][\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}]}}$$

حيث يدل الرمز  $\sum x$  على مجموع حاصل ضرب الدرجات المتقابلة  
في الاختيارين

ويدل الرمز  $\sum x^2$  على حاصل ضرب مجموع درجات الاختيار  
الأول في مجموع درجات الاختيار  
الثاني .

ويبدل الرمز  $\mu$  من  $\mu^2$  على مجموع مربعات درجات الاختبار الأول  $\mu$   
ويبدل الرمز  $\mu$  من  $\mu^2$  على مربع مجموع درجات الاختبار الأول  $\mu$   
ويبدل الرمز  $\mu$  من  $\mu^2$  على مجموع مربعات درجات الاختبار الثاني  $\mu$   
ويبدل الرمز  $\mu$  من  $\mu^2$  على مربع مجموع درجات الاختبار الثاني  $\mu$

هذا ويمكن تحويل أى معادلة من المعادلات السابقة إلى هذه المعادلة ،  
وذلك بالاستعانة بمعادلة الانحراف المعياري للدرجات الختام في صورتها التالية .

$$\sigma_{\mu} = \sqrt{\frac{1}{n} (\mu^2 - \frac{\mu^2}{n})}$$
 بالنسبة للاختبار الأول  $\mu$

$$\sigma_{\mu} = \sqrt{\frac{1}{n} (\mu^2 - \frac{\mu^2}{n})}$$
 بالنسبة للاختبار الثاني  $\mu$

وعلى القارىء أن يحاول تحويل معادلة الارتباط بطريقة الانحراف  
المعياري إلى المعادلة العامة لحساب ارتباط الدرجات الختام ، وله أن يستعين  
على ذلك بمعادلة الانحراف المعياري للدرجات الختام .

هذا والجدول التالي يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بالطريقة  
العامة للدرجات الختام . وقد آثرنا أن نحسب هذا المعامل لدرجات المثال  
السابق لتسهيل بذلك عملية مقارنة تلك الوسائل الإحصائية لحساب الارتباط .

الأفراد	درجات الاختبار الأول	درجات الاختبار الثاني	درجات الاختبار الثالث	درجات الاختبار الرابع	حاصل ضرب الدرجات المتعاقبة
١	٢	٥	٧	٢٥	$١٠ = ٥ \times ٢$
٢	٢	٧	٩	٤٩	$٢١ = ٧ \times ٣$
٣	٥	٦	٢٥	٣٦	$٢٠ = ٦ \times ٥$
٤	٧	١٠	٤٩	١٠٠	$٧٠ = ١٠ \times ٧$
٥	٨	١٢	٦٤	١٤٤	$٩٦ = ١٢ \times ٨$
$٥ = n$	جس $= ٢$ (جس) $٢٥ = ٢$	جس $= ٢$ (جس) $٤٠ = ٢$ $١٦٠٠ = ٢$	جس $= ٢$ $١٥١ = ٢$	جس $= ٢$ $٢٥٤ = ٢$	جس $= ٢٢٧$

( جدول ٩٠ )

حساب مداخل ارتباط الدرجات بأقسام الطريقة العلمية



هذا ويدل العمود الأول على الأفراد ، وبمجموعهم  $n = 5$   
 ويدل العمود الثاني على درجات الأفراد في الاختبار الأول  $m$  وبمجموعهم  
 $\text{مجم} = 25 = 5 \times 5 = 5^2$  (مجم) هذا المجموع

ويدل العمود الثالث على مربعات درجات الأفراد في الاختبار الأول  $m$ ،  
 فنلا مربع الدرجة الأولى 2 يساوي 4 ومربع الدرجة الثانية 3 يساوي 9  
 وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا الاختبار ؛ وبمجموع هذه المربعات  
 $\text{مجم} = 151$

ويدل العمود الرابع على درجات الأفراد في الاختبار الثاني  $m$  ، وبمجموع  
 هذه الدرجات  $\text{مجم} = 40$  ومربع هذا المجموع (مجم)  $= 40 \times 40 = 1600$

ويدل العمود الخامس على مربعات درجات الأفراد في الاختبار الثاني  $m$ ،  
 فنلا مربع الدرجة الأولى 5 يساوي 25 ومربع الدرجة الثانية 7 يساوي 49  
 وهكذا بالنسبة لبقية درجات هذا الاختبار ، وبمجموع هذه المربعات  $\text{مجم} = 304$

ويدل العمود الأخير على حاصل ضرب الدرجات المتقابلة في الاختبارين ،  
 فنلا حاصل ضرب الدرجة الأولى في الاختبار الأول  $m$  والدرجة الأولى في  
 الاختبار الثاني  $m$  يساوي  $2 \times 5 = 10$  وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات ،  
 وبمجموع نواتج عمليات الضرب  $\text{مجم} = 227$

وعندما نعرض هذه القيم العددية في معادلة ارتباط الدرجات نرى أن

$$r = \frac{n \text{مجم} \text{مجم} - \text{مجم} \text{مجم}}{\sqrt{[n \text{مجم}^2 - (\text{مجم})^2][n \text{مجم}^2 - (\text{مجم})^2]}}$$

$$\frac{20 \times 25 - 227 \times 5}{[1600 - 254 \times 5][720 - 101 \times 5]} \sqrt{= 1.1}$$

$$\frac{1000 - 1130}{(1600 - 1770)(720 - 755)} \sqrt{=}$$

$$\frac{130}{170 \times 130} \sqrt{=}$$

$$\frac{130}{22100} \sqrt{=}$$

$$\frac{130}{148,66} =$$

$$r = 0,91 \text{ تقريباً}$$

وهذه هي نفس القيمة العددية التي حصلنا عليها بطريقة الدرجات المعمارية وطريقة الانحراف المعماري ، وطريقة الانحرافات . أى أن جميع هذه الطرق تؤدي إلى نفس النتيجة مقربة إلى رقين عشريين .

هـ - حساب الارتباط بطريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات  
تعتمد هذه الطريقة على تجميع اقتران درجات الاختيار الأول س بدرجات

الاختبار الثاني ص ، فإذا افترت الدرجة ٨ في الاختبار الأول بالدرجة ١٠ في الاختبار الثاني ثلاث مرات مثلا ، أمكننا أن نلخص هذا التكرار في الصورة التالية :

١٠	ص س
/// ٣	٨

( جدول ٩١ )  
التكرار للمزدوج للدرجات

وعندما تجمع درجات كل اختبار من الاختبارين السابقين في فئات تكرارية ، فإننا نحصل بذلك على التكرار للمزدوج لفئات الدرجات ، والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

١٣-١١	١٠-٨	ص س
/// ٢	//// ٤	٤-٢
/// ٣	 ١	٧-٥

( جدول ٩٢ )  
التكرار للمزدوج لفئات  
درجات جدول ٩١

ص	س	ص	س
١٣	٧	٨	٢
٨	٦	١٠	٤
٩	٣	٩	٣
١٢	٤	١١	٥
١١	٢	١٢	٦

( جدول ٩٣ )  
مبدا لافتران درجات الاختبار الأول س  
بدرجات الاختبار الثاني ص

١٠. أي أن افتراض الدرجة الأولى ٢ في الاختبار الأول من الدرجة الأولى ٨ في الاختبار الثاني من يقع في الخلية التكرارية لفئات الاختبارين التي تحدد أفقياً بالفئة ٢ - ٤ للاختبار الأول من وتحدد رأسياً بالفئة ٨ - ١٠ للاختبار الثاني من ؛ كما يدل على ذلك جدول ٩٣ وهكذا بالنسبة لبقية درجات الاختبارين .

وساستعين بفكرة التكرار المزدوج لفئات الدرجات في حساب معامل الارتباط بطريقة سريعة موجزة ؛ والمثال التالي يوضح هذا الطريقة .

٩	١٣	١١	١٣	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١٠	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١
١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١	١١

(جدول ٩٤)

المقرن درجات الاختبار الأول من بدرجات الاختبار الثاني من

ويعدل جدول ٩٤ على اقتران درجات الاختبار الأول من بدرجات الاختبار الثاني من . وقد حسب التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبار الأول المقترنة بفئات درجات الاختبار الثاني في جدول ٩٥ .



ويبدل السطر الأفقي الأول بهذا الجدول على فئات درجات الاختبار الثاني ص حيث تمتد الفئة الأولى من ٨ إلى ٩ وتمتد الفئة الثانية من ١٠ إلى ١١ وتمتد الفئة الثالثة من ١٢ إلى ١٣ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر التي تنتهي عند الفئة ٢٤-٢٥ .

وتدل الخلايا الداخلية لهذا الجدول على التكرار المزدوج لفئات درجات الاختبارين ، فالخلية الداخلية الأولى التي تمحدد أفقياً بالفئة ٣-٤ وتمحدد رأسياً بالفئة ٨-٩ تشتمل على تكرار يساوي ٢ ، والخلية الداخلية التي تمحدد أفقياً بالفئة ٣-٤ ورأسياً بالفئة ١٠-١١ تشتمل على تكرار يساوي ١ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا التكرار المزدوج لهذا الجدول .

ويبدل السطر الأفقي الأول ت الذي يقع في نهاية الخلايا التكرارية للجدول السابق على تكرار فئات درجات الاختبار ص . فتكرار الفئة الأولى لدرجات الاختبار الثاني ص التي تمتد من ٨ إلى ٩ يساوي ٢ في الفئة الأولى لدرجات الاختبار الأول ص التي تمتد من ٣ إلى ٤ ، ويساوي ٢ في الفئة الثانية لدرجات الاختبار الأول ص التي تمتد من ٥ إلى ٦ أي أن مجموع هذا التكرار يساوي ٤ . ولذا كتبنا ٤ في الخلية الأولى للسطر الأفقي الأول وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر .

ويبدل السطر الأفقي الثاني ص على تدريج فرضي جديد لدرجات الاختبار التالي بحيث تبدأ بـ ١ وتندرج إلى ٢ ثم إلى ٣ وهكذا خطوة خطوة حتى تنتهي إلى ٩ في آخر هذا السطر . وهذا التغير لا يؤثر على القيمة العددية لمعامل الارتباط لأن المعادلة العامة للارتباط تصلح بصورتها السابقة للدرجات الخام كما تصلح أيضاً لانحرافات هذه الدرجات عن المتوسط أو عن بدء الفئة الأولى ، وستدرس هذه الفكرة بالتفصيل في تحليلنا للخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط .

وسنستعمل بهذا التدرج الفرضي الجديد لتبسيط العمليات الإحصائية لحساب معامل الارتباط .

وبدل السطر الأفقي الثالث ت ص على حاصل ضرب كل تكرار في الدرجة الفرضية التي تقابله ، فمثلا .

$$\begin{array}{lll} \text{ت} = 4 , & \text{ص} = 1 , & \text{ت} \cdot \text{ص} = 4 = 1 \times 4 \\ \text{ت} = 4 , & \text{ص} = 2 , & \text{ت} \cdot \text{ص} = 8 = 2 \times 4 \\ \text{ت} = 7 , & \text{ص} = 3 , & \text{ت} \cdot \text{ص} = 21 = 3 \times 7 \end{array}$$

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر

وبدل السطر الأفقي الرابع ت ص<sup>٢</sup> على حاصل ضرب كل خلية من خلايا السطر ت ص في الخلية التي تقابلها في السطر السابق لها ص ، فمثلا .

$$\begin{array}{lll} \text{ت} \cdot \text{ص} = 4 , & \text{ص} = 1 , & \text{ت} \cdot \text{ص}^2 = 4 = 1 \times 4 \\ \text{ت} \cdot \text{ص} = 8 , & \text{ص} = 2 , & \text{ت} \cdot \text{ص}^2 = 16 = 2 \times 8 \\ \text{ت} \cdot \text{ص} = 21 , & \text{ص} = 3 , & \text{ت} \cdot \text{ص}^2 = 63 = 3 \times 21 \end{array}$$

وبدل السطر الأفقي الخامس ج ص على حاصل ضرب كل تكرار فئة من فئات الاختبار الأول في الدرجة الفرضية التي تقابل كل فئة من هذه الفئات ، كما يبينها العمود الرأسي الثاني الذي رمزنا له بالرمز ص ، أي أن

تكرار الفئة ٣-٤ يساوي ٢ ، ودرجةها الفرضية تساوي ١ ( كما يدل على ذلك العمود ص ،

$$\text{ت} \cdot \text{ص} = 2 = 1 \times 2$$



تكرار الفئة ٥ - ٦ يساوي ٢ ، ودرجتها الفرضية تساوي ٢ كما يدل على ذلك العمود من .

$$\therefore \text{حاصل ضرب} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{المجموع يساوي } 2 + 4 = 6$$

ولذا رصدنا ٦ في الخانة الأولى للسطر الأفقي الخامس بحس ، وهكذا بالنسبة ، لبقية خلايا هذا السطر .

ويدل السطر الأفقي الأخير بحس ص على حاصل ضرب كل خلية من خلايا السطر الأفقي بحس في الخلية التي تقابلها في السطر الأفقي ص ، أى أن .

$$\text{بحس } 6 = 1 \text{ ، ص } = 1 \therefore \text{بحس ص} = 1 \times 6 = 6$$

$$\text{بحس } 9 = 2 \text{ ، ص } = 2 \therefore \text{بحس ص} = 2 \times 9 = 18$$

$$\text{بحس } 21 = 3 \text{ ، ص } = 3 \therefore \text{بحس ص} = 3 \times 21 = 63$$

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا السطر .

ويمكن أن نستطرد في تحليلنا لهذا الجدول لنوضح طريقة حساب الأعمدة الرأسية ت، س، ت، س إلى أن ينتهي بنا التحليل عند بحس ص كما سبق أن بينا ذلك بالنسبة للأسطر الأفقية ت، ص، ت، ص حتى انتهى بنا التحليل إلى بحس ص ، وتدل الأسهم المبينة في الجزء الأسفل لهذا الجدول على طريقة مراجعة العمليات الإحصائية المختلفة وهكذا نستطيع الآن أن نحسب عوامل ارتباط درجات الاختيار من بدرجات الاختيار ص ، وذلك بالاستعانة بالقيم العددية التالية

$$١٣١٧ = \text{مجموع } x^2$$

$$٢٣٥ = \text{مجموع } y$$

$$١٤١٨ = \text{مجموع } x$$

$$٢٤٤ = \text{مجموع } y^2$$

$$١٣٥٤ = \text{مجموع } xy$$

$$٥٠ = n$$

للتعويض في المعادلة العامة لحساب معامل الارتباط

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$= \frac{٢٤٤ \times ٢٣٥ - ١٣٥٤ \times ٥٠}{\sqrt{[٢(٢٤٤) - ١٤١٨ \times ٥٠][٢(٢٣٥) - ١٣١٧ \times ٥٠]}}$$

$$= \frac{١٠٣٦٠}{\sqrt{١١٣٦٤ - ١٠٦٢٥}}$$

$$= \frac{١٠٣٦٠}{١٠٩٨٨,٢٨٨٦}$$

$$= ٠,٩٤٢٨$$

$$\therefore r = ٠,٩٤ \text{ تقريباً}$$

ويمكن أن نكتب معامل ارتباط درجات الاختيارين السابقين بالطريقة العامة دون أن نحسب التكرار المزدوج لفئات الدرجات لنذكر من ذلك الفرق بين الطريقتين وأثر كل طريقة على القيمة العددية لمعامل الارتباط .

وساستعين بالقيم العددية التالية التي حصلت مباشرة من الدرجات الخام للاختبارين لحساب هذا المعامل ،

$$٦٦٧٧ = \text{مجم ص}^2$$

$$٥٤١ = \text{مجم ص}$$

$$١٤١٩٦ = \text{مجم ص}^2$$

$$٨١٦ = \text{مجم ص}$$

$$٩٦٣٢ = \text{مجم ص}$$

$$٥٠ = \text{ن}$$

من المعادلة التالية :

$$\frac{\text{مجم ص} \times \text{مجم ص} - \text{ن} \times \text{مجم ص}}{\sqrt{[\text{ن} \times (\text{مجم ص})^2 - (\text{مجم ص})^2] [\text{ن} \times (\text{مجم ص})^2 - (\text{مجم ص})^2]}}$$

$$\frac{٨١٦ \times ٥٤١ - ٩٦٣٢ \times ٥٠}{\sqrt{[٨١٦ \times ١٤١٩٦ - ٩٦٣٢ \times ٥٠] [٥٤١ \times ٥٠ - ٩٦٣٢ \times ٥٠]}}$$

$$\frac{٤٠١٤٤}{\sqrt{٤٣٩٤٤ \times ٤١١٦٩}}$$

$$\frac{٤٠١٤٤}{٤٢٥٣٤,١٤٣٤} =$$

$$٠,٩٤٣٨ =$$

$$\therefore \text{م} = ٠,٩٤ \text{ تقريباً}$$

وهكذا ندرک أن طريقة التكرار المزدوج لفتات الدرجات لا تختلف في

جوهرها عن الطريقة العامة لحساب معامل الارتباط للدرجات الحام إلا في أنها تجمع التكرار في فئات مزدوجة ليسهل على القارىء حساب حاصل ضرب الدرجات أو بمعنى آخر حساب مجموع ص بطريقة سريعة .

هذا وتاثر القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى يحسب بطريقة التكرار المزدوج ، بمدى فئات الدرجات وخاصة الرقبن العشرين الثانى والثالث وقد يقتصر هذا التأثير على الرقم العشرى الثالث كما يبدو ذلك واضحاً فى التحليل السابق الذى يقارن نتائج طريقة التكرار المزدوج بنتائج الطريقة العامة . وقد كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط بطريقة التكرار المزدوج ٠,٩٤٢٨ ، والقيمة العددية لنفس هذا المعامل بالطريقة العامة ٠,٩٤٢٨ .

هذا ولا تستخدم طريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات فى حساب معامل الارتباط إلا إذا كان عدد الأفراد يزيد على ٤ فرداً . وعندما يقل عدد الأفراد عن هذا الحد فإن القيمة العددية لهذا المعامل تتأثر إلى الحد الذى يبعدها عن القيمة الحقيقية للارتباط .

## ب - معامل الارتباط الثانى

### مقدمة

يهدف هذا الارتباط إلى قياس التغير الافتراضى القائم بين المقاييس المتتابعة والمقاييس الثنائية . ومن أمثلة ذلك ارتباط درجات أى اختبار بإجابات سؤال ما من أسئلة هذا الاختبار . وتختلف البيانات العددية التى تحصل عليها من الاختبار عن البيانات العددية التى تحصل عليها من السؤال اختلافاً يؤكد أن الأولى متتابعة متصلة يتلو بعضها بعضاً ، والثانية ثنائية فهي إما صحيحة أو خاطئة .

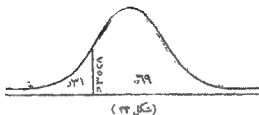
## الارتباط الثنائي<sup>(١)</sup>

وإذا فرضنا أن ثنائية الإجابة عن كل سؤال ثنائية تقريبية تلخص في جوهرها تدرجاً متتابعاً حولناه إلى تدرج ثنائي، أمكننا إحصائياً أن نستعين بطريقة الارتباط الثنائي في حساب ارتباط السؤال بالاختيار. وهذه الفكرة مقبولة إحصائياً لأن ثنائية الإجابة على السؤال ثنائية مصطنعة اصطلاح عليها المهصرون لسهولة رصد الإجابات المختلفة بطريقة موضوعية سريعة.

وتعتمد فكرة تحويل التدرج الثنائي إلى تدرج متتابع على مساحات المنحنى الاعتدالي المعياري. فإذا استطعنا أن نحسب نسبة الإجابات عن الناحية الإيجابية لهذه الثنائية أمكننا أن نحسب النسبة المكملة لها والتي تساوي نسبة الإجابات عن الناحية السلبية لهذه الثنائية. فإذا كان عدد الذين أجابوا إجابة صحيحة على السؤال الأول مثلاً يساوي ٦٩ وكان العدد الكلي للأفراد الذين حاولوا الإجابة على هذا السؤال يساوي ١٠٠ كانت نسبة الذين أجابوا إجابة صحيحة إلى المجموع الكلي للأفراد مساوية  $\frac{69}{100} = 0,69$ . وبذلك تصبح نسبة الذين أجابوا إجابة خاطئة على هذا السؤال مساوية  $1 - 0,69 = 0,31$  ويمكن أن نوضح هذه النسب توضيحاً اعتدالياً معيارياً في الشكل التالي:

---

(١) الارتباط الثنائي Biseiral Correlation



مثال يوضح فكرة علاقة نسب المقياس الثنائي  
بالمساحات الاعتدالية المعيارية

أى أن المساحة التى تبدأ من أقصى الطرف الأيسر الدنمعى الاعتدالى المعيارى وتمتد حتى تبلغ قيمتها ٠,٣٩ تدل على نسبة الضعاف فى هذا التوزيع. والمساحة التى تمتد من الحد الفاصل بين المساحتين حتى تصل إلى أقصى الطرف الأيمن للتوزيع تدل على نسبة الأقواء فى هذا التوزيع. والحد الفاصل بين النسبتين أو المساحتين هو الارتفاع الاعتدالى المعيارى الذى يساوى ٠,٣٥٢٨. وقد استعنا بجدول المساحات الاعتدالية المئين بملحق الجداول الإحصائية لنفسية (جدول ٤) لمعرفة الارتفاع المعيارى الذى يفصل النسبتين أو المساحتين، وقد دلت البيانات العددية لهذا الجدول على أن الارتفاع الاعتدالى الذى يقابل المساحة الصغرى ٠,٣٩ والمساحة الكبرى ٠,٦٩ هو ٠,٣٥٢٨ كما بينا ذلك فى شكل ٢٢.

وسلمتعين بهذه الفكرة التى تعتمد على الارتفاع الاعتدالى المعيارى الذى يحدد المساحات المعيارية أو نسب المقياس الثنائى فى حساب هذا الارتباط والجدول التالى يوضح طريقة حساب هذا الارتباط الثنائى.

درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار	درجات السؤال الأول	درجات الاختبار
•	٢١	•	٢٦	•	٢٢	١	٢٦	•	٢٧
•	٢٦	•	٢٦	•	٢٥	•	٢٣	•	٢٤
١	٢٣	•	٢٣٠	١	٢٨	•	٢٣	١	٢٠
١	٢٧	•	٢٣	•	٢٨	١	٢٩	•	٢٥
١	٢٦	١	٢٧	٢٧	•	•	٢٢	•	٢٧

( جدول ٩٦ )

الفرق درجات الاختبار بدرجات السؤال الأول

أى أن الطالب الأول الذى حصل على ٢٧ درجة في هذا الاختبار أجاب  
إجابة خاطئة على السؤال الأول وبذلك أصبحت درجته في هذا السؤال صفراً ،  
والطالب الثالث الذى حصل على ٣٠ درجة في هذا الاختبار أجاب إجابة  
صحيحة على السؤال الأول وبذلك أصبحت درجته في هذا السؤال واحداً .  
وهكذا بالمسبة لبقية الدرجات .

هذه البيانات العددية بصورتها الراهنة التى تدل على الاقتران القائم بين  
درجات الاختبار وثنائية السؤال الأول لا تصلح لحساب معامل الارتباط .  
وعلىنا أن نعيد صياغتها في تنظيم جديد يصلح لهذه العملية .

وجداول ٩٧ يوضح فكرة هذا التنظيم الجديد وخطواته التهديدية ، حيث  
يدل العمود الأول على ترتيب درجات الاختبار ترتيباً تصاعدياً ، ويدل العمود  
الآخر على تكرار هذه الدرجات . ويدل العمود الثانى على تكرار اقتران  
إجابات السؤال الأول الصحيحة ، بدرجات الاختبار ، ويدل العمود الثالث  
على اقتران إجابات السؤال الأول الخاطئة بدرجات الاختبار .

وهكذا ندرك أن عدد الأفراد الذين حصلوا مثلاً على ٢٣ درجة في  
هذا الاختبار يساوى هـ أجاب منهم فرد واحد إجابة صحيحة على السؤال الأول  
وأجاب منهم أربعة أفراد إجابة خاطئة على هذا السؤال .



درجات الاختيار	تكرار صواب السؤال الأول	تكرار خطأ السؤال الأول	تكرار درجات الاختيار
٢١	٠	١	١
٢٢	٠	٢	٢
٢٣	١	٤	٥
٢٤	٠	١	١
٢٥	٠	٢	٢
٢٦	٢	٣	٥
٢٧	٣	٢	٥
٢٨	١	١	٢
٢٩	١	٠	١
٣٠	١	٠	١
عدد الأفراد	عدد الأفراد	عدد الأفراد	
٩ =	١٦ =	٢٥ =	
مجموع الدرجات	مجموع الدرجات	مجموع الدرجات	
٢٤٢ =	٣٩١ =	٦٢٣ =	
المتوسط = $\frac{٢٤٢}{٩}$	المتوسط = $\frac{٣٩١}{١٦}$	المتوسط = $\frac{٦٢٣}{٢٥}$	
٢٧ =	٢٤,٤٤ =	٢٥,٣٦ =	
النسبة = $\frac{١}{٩}$	النسبة = $\frac{١٦}{٣٥}$	الانحراف المعياري	
٠,٣٦ =	٠,٦٤ =	٢,٢٣ =	

( جدول ٩٧ )

حساب معامل الارتباط الثنائي

وتتلخص طريقة حساب معامل الارتباط الثنائي الذي يوضح علاقة درجات الاختبار بإجابات الأفراد على السؤال الأول في المعادلة التالية .

معامل الارتباط الثنائي

$$= \frac{\text{متوسط الصواب} - \text{متوسط الخطأ}}{\text{الانحراف المعياري لدرجات الاختبار}} \times \frac{\text{نسبة الصواب} \times \text{نسبة الخطأ}}{\text{الارتفاع الاعتدالي المقابل لنسبة الصواب}}$$

أي أن

$$r_{xy} = \frac{M_v - M_e}{S} \times \frac{p \times q}{N}$$

حيث يدل الرمز  $r_{xy}$  على معامل الارتباط الثنائي

والرمز  $M_v$  على متوسط الصواب الذي يساوي ٢٧

والرمز  $M_e$  على متوسط الخطأ الذي يساوي ٤٤,٤٤

والرمز  $p$  على نسبة الصواب التي تساوي ٠,٦٤

والرمز  $q$  على الانحراف المعياري لدرجات الاختبار الذي يساوي ٢,٣٣

والرمز  $N$  على الارتفاع الاعتدالي المقابل لنسبة الصواب ٠,٣٦ وهو يساوي ٠,٣٧٤٩

وعندما نعوض عن قيم هذه الرموز من البيانات العددية التي حسبناها في جدول ٩٧ نصل إلى أن

$$\frac{0,94 \times 0,36}{0,3741} \times \frac{24,4 - 27}{2,23} = \text{من}$$

$$\frac{0,2304}{0,3741} \times \frac{2,06}{2,23} =$$

$$\frac{0,0898}{0,8717} =$$

$$\text{من} = 0,61 \text{ تقريباً}$$

### الارتباط الثنائي الأصيل<sup>(١)</sup>

إذا فرضنا أن ثنائية الإجابة على كل سؤال من أسئلة الاختبار ثنائية أصيلة لم تنشأ من تدرج متتابع متصل، فإن علينا أن نستعين في حساب الارتباط القائم بين درجات الاختبار ودرجات أى سؤال من أسئلته بطريقة الارتباط الثنائي الأصيل. ولا تعتمد هذه الطريقة على ارتفاعات المنحني اعتدالي، بل تقوم في جوهرها على نسب الإجابات الصحيحة والخاطئة في المقياس الثنائي الأصيل.

وتتلخص طريقة حساب هذا الارتباط في المعادلة التالية

$$\overline{b} \times \sqrt{c} \times \frac{-1^2 - 1^2}{c} = \text{من}$$

حيث يدل الرمز من على معامل الارتباط الثنائي الأصيل.

وتدل بقية رموز هذه المعادلة على ما دلت عليه رموز المعادلة السابقة.

---

(١) الارتباط الثنائي الأصيل Point Biserial Correlation

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معامل الارتباط الثنائي الاصيل القائم بين درجات الاختبار السابق وسؤاله الأول كما هو مبين بمجدول ٩٧

$$\therefore 1 م = 27 \quad 1 = 0,36$$

$$2 م = 24,44 \quad 2 = 0,64$$

$$3 م = 2,23$$

$$\therefore \text{مرت} = \frac{24,44 - 27}{2,23} \times \sqrt{0,36 \times 0,64}$$

$$= \frac{2,06}{2,23} \times \sqrt{0,2304}$$

$$= 1,0987 \times 0,48$$

$$\therefore \text{مرت} = 0,53 \text{ تقريباً}$$

وبما أن العمليات الإحصائية لحساب معاملات الارتباط الثنائي تعتمد على النسب العشرية الصغرى والكبرى، لذلك حسبنا النتائج المختلفة لحاصل ضرب تلك النسب والجزء التريسي لحاصل ضربها، ولخارج عملية قسمتها على الارتفاع الاعتيادي المعياري في ملحق الجدول الإحصائية النفسية جدول (١٠) حتى يستعين بها القارئ في حساب هذه المعاملات بطريقة سريعة، فثلايدل هذا الجدول على أنه عندما تصبح 1 مساوية لـ 0,36، تصبح قيمة  $\sqrt{1 - 0,36}$  مساوية 0,48، وتصبح قيمة  $\frac{1}{2}$  مساوية 0,6158، وهكذا تؤدي هذه الفكرة إلى اختصار العمليات الحسابية إلى حد كبير.

## ج - معامل الارتباط الثلاثي

توصل بيرت (١) C. Burr إلى صياغة المعادلة الإحصائية التي تصالح لحساب معامل ارتباط أى متغير ثلاثى التقسيم بمتغير آخر متتابع التدرج مثل ارتباط أحد أسئلة الاستفتاء بالدرجات السكّية للاستفتاء وذلك حين تتطلب الإجابة على السؤال اختيار احتمال من احتمالات ثلاثة كأن يطلب إلى الفرد أن يختار أحد الاستجابات التالية :

أوافق - لا أدرى - أرفض

أو أن ترصد الإجابات على الأسئلة بالطريقة التالية

جيد - متوسط - ضعيف

وتتناخص المعادلة التي تستخدم في حساب الارتباط الثلاثى في الصورة التالية:

$$\frac{1}{\frac{r_{12}}{r_1} + \frac{r_{13}}{r_1}} \times \frac{r_{12} - r_{13}}{c} = r_{123}$$

حيث يدل الرمز  $r_{123}$  على معامل الارتباط الثلاثى

$r_{123}$  على متوسط إجابات أفراد الثلث العلوى أيأ كان نوعه مثل أوافق ، أو جيد .

$r_{123}$  على متوسط إجابات أفراد الثلث الاخير أيأ كان نوعه مثل أرفض أو ضعيف .

---

(1) Favrege, J. M. Méthodes Statistiques en Psychologie Appliquées  
Tome Seconde 1966, P. 170

ع الانحراف المعياري لدرجات الاستفتاء أو الاختبار  
أو المقياس .

١. نسبة الذين أجابوا بالرفض أو كانت إجاباتهم ضعيفة .

٢. الارتفاع المعياري المقابل لـ ١

٣. الارتفاع المعياري المقابل لـ ٢

هذا ويجب أن نذكر أن  $١ + ٢$  أقل من الواحد الصحيح وذلك بخلاف  
العلاقة بين ١، ٢ في الارتباط الثنائي حيث كانت  $١ + ٢ = ١$

وبحسب الارتباط الثلاثي بنفس الطريقة التي حسب بها الارتباط الثنائي .  
وتستخدم نفس الجداول الإحصائية التي استخدمت في حساب الارتباط  
الثاني في حساب الارتباط الثلاثي .

### د - معاملات الارتباط الرباعي<sup>(١)</sup>

يهدف هذا الارتباط إلى قياس التغير الاقتراني القائم بين المقاييس الثنائية.  
ومن أمثلة ذلك ارتباط الاجابات عن أى سؤال في اختبار ما بإجابات أى  
سؤال آخر من أسئلة هذا الاختبار .

وتعتمد الطريقة الإحصائية لحساب هذا الارتباط الرباعي على الجداول  
الرباعي للنسب المختلفة للمقاييس الثنائية . وتحتوى خلايا هذا الجدول على  
التكرار المزدوج للاحتمالات التالية .

١ - اقتران إجابات السؤال الأول الصحيحة بإجابات السؤال  
الثاني الصحيحة .

---

(١). الارتباط الرباعي Tetrachoric Correlation

- ٢- اقتران إجابات السؤال الأول الصحيحة بإجابات السؤال الثاني الخاطئة  
٣- اقتران إجابات السؤال الأول الخاطئة بإجابات السؤال الثاني الصحيحة  
٤- اقتران إجابات السؤال الأول الخاطئة بإجابات السؤال الثاني الخاطئة  
والمثال التالي يوضح طريقة حساب الارتباط الرباعي لسؤالين من أسئلة إحدى اختبارات الذكاء (١) .

السؤال الثاني	السؤال الثالث	السؤال الثاني	السؤال الثالث	السؤال الثاني	السؤال الثالث	السؤال الثاني	السؤال الثالث	السؤال الثاني	السؤال الثالث
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
٠	٠	١	١	١	٠	٠	٠	١	٠
١	١	١	٠	١	١	١	٠	٠	١
١	٠	١	٠	١	١	١	٠	١	٠
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	١	١	١	١	١	١	١	٠
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	١	٠	١	١	١	١	١	٠
١	٠	١	١	١	١	١	٠	١	١

( جدول ٩٨ )

إجابات ٠ : طالياً على السؤال الثاني والثالث من أسئلة الاختبار المصنوفات المتماثلة للذكاء  
ويمكن أن تلخص هذا التغير الاتفاقي القائم بين ثنائية الإجابة على السؤال

(١) اختبار المصنوفات المتماثلة ٠

الثاني التي تتلخص نتيجتها في واحد أو صفر وثنائية الإجابة على السؤال الثالث التي تتلخص نتيجتها أيضاً في واحد أو صفر في الجدول الرابع التالي .

### السؤال الثاني

السؤال الثالث	١	صفر
		١٥ (ب)
صفر	٣١ (١)	٢ (د)
	٢ (ج)	

( جدول ٩٩ )

الجدول الرابع للتردد

أي أن تكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الصحيحة بإجابات السؤال الثالث الصحيحة يساوي ٣١ وتكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الصحيحة بإجابات السؤال الثالث الخاطئة يساوي ٢ وتكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الخاطئة بإجابات السؤال الثالث الصحيحة يساوي ١٥ وتكرار اقتران إجابات السؤال الثاني الخاطئة بإجابات السؤال الثالث الخاطئة يساوي ٢

وبمجموع تكرار خلايا هذا الجدول الرابع يساوي  $٣١ + ١٥ + ٢ + ٢ = ٥٠$  أي أنه يساوي عدد الأفراد .

وتتلخص طريقة حساب الارتباط الرابع بين إجابات هذين السؤالين في المعادلة التالية .

$$\text{مرب} = \left( \frac{\frac{١٨٠}{٥١} \sqrt{+ ١}}{٢} \right)$$



حيث يدل الرمز  $\rho$  على معامل الارتباط الرباعي .  
وتدل الرموز  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  على تكرار خلايا الجدول الرباعي كما  
يوضحها جدول ٩٩

$$\begin{array}{ccc} \alpha = 1 & \beta = 6 & \gamma = 10 \\ \delta = 2 & \epsilon = 6 & \zeta = 2 \end{array}$$

$$\therefore \frac{2 \times 21}{2 \times 10} = \frac{21}{10}$$

$$\text{أي أن } \frac{21}{10} = 2,1$$

$$\therefore 1,4377 = \frac{21}{10} \sqrt{\quad}$$

وعند ما نعوض قيمة  $\sqrt{\frac{21}{10}}$  في معادلة الارتباط الرباعي نرى أن :

$$\rho = \left( \frac{180}{1,4377 + 1} \right) \text{ جتا} =$$

$$= 73,8 \text{ جتا}$$

$$\therefore \rho = 0,28$$

وقد استعنا بجدول حساب المثلثات التي تبين القيمة العددية لجيب تمام  
زاوية  $73,8^\circ$  لنصل إلى  $\rho = 0,28$

هذا ويستطيع القارئ أن يحسب معامل الارتباط الرباعي مباشرة من  
القيمة العددية لـ  $\frac{21}{10}$  دون حساب الجذر التربيعي لهذه القيمة ودون إجراء

العمليات الحسابية المختلفة التي تتطلبها معادلة الارتباط الرباعي كما هو مبين  
بملحق الجداول الإحصائية النفسية في جدول (١١)

والطريقة التالية توضح فكرة هذا الجدول

بما أن  $\frac{S^2}{\sigma^2} = 2,67$  في مثالنا السابق

وعما أن هذه القيمة العددية تقع بين قيمتين من قيم جدول (١١) أو  
بمعنى آخر .

م	$\frac{S^2}{\sigma^2}$
٠,٢٧٥	٢٠,٤٨
٠,٢٨٥	٢,١٠٥

( جدول ١٠٠ )

مينة من جدول حساب معامل الارتباط الرباعي

أى أن القيمة العددية لـ  $\frac{S^2}{\sigma^2}$  التي تساوى ٢,٠٦٧ تقع بين ٢,٠٤٨ و ٢,١٠٥  
أى أن معامل الارتباط الرباعي المقابل لـ ٢,٠٦٧ أكبر من ٠,٢٧٥ وأقل من  
٠,٢٨٥ أى أنه يساوى ٠,٢٨ تقريباً وهذه هي نفس القيمة العددية لمعامل  
الارتباط الرباعي كما حسبناها بالمعادلة السابقة .

هذا وعندما تدل بيانات الجدول الرباعي للتكرار المزدوج على أن قيمة  
١ أكبر من ب فإن معامل الارتباط يصبح موجباً ، وعندما تدل هذه  
البيانات على أن قيمة ب أكبر من ١ فإن معامل الارتباط يصبح

سأبأ ، وبذلك يجب أن نحسب  $\frac{1}{10}$  بدلا من  $\frac{1}{100}$  في الحالات التالية لأن القيمة العددية لهذا الكسر يجب أن تزيد على الواحد الصحيح كما يدل على ذلك جدول ( ١١ ) المبين يملق الجداول الإحصائية النفسية . أى أننا في حسابنا لمعامل الارتباط الرابع بهذه الطريقة يجب أن نتذكر دائما أن بسط الكسر السابق أكبر دائما من مقامه .

وبما أن العملية الإحصائية لحساب الارتباط الرابع تعتمد في جوهرها على القيم العددية لخلايا الجدول الرابع ؛ إذن فنلعب أن نحسب الارتباط الرابع للحالات التي تصبح فيها إحدى خلايا الجدول الرابع مساوية للصفر أو نقل قيمتها العددية إلى الحد الذي تصبح فيه نسبة تكرارها إلى التكرار الكلى أقل من ٠.٠٥ ، والجدول التالى يوضح طريقة حساب تلك النسب التكرارية لجدول ٩٩ في مثالنا السابق .

النسبة = $\frac{1}{100} = ٠.٠١$	$\frac{46}{100} = ٤٦\%$	$\frac{15}{100} = ١٥\%$	$\frac{31}{100} = ٣١\%$
النسبة = $\frac{1}{100} = ٠.٠١$	$\frac{4}{100} = ٤\%$	$\frac{3}{100} = ٣\%$	$\frac{2}{100} = ٢\%$
المراجعة = ٠	$\frac{50}{100} = ٥٠\%$	$\frac{17}{100} = ١٧\%$	$\frac{23}{100} = ٢٣\%$
النسبة = $\frac{1}{100} = ٠.٠١$	المراجعة = ٠	النسبة = $\frac{1}{100} = ٠.٠١$	النسبة = $\frac{1}{100} = ٠.٠١$

( جدول ١٠١ )

طريقة حساب النسب التكرارية لخلايا الجدول الرابع

وهكذا نرى أن أقل نسبة تكرارية لهذا الجدول تساوى ٠.٠٨ أى أنها أكبر من ٠.٠٥ ، ولذا حسبنا معامل الارتباط الرابع لمثالنا السابق .

هذا ونستطيع أن نستعين بفكرة الارتباط الرابع لحساب معامل

الارتباط التتابعى بطريقة سريعة وذلك بقسمة درجات المقاييس المتتابعة قسمة ثنائية بحيث تصبح قيمة كل درجة من الدرجات التى تقل عن القيمة العددية لوسيط التوزيع التكرارى للدرجات مساوية للصفر ، وقيمة كل درجة من الدرجات التى تزيد عن القيمة العددية لوسيط التوزيع التكرارى للدرجات مساوية للواحد الصحيح ، وبذلك نحول المقاييس المتتابعة إلى مقاييس ثنائية ثم نحسب من هذه الثنائية خلايا التكرار المزدوج للجدول الرباعى ومنها نحسب معامل الارتباط الرباعى .

### هـ - معامل الاقتران الرباعى

اقترح يول Yule معاملًا للاقتران الرباعى (١) وهو بالرغم من أنه لا يرقى لدقة معاملات الارتباط المألوفة إلا أنه يصلح لحساب الاقتران الرباعى وخاصة فى الحالات التى لا يصلح لها معامل الارتباط الرباعى .

وتتلخص معادلة الاقتران الرباعى فى الصورة التالية :

$$س = \frac{1 - b - c}{1 + b + c}$$

حيث بدل الرمز س على معامل الاقتران الرباعى

وبدل الرموز ١ ، ب ، ج ، د على خانات الجدول الرباعى للتكرار المزدوج كما سبق أن بيناها فى الجدول رقم ٩٩ حيث كانت

$$1 = 31 , 2 = 15 , 3 = 2 , 4 = 2$$

(١) Coefficient of association معامل الاقتران الرباعى

$$\frac{2 \times 10 - 2 \times 31}{2 \times 10 + 2 \times 31} = 0.07$$

$$\frac{30 - 62}{30 + 62} =$$

$$\frac{32}{92} =$$

$$0.34 =$$

$$0.91 \approx \text{تقريباً}$$

ومنه تكاد تكون هي القيمة التي حسبناها باستخدام معادلة الارتباط الرباعي التي دلت على أن :

$$0.28 = r$$

$$0.3 \approx \text{تقريباً}$$

وهكذا نرى أهمية معامل الاقتران الرباعي في حساب الارتباط وخاصة في الحالات التي يصعب فيها استخدام معامل الارتباط الرباعي وذلك عندما تقل النسبة التكرارية لأية خلية رباعية عن ٥.

## ٥-٦. معامل ارتباط الرتب

يهدف هذا الارتباط إلى قياس التغير الاقتراني القائم بين ترتيب الأفراد بالنسبة لصفة ، وترتيبهم بالنسبة لصفة أخرى .

وتعتمد الطريقة الإحصائية لحساب هذا الارتباط على مربعات فروق

ترتيب كلا المقياسين (١) وخير ما تصلح له هذه الطريقة هو حساب الارتباط لعينة من الأفراد لا يزيد عددها على ٥٠ فرداً وعندما يزيد عدد الأفراد عن هذا الحد فإن العمليات الحسابية تصبح شاقة عسيرة وخاصة عندما تتداخل الترتيب في كسور مختلفة .

والمثال التالي يوضح طريقة حساب هذا الارتباط .

ترتيب الأفراد في الذكاء	ترتيب الأفراد في الحساب	الفرق ق	مربع الفرق ق <sup>٢</sup>
١	٣	٢ -	٤
٢	١	١ +	١
٣	٢	١ +	١
٤	٥	١ -	١
٥	٤	١ +	١
			مجموع ٨ -

( جدول ١٢ )

حساب معامل ارتباط الترتيب

وتتلخص أهم العمليات الإحصائية لحساب معامل ارتباط الترتيب في الخطوات التالية :

١ - يرصد ترتيب الأفراد في الاختبار الأول كما يدل على ذلك العمود الأول في جدول ١٠٢

(١) ارتباط فروق الترتيب لسبيرمان .

Spearman's Rank - Difference Correlation.

٢ - يرصد ترتيب الأفراد في الاختبار الثاني كما يدل على ذلك العمود الثاني في الجدول السابق .

٣ - يحسب فرق الترتيب في الاختبارين وذلك بطرح ترتيب كل فرد في الاختبار الثاني من ترتيبه في الاختبار الأول . فمثلا ترتيب الفرد الأول في الاختبار الأول يساوي ١ وترتيب نفس هذا الفرد في الاختبار الثاني يساوي ٣ وبذلك يصبح الفرق مساوياً ١ - ٣ = -٢ كما يدل على ذلك العمود الأول بالعمود الثالث من الجدول السابق .

٤ - تربيع هذه الفروق وترصد قيمتها العددية في العمود الرابع .  
ثم نجمع هذه المربعات كما هو مبين في نهاية هذا العمود ، أي أن  $\sum d^2 = ٨$

٥ - بحسب ارتباط الرتب بمعادلة سبيرمان C. Spearman التالية

$$r_{\text{مرت}} = 1 - \frac{\sum d^2}{(n-1) \cdot n}$$

حيث يدل الرمز  $r_{\text{مرت}}$  على معامل ارتباط الرتب .

ويدل الرمز  $\sum d^2$  على مجموع مربعات فروق الرتب .

ويدل الرمز  $n$  على عدد الأفراد .

وبما أن  $\sum d^2 = ٨$  ،  $n = ٦$  ،  $n = ٥$

$$r_{\text{مرت}} = 1 - \frac{٨ \times ٦}{(١ - ٢٥) \cdot ٥}$$

$$= 1 - \frac{٨ \times ٦}{٢٤ \times ٥}$$

$$= 1 - \frac{٢}{٣}$$

$$= \frac{١}{٣}$$

$$r_{\text{مرت}} = ٠.٦٦$$

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب قيمة  $\frac{1}{(1-2d)^6}$  مباشرة من جدول (١٢) المبين بملحق الجداول الإحصائية الذى يدل على القيمة العشرية لهذا الكسر بالنسبة لقيم  $d$  التى تبدأ بـ ٥ وتنتهى إلى ٦٤ .  
وبما أن  $d$  فى مثالنا الراهن تساوى ٥

$$\text{إذن } \frac{1}{(1-2d)^6} = 0.05 \text{ كما يدل على ذلك جدول (١٢)}$$

$$0.05 \times 8 - 1 = 0.4$$

$$0.40 - 1 =$$

$$0.6 = \text{مات } 0.6$$

وهذه هى نفس القيمة العددية لمعامل ارتباط الرتب الذى حصلنا عليه قبل ذلك .

## أهم الخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط

تتلخص أهم الخواص الإحصائية لمعاملات الارتباط فى النواحي التالية :

### ١ - حدود الارتباط

يصل الارتباط إلى نهايته العظمى عندما ما يقترب تغير درجات الظاهرة الأولى اقترافاً تاماً بتغير درجات الظاهرة الثانية وهذا الارتباط التام قد يكون موجباً أو سالباً . ومن أمثلة الارتباط التام الموجب اقتران زيادة درجات الظاهرة الأولى بزيادة درجات الظاهرة الثانية بحيث يظل ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الظاهرتين ثابتاً لا يتغير . والأمثلة المدددة التالية توضح هذه الفكرة



الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثاني
أ	١	١
ب	٢	٤
ج	٣	٥
د	٤	٧
هـ	٥	٩
$1 + 5 = 6$		

جدول ١٠٤

مثال عددي آخر لمعامل ارتباط موجب تام

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثاني
أ	١	١
ب	٢	٢
ج	٣	٣
د	٤	٤
هـ	٥	٥
$1 + 5 = 6$		

جدول ١٠٣

مثال عددي لمعامل ارتباط موجب تام

هذا ويستطيع القارئ أن يتحقق إحصائياً من صحة هذه الفكرة بحساب معامل الارتباط لدرجات جدول ١٠٣ ، وبحساب معامل ارتباط جدول ١٠٤

ومن أمثلة الارتباط التام السالب اقتران زيادة درجات الظاهرة الأولى بنقصان درجات الظاهرة الثانية بحيث تعكس درجات المقياس الثاني ترتيب درجات المقياس الأول للأفراد .

والأمثلة العددية التالية توضح هذه الفكرة .

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثاني
أ	١	٩
ب	٢	٧
ج	٣	٥
د	٤	٤
هـ	٥	١
١ - ١		

(جدول ١٠٦)

مثال عددي آخر لمعامل ارتباط سالب تام

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثاني
أ	١	٥
ب	٢	٤
ج	٣	٣
د	٤	٢
هـ	٥	١
١ - ١		

(جدول ١٠٥)

مثال عددي لمعامل ارتباط سالب تام

وهكذا تمت الحدود الحقيقة لمدى تغير الارتباط من  $-1$  إلى  $+1$  أى من الارتباط الموجب التام إلى الارتباط السالب التام . هذا وقد قصر القيمة العددية للارتباط إلى الصفر عندما يتلاشى التغير الإقترافى لدرجات المقاييس .

### ب - زيادة أو نقصان الدرجات بكمية ثابتة

لا يتأثر معامل الارتباط بزيادة أو نقصان درجات الاختبارات بكمية ثابتة . فإذا أضفنا عدداً ثابتاً مثل ٥ إلى جميع درجات أى اختبار فإن هذه الإضافة لا تؤثر في ترتيب الأفراد بالنسبة لدرجات الاختبار ويبقى التغير الإقترافى قائماً بين الاختبارين كما هو ولا يتأثر بهذه الإضافة . وكذلك إذا طرحنا عدداً ثابتاً مثل ٦ من جميع درجات أى اختبار فإن هذا النقصان لا يؤثر في الترتيب .

هذا ويمكن أن نستعين بهذه الفكرة في تبسيط العمليات الحسابية وذلك بطرح عدد ثابت من درجات الاختبارات التى نحسب معاملات ارتباطها ، والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الأفراد	١ -	ص - ٢٤
١	١	
ب	٢	
ج	٤	
د	٧	
هـ	٩	
$\sum = ٨$		

( جدول ١٠٨ )

معامل ارتباط المدرجات بعد طرح ١ من درجات الاختبار الأول وطرح ٥ من درجات الاختبار الثاني يساوى ٨ - أيضاً

الأفراد	الاختبار الأول	الاختبار الثاني
١	س	ص
١	٢	٢٥
ب	٣	٢٧
ج	٥	٢٦
د	٨	٢٩
هـ	١٠	٢٨
$\sum = ٨$		

( جدول ١٠٩ )

معامل ارتباط المدرجات الأصلية يساوى ٨ -

أى أن معامل الارتباط لم يتغير بطرح واحد صحيح من كل درجة من درجات الاختبار الأول ٥ وبطرح ٤ من كل درجة من درجات الاختبار الثاني ص .

### ج - متوسطات معاملات الارتباط

يميل التوزيع التكرارى لمعاملات الارتباط إلى الالتواء ، وخاصة عندما تزداد القيم العددية لتلك المعاملات . ولذلك يقترب التوزيع التكرارى لمعاملات الارتباط من التوزيع الاعتيادى كلما اقتربت القيم العددية للارتباطات من الصفر ؛ ويلتوى التواء شديداً كلما اقتربت الارتباطات من الواحد الصحيح . وبذلك يقترب التوزيع التكرارى لمعاملات الارتباط من التوزيع الاعتيادى كلما اقتربت القيم العددية لتلك الارتباطات من الصفر ؛ ويلتوى التواء شديداً كلما اقتربت الارتباطات من الواحد الصحيح .

وقد لجأ فيشر R. A. Fisher إلى تحويل القيم العددية لتلك المعاملات إلى صورة رياضية جديدة تقيم عوج ذلك التوزيع وتصلح من التوائه وتحو به نحو التوزيع الاعتيادي وتتلخص طريقة فيشر في تحويل معاملات الارتباط إلى معاملات لوغاريتمية تمتد في توزيعها التكرارى . والمعادلة التالية توضح فكرة هذا التحويل .

$$r = \frac{1}{2} [\log (r+1) - \log (r-1)]$$

$$r = 0.2 \times 2.3026 [\log (r+1) - \log (r-1)]$$

حيث يدل الرمز  $r$  على المعامل اللوغاريتمى للارتباط

ويدل الرمز  $r$  على معامل الارتباط

ويدل الرمز  $\log$  على اللوغاريتم الطبيعي

ويدل الرمز  $\log$  على اللوغاريتم الذى أساسه ١٠

هذا وعندما تقل قيمة  $r$  عن ٠.٢٥ ، فإنها تسارى  $r$  ولذلك لا تحسب تلك القيم اللوغاريتمية إلا إذا زادت القيمة العددية لـ  $r$  على ٠.٢٥ .

ول هذه الفكرة أهميتها الإحصائية فى حساب متوسطات معاملات الارتباط وذلك لأن الالتواء الشديد للتوزيع التكرارى يؤثر على صحة متوسط التوزيع . ولذا تحول معاملات الارتباط  $r$  إلى مقابلاتها اللوغاريتمية من ثم يحسب متوسط القيم العددية لـ  $r$  ثم يحول هذا المتوسط إلى صورته الأصلية  $r$  .

وبما أن عملية تحويل  $r$  إلى  $r$  تستغرق وقتاً وجهداً كبيراً كما تدل على ذلك المعادلة السابقة ، لذلك رصدت المقابلات اللوغاريتمية من الارتباط  $r$  فى جدول ١٣ المبين بملحق الجداول الإحصائية للنفسية .

والمثال التالي يوضح طريقة حساب متوسط معاملات الارتباط بطريقة المقابلات اللوغاريتمية. ومقارنة نتائج هذه الطريقة بنتائج حساب المتوسط مباشرة دون أى تحويل.

معاملات الارتباط م	المقابلات اللوغاريتمية ن
٠,٧٥	٠,٩٧
٠,٧٨	١,٠٥
٠,٨٣	١,١٩
٠,٩٤	١,٧٤
٠,٩٥	١,٨٣
مجموع م = ٤,٢٥	مجموع ن = ٦,٧٨
م = ٠,٨٥	م = ١,٣٥٦
م = ٠,٨٨	م = ٠,٨٨

( جدول ١٠٩ )

حساب متوسط معاملات الارتباط بطريقة المقابلات اللوغاريتمية

ويبدل العمود الثاني من هذا الجدول على المقابلات اللوغاريتمية لكل معامل من معاملات العمود الأول. فمثلا المقابل اللوغاريتمى لمعامل الارتباط م

الذى يساوى ٠,٧٥ هو ٠,٩٧ . كما يدل على ذلك جدول (١٣) المبين بملحق الجدول الإحصائية النفسية . وهكذا بالنسبة لبقية معاملات هذا الجدول .

وقد حسب متوسط معاملات العمود الأول فظهر أنه يساوى ٠,٨٥ ؛ وحسب متوسط المقابلات الوضائية فظهر أنه يساوى ١,٣٥٦ ثم حول هذا المتوسط إلى مقابلة الارتباط فظهر أنه يساوى ٠,٨٨ . كما يدل على ذلك جدول ١٠٩ .

وهكذا ندرك أن الفرق بين المتوسطين في مثالنا هذا يساوى

$$٠,٨٨ - ٠,٨٥ = ٠,٠٣$$

## تمارين على الفصل الثامن

أذكر الأنواع المختلفة للتنفيذ الاقتراني وبين علاقة كل نوع من هذه الأنواع بالقياس العقلي

٢ - لحسب معامل الارتباط التتابعي للدرجات التالية بالطريقة العامة .

ص	٣٥	٤٥	٥٥	٦٥	٧٥	٨٥	٩٥	١٠٥
ص	٥٠	٩٧	١١٧	١٣٧	١٥٨	١٦٨	١٧٠	٢٧٠

٣ - لحسب معامل الارتباط التتابعي للدرجات التالية بطريقة التكرار المزدوج لفئات الدرجات .

ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
٦٧	٦٢	٧٧	٧٢	٨١	٦٨	٨٤	٨٨	٨٨	٨٧	٩١	٩٤
٧٠	٦٣	٨٧	٧٩	٨١	٧٠	٨٤	٧٥	٨٨	٨٥	٩٢	٧٦
٧١	٦٠	٨٧	٦٦	٨٢	٧٠	٨٥	٨٩	٨٨	٨٣	٩٣	٨٢
٧٢	٦٦	٧٩	٦٩	٨٢	٧٧	٨٥	٨٤	٨٨	٧٩	٩٣	٧٨
٧٣	٧٤	٧٩	٧٣	٨٣	٦٩	٨٥	٦٩	٨٩	٧٤	٩٣	٨٤
٧٥	٧٤	٨٠	٨٨	٨٣	٧٣	٩٦	٧٠	٨٩	٧٩	٩٤	٧٤
٧٥	٨٣	٨٠	٦٧	٨٣	٨٤	٧٦	٧٣	٨٩	٨٢	٩٤	٧٥
٧٦	٨٧	٨٠	٧٦	٨٤	٨٠	٨٦	٧٦	٨٩	٨٤	٩٤	٨١
٧٦	٦٢	٨٠	٧٥	٨٤	٧٦	٨٧	٧٨	٩٠	٧٣	٩٦	٨٨
٧٧	٦٨	١٨	٨٤	٨٤	٧٤	٨٧	٨٢	٩٠	٧٦	٩٨	٩٣

٤ - إحصاء معامل الارتباط الثنائي للدرجات التالية:

الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال	الاختبار	السؤال
٢٨	١	٢٧	١	٢٣	٠	٢٧	٠	٢٢	٠
٢٥	١	٢٤	٠	٢٦	٠	٢٧	١	٢٧	١
٣١	٠	٢٤	٠	٢٩	١	٢٤	٠	٢٤	١
٢٦	١	٣٠	١	٢٩	١	٢٤	٠	٢٨	١
٢٨	٠	٢٣	٠	٢٨	١	٢٧	١	٢٧	١

٥ - إحصاء معامل الارتباط الثنائي للأصناف للدرجات الثماني السابق.

٦ - إحصاء معامل الارتباط الرباعي للدرجات التي بينها مثال ٣، وذلك بتحويل هذه الدرجات إلى تدرج ثنائي التقسيم ككل اختبار من اختبارات هذا المثال .

٧ - إحصاء معامل ارتباط الرتب للدرجات المثال الثاني .

٨ - وضع أهم الخصائص الإحصائية لمعاملات الارتباط وبين إلى أي حد تعتمد على هذه الخصائص في تبسيط العمليات الحسابية ؛ وفي حساب متوسط معاملات الارتباط .



## الفصل التاسع

# الارتباط الجزئى والانحدار والاغتراب

### مقدمة

تعتمد معاملات الارتباط الجزئى (١) ومعادلات الانحدار الإحصائى (٢) ومعاملات الاغتراب (٣) اعتماداً مباشراً على معاملات الارتباط التى سبق أن بيناها فى الفصل السابق من هذا الكتاب . فهى بهذا المعنى تطبيقات إحصائية لهذا الارتباط .

ويهدف الارتباط الجزئى إلى تثبيت أثر العوامل المختلفة وذلك بعزلها عن إحصائياتها ليستطيع الباحث أن يتحكم فى المتغيرات المختلفة التى يقوم ببحثها وأن يضبطها ضبطاً رياضياً دقيقاً .

ويهدف الانحدار إلى الإفادة من معاملات الارتباط فى التنبؤ الإحصائى الذى يتلخص فى الكشف عن درجات متغير ما بمعرفة الدرجات المقابلة لها فى أى متغير آخر . وبذلك نستطيع أن نتنبأ بالأعمار الزمنية المقابلة لدرجات الاختبارات المختلفة فى حسابنا لمعايير العمر الزمنى بطريقة رياضية أدق من الطريقة التى اعتمدنا عليها فى الفصل الخامس من هذا الكتاب فى تحويلنا للدرجات المختلفة إلى الأعمار العقلية المقابلة .

Partial Correlation  
Regression equation  
Alienation

١ - الارتباط الجزئى  
٢ - معادلات الانحدار  
٣ - الاغتراب

ويهدف الاغتراب إلى قياس مدى ابتعاد الظواهر العددية في تغيرها  
الاقتزائي ، فهو بذلك يقيس انعدام هذا التغير الاقتزائي .

## ١ - الارتباط الجزئي

### معنى الارتباط الجزئي

تقوم فكرة الارتباط الجزئي على تعميم معنى الارتباط حتى يشمل على  
حساب التغير الاقتزائي لأكثر من ظاهرتين أو اختيارين فإذا علمنا مايلي : -

ارتباط الاختيار ١ بالاختيار ب

وارتباط الاختيار ١ بالاختيار ح

وارتباط الاختيار ب بالاختيار ح

أمكننا أن نحسب ارتباط أي اختيارين من هذه الاختيارات بعد عزل  
أثر الاختيار الثالث عزلا يحول دون تأثيره في ذلك الارتباط . ويمكن  
أن نلخص الاحتمالات المختلفة لعزل أثر كل اختبار من هذه الاختيارات  
في الاحتمالات التالية : -

١ - ارتباط الاختيار ١ بالاختيار ب بعد عزل أثر الاختيار الثالث ح  
من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز  $\beta_1$  . ح

٢ - ارتباط الاختيار ١ بالاختيار ح بعد عزل أثر الاختيار الثالث ب  
من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز  $\beta_1$  . ح

٣ - ارتباط الاختيار ب بالاختيار ح بعد عزل أثر الاختيار الثالث ١  
من هذا الارتباط .

وسنرمز لهذا الاحتمال بالرمز  $\beta_1$  . ح

وقد سمي هذا النوع بالارتباط الجزئي لأنه يقوم على عزل جزء من العوامل المؤثرة في الارتباط السكلي بين المتغيرين أو الاختبارين ، وبذلك تدل نتيجة هذه العملية على الارتباط الجزئي بدل أن كانت تدل على الارتباط السكلي .

فإذا كان الارتباط بين أطوال الأفراد وأوزانهم مثلاً ٨٤ ، ثم عزلنا أثر العمر الزماني وذلك بحساب ارتباط الطول بالعمر ، والوزن بالعمر ثم عزلنا أثر العمر بطريقة الارتباط الجزئي ودلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن أصبح مساوياً ٦٧ ، استنتجنا من ذلك أن العمر كان عاملاً مساعداً في ارتباط الطول بالوزن لأن القيمة العددية لهذا الارتباط انخفضت بعد عزل أثر العمر .

وإذا دلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن أصبح مساوياً ٩١ ، استنتجنا من ذلك أن العمر كان عاملاً مضاداً في ارتباط الطول بالوزن لأن القيمة العددية لهذا الارتباط ارتفعت بعد عزل أثر العمر .

وإذا دلت نتيجة هذه العملية على أن ارتباط الطول بالوزن لم يتغير بعد عزل أثر العمر وظل الارتباط كما هو ٨٤ ، كما كان قبل عزل أثر العمر ، استنتجنا من ذلك أن العمر لم يؤثر تأثيراً مساعداً أو ضاراً في ارتباط الطول بالوزن .

ونستطيع أن نستمر في عزل العوامل المختلفة واحداً تلو الآخر لنرى آثار هذا العزل على القيم العددية لمعاملات الارتباط . ونستطيع أيضاً أن نعزل أثر عاملين معاً فنحسب مثلاً ارتباط الاختبار ١ بالاختبار ٢ بعد تثبيت أثر الاختبار ٣ والاختبار ٤ معاً ، فنحسب مثلاً الارتباط الجزئي للاختبارين ١ ، ٢ عند تثبيت أثر الاختبارين ٣ ، ٤ وسنرمز لهذا الارتباط الجزئي المركب بالرمز  $r_{12.34}$  . وهكذا تتطور عملية الارتباط الجزئي وتمتد حتى نصل إلى عزل أي عدد من العوامل المختلفة :

وستقتصر في دراستنا لهذا الارتباط الجزئي على صورته البسيطة التي تتلخص في عزل أثر اختبار واحد من ارتباط اختبارين أو متغيرين .

### حساب الارتباط الجزئي البسيط

يحسب الارتباط الجزئي بالمعادلة التالية :

$$r_{ab.c} = \frac{r_{ab} - r_{ac} \times r_{bc}}{\sqrt{[1 - (r_{ac})^2][1 - (r_{bc})^2]}}$$

حيث يدل الرمز  $r_{ab}$  .  $r$  على معامل الارتباط الجزئي بين  $a$  ،  $b$  عند عزل  $c$  .

ويدل الرمز  $r_{ab}$  على معامل ارتباط  $a$  ،  $b$

ويدل الرمز  $r_{ac}$  على معامل ارتباط  $a$  ،  $c$

ويدل الرمز  $r_{bc}$  على معامل ارتباط  $b$  ،  $c$

فإذا حسبنا مثلاً معاملات ارتباط الحساب والجبر والهندسة وجدنا أنها  $0,76$  ،  $0,28$  ،  $0,18$  على التوالي . أي أن

$r_{ab} = 0,76$  : حيث يدل الرمز  $r_{ab}$  على ارتباط الحساب والجبر ، ويدل الرمز  $a$  على الحساب والرمز  $b$  على الجبر

$r_{ac} = 0,18$  : حيث يدل الرمز  $r_{ac}$  على ارتباط الحساب بالهندسة ، ويدل الرمز  $a$  على الحساب والرمز  $c$  على الهندسة .

$r_{bc} = 0,28$  : حيث يدل الرمز  $r_{bc}$  على ارتباط الجبر بالهندسة .

فإننا نستطيع أن نحسب معاملات الارتباط الجزئية وذلك بعزل كل علم من هذه العلوم من ارتباطات العلوم الأخرى .

وعندما نعمل الهندسة من ارتباط الحساب والجبر نرى أن

$$\frac{0,18 \times 0,28 - 0,76}{\sqrt{[0,18 - 1][0,28 - 1]}} = 0,017$$

∴ 0,76 = 0,017

وعندما نعمل الجبر من ارتباط الحساب والهندسة نرى أن :

$$\frac{0,18 \times 0,76 - 0,28}{\sqrt{[0,18 - 1][0,76 - 1]}} = 0,017$$

∴ 0,28 = 0,017

وعندما نعمل الحساب من ارتباط الجبر والهندسة نرى أن

$$\frac{0,28 \times 0,76 - 0,18}{\sqrt{[0,28 - 1][0,76 - 1]}} = 0,017$$

∴ 0,18 = 0,017

وتمثل هذه الارتباطات أهم نتائج البحث الذي قام به براون (١) W, Brown سنة ١٩١٠، وبذلك دلت طريقة الارتباط الجزئي على أن ارتباط الجبر بالهندسة لا يقوم إلا على ارتباط الهندسة بالحساب، وارتباط الجبر بالحساب، أي أن الحساب هو القدر المشترك بين هذين العليين . وقد أيدت التجارب التي

---

(١) - Brown, W. An Objective Study of Mathematical Intelligence, Biometrika, Vol VII, 1910 p.p. 362 - 367

أجريت بعد ذلك صحة نتائج براون التي اعتمدت في جوهرها على الارتباط الجزئي، والتي أكدت عدم تجانس تلك العلوم الرياضية ولهذا البحث، والأبحاث التي تلته أهميتها القصوى في فهمنا للتحصيل الرياضي على أنه نشاط معقد مركب يقوم على نواحي تحصيلية عدة، وفي فهمنا للقدرة الرياضية على أنها قدرة مركبة تعتمد على قدرات عدة تؤلف فيما بينها هذه القدرة المركبة.

وهكذا استطعنا أن نستعين بالارتباط الجزئي لتحليل وفهم ارتباطات العلوم الرياضية فعندما عزلنا الحساب من علاقة الجبر بالهندسة أصبحت هذه العلاقة الجزئية مساوية للصفر بعد أن كانت تساوي ١٨، ٠.

### جدول الارتباط الجزئي

حسب مقام معادلة الارتباط الجزئي للقيم العددية المختلفة لمعاملات الارتباط. ورصدت نتائج هذه العمليات في جدول (١٤) بملحق الجداول الإحصائية النفسية ويستطيع القارئ أن يستعين بهذا الجدول لحسب بسرعة مقام تلك المعادلة، والتحليل التالي يوضح فكرة هذا الجدول وطريقته.

$$\frac{١٨ - ١٨ \times ١٨}{\sqrt{[١ - (١٨)] [١ - (١٨)]}} = ٠$$

$$(١٨ - ١٨ \times ١٨) = ٠$$

$$\frac{١}{\sqrt{[١ - (١٨)] [١ - (١٨)]}} \times$$

فمثلا إذا كانت  $س ١ = ٠,٢٥$

$س ب س = ٠,٠٩$

أمكثنا أن نستعين بجدول ١٤ لمعرفة أن

$$\frac{1}{\sqrt{[{}^2(س ب س) - 1] [{}^2(س ١ س) - 1]}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{[{}^2(٠,٠٩) - 1] [{}^2(٠,٢٥) - 1]}}$$

$= ١,٠٤$  كما يدل على ذلك جدول (١٤)

أى أن

$$س ا ب س = (س ١ س - ٠,٢٥ \times ٠,٠٩) \times ١,٠٤$$

فإذا كانت  $س ا ب = ٠,١٤$

$$س ا ب س = (٠,١٤ - ٠,٢٥ \times ٠,٠٩) \times ١,٠٤$$

$$= (٠,٢٢٥ - ٠,١٤) \times ١,٠٤$$

$$= ٠,١١٧٥ \times ١,٠٤$$

$$= ٠,١٢٢$$

وعكذا ندرك أهمية تلك الجداول في تبسيط حساب متماثل الارتباط  
الجزئى وخاصة الجذور التربيعية التى يشتمل عليها مقام تلك المعادلة .

## أهمية الارتباط الجزئى فى التحليل الطائفى

تعتمد الطرق الإحصائية المختلفة التى تهدف إلى تحليل النشاط العقلى المعرفى إلى قدراته الأولية على الارتباط الجزئى فى صورته المباشرة أو غير المباشرة . ويرجع الفضل إلى سيرمان C. Spearman فى الإفادة من هذه الفكرة فى تحليل النشاط العقلى إلى قدرة عامة وقدرات أخرى خاصة .

وبتلخص الفرض الجوهري الذى أقام عليه سيرمان نظريته فى أنه إذا كانت القدرة العامة هى التى تمكن وراء نواحي النشاط العقلى المختلفة وتؤدي إلى ارتباط الاختبارات التى تقيس هذا النشاط ، فإن هذا الارتباط يتلشى عند عزل أثر هذه القدرة من ارتباط أى اختبارين من تلك الاختبارات ويصبح مناسياً للصفر .

فإذا رمزنا إلى القدرة العامة المشتركة بالرمز ش

ورمزنا إلى الاختبارات العقلية المختلفة بالرموز ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

$$r_{12} = \frac{r_{1ش} - r_{2ش} \times r_{1ش}}{\sqrt{[1 - (r_{2ش})^2][1 - (r_{1ش})^2]}}$$

لكن  $r_{1ش} = r_{2ش} =$  صفر فربما

$$r_{12} = \frac{r_{1ش} - r_{2ش} \times r_{1ش}}{\sqrt{[1 - (r_{2ش})^2][1 - (r_{1ش})^2]}} = \frac{0 - 0 \times 0}{\sqrt{[1 - 0][1 - 0]}} = 0$$

$$r_{1ش} = r_{2ش} = r_{3ش} = r_{4ش} = r_{5ش} = 0$$



وبالمثل يمكن أن نبرهن على أن

$$مراح = اش \times مراحش$$

$$\therefore \frac{مراح}{مراحش} = \frac{مراش \times مراحش}{مراش \times مراحش}$$

$$\therefore \frac{مراح}{مراحش} = \frac{مراش}{مراش}$$

وبالمثل يمكن أن نبرهن أيضاً على أن

$$\frac{مراش}{مراشش} = \frac{مراش}{مراشش}$$

$$\therefore \frac{مراش}{مراشش} = \frac{مراش}{مراشش}$$

$$\therefore مراش \times مراشش - مراشش \times مراش = صفر$$

وهذه هي المعادلة التي اشتهرت بعد ذلك باسم معادلة الفروق الرباعية لسييرمان والتي تدل على أنه إذا ما أصبحت قيمة هذه الفروق الرباعية مساوية للصفر فإن الاختبارات التي نؤلف ارتباطات تلك المعادلة ترجع في جوهرها إلى عامل عام مشترك بينها ، وأنه إذا كانت الارتباطات التي تجمع بين تلك الاختبارات ترجع إلى عامل عام مشترك فإن الفروق الرباعية تصبح مساوية للصفر .

هذا ولا يتسع مجال هذا الفصل لدراسة أهم معالم هذه النظرية

ونواحي قصورها ونقصها ، وإنما الذي ينبغي أن نأخذها الآن أنها تطبيق مباشر لفكرة الارتباط الجزئي .

## ب - الانحدار

### معنى الانحدار

يهدف الانحدار إلى الإفادة من الارتباط في التنبؤ . فإذا علمنا معامل ارتباط درجات اختبار الحساب بدرجات اختبار الجبر ، وعلمنا درجة أى طالب في اختبار الحساب فإننا نستطيع أن نقبأ بدرجته في الجبر . وإذا علمنا درجة طالب آخر في اختبار الجبر فإننا نستطيع أن نقبأ بدرجته في الحساب .

ولهذا التنبؤ أهميته النفسية في الإفادة من اختبارات الاستعدادات العقلية المختلفة إلى تهدف إلى التنبؤ بمستويات الأفراد في نواحي النشاط الجديدة التي لم يمارسوها من قبل .

وقد سمي هذا المفهوم الإحصائي بالانحدار لأنه ينحدر في تقديره للدرجات المختلفة نحو المتوسط . ولذا تسمى معادلات الانحدار أحياناً بمعادلات خطوط المتوسطات . وترجع فكرة هذه الخطوط إلى جداول التكرار المزدوج التي استعنا بها في حسابنا لمعاملات ارتباط فئات الدرجات . وعندما نصل متوسطات أعمدة جداول التكرار المزدوج بخط يوضح اتجاهها فإن هذا الخط يسمى انحدار الاختبار الأول . وعندما نصل متوسطات أسطر جداول التكرار المزدوج بخط يوضح اتجاهها فإن هذا الخط يسمى خط انحدار الاختبار الثاني .

وهكذا ندرك معنى هذا الانحدار وأهميته في التنبؤ بدرجات الاختبار الثاني من درجات الاختبار الأول . ويسمى هذا النوع من التنبؤ بالانحدار

ص على س ؛ ونستطيع أيضاً أن نقبأ بدرجات الاختبار الأول س من درجات الاختبار الثاني ص ويسمى هذا النوع س على ص .

### حساب الانحدار

تعتمد معادلات الانحدار على معاملات الارتباط ، وعلى الانحرافات المعيارية ، وعلى المتوسطات ، فهي بذلك تستعين بأهم المقاييس الإحصائية في حسابها لهذا التليؤ .

### أ - استنتاج ص من س

تتلخص معادلة انحدار ص على س أو استنتاج ص من س في الصورة التالية .

$$ص = س \times \frac{ع_s}{ع_v} + (م_s - م_v)$$

حيث يدل الرمز ص على الدرجة المجهولة التي نستنتجها من الدرجة المقابلة لها س ويدل الرمز س على معامل ارتباط درجات الاختبار ص بدرجات الاختبار س .

ويدل الرمز ع<sub>ص</sub> على الانحراف المعياري لدرجات الاختبار ص  
ويدل الرمز ع<sub>س</sub> على الانحراف المعياري لدرجات الاختبار س  
ويدل الرمز م<sub>ص</sub> على متوسط درجات الاختبار ص  
ويدل الرمز م<sub>س</sub> على متوسط درجات الاختبار س ،  
ويمكن أن نعيد صياغة هذه المعادلة في الصورة التالية :

$$ص - م = م \times \frac{ع م}{ع م} (م - م)$$

أى أن

$$، انحراف ص = معامل الارتباط \times \frac{\text{الانحراف المعياري لـ م}}{\text{الانحراف المعياري لـ م}} \times \text{انحراف م}$$

$$، ح م = م \times \frac{ع م}{ع م} \times ح م$$

وهكذا تبين أننا المعادلة الأولى للطريقة الإحصائية للتنبؤ بالدرجة ص من الدرجة المقابلة لها م ، وتبين المعادلة الثانية الطريقة الإحصائية للتنبؤ بانحراف الدرجة ص من انحراف الدرجة م المقابلة لها .

والجدول التالى يوضح طريقة حساب معادلة الانحدار .

الأفراد	الاختيار الأول	س	س	الاختيار الثاني	س <sup>٢</sup>	س <sup>٣</sup>	س <sup>٤</sup>
١	٢	٤	٥	٧	٧٥	١٠	٥٠ = س
٢	٣	٩	٧	٧	٤٩	٢١	١٠ = س
٣	٧	٤٩	٦	٦	٣٦	٤٢	٧٥ = س
٤	١٨	٣٢٤	١٢	١٢	١٤٤	٢١٦	٥٠ = س
٥	٢٠	٤٠٠	١٠	١٠	١٠٠	٢٠٠	٥٠ = س

( جدول ١١٠ )

القطرات الرئيسية لحساب مساحة الاضلاع

وهكذا يوضح هذا الجدول طريقة حساب المقاييس الإحصائية اللازمة لمعادلة الانحدار .

وبدل العمود الثاني على درجات الاختبار ومتوسطها  $m = 10$  وانحرافها المعياري  $s = 7,06$

وبدل العمود الرابع على درجات الاختبار  $m = 8$  وانحرافها المعياري  $s = 2,61$

وسنستعين بباقي أعمدة هذا الجدول في حساب معامل ارتباط الاختبار  $m$  بـ  $x$  واختبار  $m$  وبما أن معادلة معامل ارتباط الدرجات التخم.

$$r = \frac{m \sum x - \sum m x}{\sqrt{[m(m-1)] [x(x-1)]}}$$

$$r = \frac{40 \times 50 - 489 \times 5}{\sqrt{[40(40-1)] [5(5-1)]}}$$

$$r = 0,90$$

وهكذا نستطيع الآن أن نحسب معادلة انحدار  $m$  على  $x$  بالطريقة التالية

$$m = m + (m - m) \times \frac{r}{r}$$

$$8 + (10 - 8) \times \frac{0,90}{0,90} =$$

$$8 + (10 - 5) \times 0.31 =$$

$$8 + (10 \times 0.31) - 5 =$$

$$8 + 3.1 - 5 =$$

$$6.1 = 0.31 \text{ ص} \quad \therefore$$

وهذه هي معادلة انحدار ص على س أو معادلة التنبؤ التي كنا نبحث عنها.  
فإذا كانت س تساوى ٢ مثلاً فإننا نستطيع أن نستعين بهذه المعادلة في التنبؤ بقيمة ص. أى أن

$$ص = 0.31 \times 2 + 4.9$$

$$ص = 0.62 + 4.9$$

$$ص = 5.52$$

أى أن ص = ٥ تقريباً

وهذه هي نفس القيمة العددية للدرجة الصادقة التي تقابل الدرجة  
السبئية ٢ كما يبينها جدول ١١٠

هذا ويمكن أن نستعين بهذه المعادلة في التنبؤ بالدرجات البيئية التي يحتمل  
وجودها في الاختبار ص. فإذا أردنا مثلاً أن نستنتج الدرجة المقابلة للدرجة  
السبئية ٤ فإننا نتبع الخطوات التالية .

$$ص = 0.31 \text{ ص} + 4.9$$

$$ص = 0.31 \times 4 + 4.9$$

$$= 1.24 + 4.9$$

$$= 6.14$$

ص = ٦ تقريباً

أى أنه إذا حصل طالب ما على درجة تساوى ٤ في الاختبار الأول س أثناء إجراء الاختبار الثانى ص فإننا نستطيع أى تقنيا بأن درجته في الاختبار ص أصبح مساوية ٦ لو أنه أجاب على الاختبار الثانى ص .

هذا ويقرب هذا التنبؤ من القيمة الحقيقية للدرجة المجهولة كلما ارتفعت القيمة العددية لمعامل الارتباط  $r$  . ولذا اقترب تنبؤ مثالنا هذا من الحقيقة لأن  $r = ٠.٩٠$  . فإذا كانت  $r$  مثلاً تساوى  $٠.٢$  فإن تقديرنا يعتمد جداً عن القيمة الحقيقية لتلك الدرجة المجهولة .

والتحليل التالى الذى يفترض أن  $r = ٠.٢$  يوضح هذه الفكرة .

$$\therefore ص = ص \times r + (ص - ص) \frac{ص}{ص}$$

$$\therefore ص = ص \times ٠.٢ + (١٠ - ص) \frac{٧.٦١}{٧.٥٦}$$

$$= \frac{٠.٥٥٢٣}{٧.٥٦} (ص - ١٠) + ٨$$

$$\therefore ص = ٠.٠٧ ص + ٧.٣$$

فإذا كانت  $ص = ٢$  مثلاً ، فإن

$$ص = ٠.٠٧ \times ٢ + ٧.٣$$

$$= ٧.٤٤$$

$$\therefore ص = ٧ \text{ تقريباً}$$

بينما القيمة الحقيقية لـ  $ص$  تساوى ٥ كما يدل على ذلك جدول ١١٠



## ب - استنتاج م من ص

تتلخص معادلة اعداد م على ص أو استنتاج م من ص في الصورة التالية

$$م = م \frac{ع}{ع} = م (ص - م) + م$$

وهكذا نبين ان هذه المعادلة الطريقة الإحصائية للتنبؤ بالدرجة م من الدرجة المقابلة لها ص هذا وسنستعين بمتأخر جدول ١١٠ في تطبيق هذه المعادلة ، وبذلك تتخذ هذه المعادلة الصورة التالية :

$$م = م \times ٠,٩٠ \frac{٧,٥٦}{٧,٦١} + (٨ - م)$$

$$= ٢,٦١ (٨ - م) + ١٠$$

$$= ١٠,٨٨ - م$$

وهذه هي معادلة التنبؤ بالدرجة السينية من الدرجة الصادية المقابلة لها كما يبينها جدول ١١٠ .

فإذا فرضنا أن م = ٥ وأردنا أن نتنبأ بالقيمة السينية المحتملة لهذه الدرجة الصادية فإننا نتبع الخطوات التالية :

$$١٠,٨٨ - م = ٢,٦١ - م$$

$$١٠,٨٨ - ٥ \times ٢,٦١ = م$$

$$= ١,٦٣$$

$$م = ٢ \text{ تقريباً}$$

وهذه هي نفس القيمة العددية للدرجة السينية التي تقابل الدرجة الصادية .  
كما يدل على ذلك جدول ١٠٩ .

### أهمية الانحدار للمعايير الإحصائية النفسية

يبيننا في الفصل الخامس من هذا الكتاب طريقة تحويل درجات أى اختبار إلى الأعمار العقلية المقابلة لها ، واعتمدنا في ذلك على حساب متوسط درجات الاختبار في كل سنة من سنين العمر الزمني . ثم أوضحنا طريقة رسم الخط البياني الذي يمثل علاقة متوسطات الدرجات بالأعمار الزمنية المتتالية ، واعتمدنا في رسمنا لهذا الخط (١) على المحاولة التي تصل فقط الرسم البياني بخط يمر بأكبر عدد منها بحيث يصبح عدد النقاط التي تعاد هذا الخط مساوياً لعدد النقاط التي تتخلف عنه ، وقد أشرنا إلى أن الطريقة الإحصائية الدقيقة لرسم مثل هذا الخط تعتمد في جوهرها على طريقة تصغير المربعات .

هنا وتهدف معادلة الانحدار إلى تحقيق هذه الفكرة بطريقة إحصائية دقيقة . فإذا أمكننا أن نحسب معامل ارتباط متوسطات الدرجة بالأعمار الزمنية فإننا نستطيع أن نحسب انحدار الأعمار على الدرجات أى نستطيع أن نقبلاً بالعمر المقابل لكل درجة من درجات الاختبار . وبذلك تصبح الأعمار الزمنية هي المتغير السيفي وتصبح الدرجات هي المتغير العادي . وتتحول المشكلة إلى حساب انحدار من على ص أو التنبؤ بالعمر من الدرجة المقابلة لها . وهكذا نستطيع أن نصل في النهاية إلى جدول دقيق يمثل معايير الأعمار الزمنية ويصلح لتحديد مستويات الأفراد بالنسبة لدرجات ذلك الاختبار .

---

(١) راجع الفصل الخامس من هذا الكتاب .

## ج - الاغتراب

### معنى الاغتراب

يهدف الاغتراب إلى قياس مدى استقلال الظواهر العددية وابتمادها واغترابها. فهو بذلك يقيس عكس ما يقبضه الارتباط. أى أنه يؤكد الناحية التي لا ترتبط فيها الظواهر العددية. فهو بذلك يدل على مدى اختفاء التنمير الاقتران.

### حساب الاغتراب

يرهن كيلي T. L. Kelley على أن المعادلة التالية تدل على علاقة الاغتراب بالارتباط وتمهد لطريقة حساب الاغتراب.

$$\sqrt{1 - \text{مربع الارتباط}} = \text{الاغتراب}$$

أى أن

$$\sqrt{1 - r^2} = \text{غ}$$

حيث يدل الرمز غ على الاغتراب

ويدل الرمز  $r$  على الارتباط

فلا إذا كانت  $r = 0$  فإن

$$\sqrt{1 - 0^2} = \text{غ} = 1$$

$$\sqrt{1 - 0,20} =$$

$$\sqrt{0,80} =$$

$$\therefore \text{ع} = 0,87 \text{ تقريباً}$$

ومكثنا نرى أن الارتباط الذي يساوي 0,5 يقل في قيمته العددية عن الاختراب الذي يساوي 0,87. ولذلك يحق لنا أن نقرر أن مدى استقلال هاتين الظاهرتين أكثر من مدى ارتباطهما.

وعندما تصبح  $r = 0,7$  ، فإن

$$\sqrt{1 - (0,7)^2} = \text{غ}$$

$$\sqrt{1 - 0,49} =$$

$$\sqrt{0,51} =$$

$$\therefore \text{غ} = 0,7 \text{ تقريباً}$$

ومكثنا نستطيع أن نعتد على الاختراب في تحديد مدى ثقتنا في الارتباط فالارتباط الذي يساوي أو يزيد على 0,7 يدل على علاقة أكيدة بين المتغيرين والارتباط الذي ينقص عن 0,7 لا يؤكد علاقة أكيدة بين المتغيرين.

وبما أن الانحدار يعتمد في جوهره على الارتباط . إذن فالارتباط الذي يساوى أو يزيد على ٠,٧ يمد للتنبؤ الانحدارى الصحيح . والارتباط الذى يقل عن ٠,٧ يتعد بالانحدار عن التنبؤ الصحيح . وهكذا يحدد الاغتراب مدى التنبؤ الانحدارى .

ونستطيع أن نعتمد على الاغتراب في حساب النسبة المئوية للثقة في الارتباط .

فإذا كانت  $r = ٠,٥$

فإن  $غ = ٠,٨٧$

أى أن النسبة المئوية للاغتراب تساوى ٨٧٪ وبذلك تصبح النسبة المئوية لقوة ثقتنا في هذا الارتباط المساوى لـ ٠,٥ هى ١٣٪ أى  $١٣ = ٨٧ - ١٠٠$

وإذا كانت  $r = ٠,٨$

فإن  $غ = ٠,٦$

أى أن النسبة المئوية للاغتراب تساوى ٦٠٪ وبذلك تصبح النسبة المئوية لقوة ثقتنا في هذا الارتباط الذى يساوى ٠,٨ هى ٤٠٪ .  
ويسمى هذا المقياس الذى يعتمد على النسبة المئوية للاغتراب بمقياس النسبة المئوية للثقة في الارتباط ويقاس بالمعادلة التالية .

النسبة المئوية للثقة في الارتباط  $= ١٠٠ ( ١ - غ )$

فإذا كانت  $r = ٠,٨$

فإن  $غ = ٠,٦$

إذن النسبة المئوية للثقة في هذا الارتباط  $= ١٠٠ ( ١ - ٠,٦ ) = ٤٠$   
أى أن النسبة المئوية للثقة في الارتباط الذى يساوى ٠,٨ هى ٤٠٪ كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لمعنى مدى الثقة في الارتباط .

هذا ويستطيع القارىء أن يحسب الاغتراب مباشرة من جدول (١٥) المبين بلحق الجداول الإحصائية النفسية والذي يدل على المقابلات الإغترابية للارتباط . فإذا كانت  $r = ٠.٩٦$  . فإن هذا الجدول يدلنا على أن  $غ = ٠.٢٨$  . وهكذا بالنسبة لبقية القيم العديدة الأخرى لمعاملات الارتباط .

### الاجتراب والارتباط الجزئى

بما أن الارتباط الجزئى يهدف إلى عزل أثر أحد المتغيرات من ارتباط المتغيرين الآخرين . إذن فالعلاقة بين الارتباط الجزئى والاجتراب علاقة وثيقة . كاندل على ذلك معادلة الارتباط الجزئى والتحليل التالى يوضح هذه الفكرة .

$$\frac{r_{١٢} - r_{١٣} \times r_{٢٣}}{\sqrt{[1 - (r_{١٣})^2] \sqrt{[1 - (r_{٢٣})^2]}}} = r_{١٢.٣}$$

لكن اجتراب الارتباط  $r_{١٢.٣}$  هو

$$غ = \frac{r_{١٢} - r_{١٣} \times r_{٢٣}}{1 - (r_{٢٣})^2}$$

واجتراب الارتباط  $r_{١٢}$

$$غ = \frac{r_{١٢} - r_{١٣} \times r_{٢٣}}{1 - (r_{٢٣})^2}$$

وهكذا ندرى مدى اعتماد معادلة الارتباط الجزئى على الاجتراب . فإذا عوضنا عن مقام تلك المعادلة بالمقابلات الاجترابية التى تساويه ، فإن

$$\frac{r_{١٢} - r_{١٣} \times r_{٢٣}}{غ \times غ} = r_{١٢.٣}$$

ولهذه المعادلة أهميتها الرياضية والمنطقية فى فهمنا للفكرة التى يقوم عليها هذا الارتباط الجزئى .

## تمارين على الفصل التاسع

١ - ماهي أهم الفروق الجوهرية بين الارتباط الجزئي ، والانحدار ، والاغتراب .

٢ - إلى أي حد تعتمد الأبحاث النفسية على معاملات الارتباط الجزئي في تحليل نتائج الاختبارات النفسية ، وفي الضبط الإحصائي للتجارب النفسية.

٣ - إذا علمت أن

$$r_{12} = 0,72 ; r_{13} = 0,67 ; r_{23} = 0,61$$

فاحسب معاملات الارتباط الجزئي التالية :-

$$r_{12.3} ; r_{13.2} ; r_{23.1}$$

وفسر نتائج هذه العملية .

٤ - وضع الأسس الإحصائية النفسية التي اعتمد عليها سيرمان في صياغته العملية لنظرية العاملين ؛ وبين أهمية الارتباط الجزئي في بناء هذه النظرية .

٥ - ماهي أهم التطبيقات النفسية لمعادلات الانحدار ، وإلى أي حد تختلف طريقة حساب انحدار س على س عن طريقة حساب ص على س

٦ - إذا علمت أن

$$r_{12} = 0,61 ; r_{13} = 0,76 ; r_{23} = 0,85 ; r_{14} = 0,78 ; r_{24} = 0,82 ; r_{34} = 0,88$$

فاحسب معادلة انحدار س على ص ، ومعادلة ص على س





## الفصل العاشر

# نظرية العينات والدلالة الإحصائية

### مقدمة

بينما في الفصول السابقة أهم مقاييس النزعة المركزية ، والتباين ، والارتباط ، والمعاني الإحصائية النفسية لتلك المقاييس ، وخواصها الرئيسية وتطبيقاتها المختلفة .

ونستطيع أن نتمتع على تلك المقاييس اعتماداً مباشراً في تصنيفنا للبيانات العددية التي تصف الظواهر المختلفة وفي تحليلنا لنتائج هذا التصنيف . ولذا يسمى هذا النوع الإحصاء الوصفي (١) لأنه يقتصر على وصف تلك الظواهر كما هي في إطارها المحدود الذي رصدت فيه ، ولا يعتمد لها إلى أصلها العام .

وعندما يحاول الباحث أن يعتمد على تلك البيانات الإحصائية في استنتاج المميزات الرئيسية للأصل العام الذي اشتقت منه ، فإنه ينحو بذلك نحو التعميم العلمي للظاهرة التي يبحثها ، ويهدف إلى استنتاج خواصها الإحصائية في صورها العامة . ولذا يسمى هذا النوع الاستدلال الإحصائي (٢) لأنه يستدل على الخواص الإحصائية للأصل (٣) من الخواص الإحصائية لإحدى أو بعض

---

Descriptive Statistics

(١) الإحصاء الوصفي

Statistical Inference

(٢) الاستدلال الإحصائي

The Father Population or The Universe

(٣) الأصل

عيناته . أى أنه يستتج صفات الكل من الجزء أو الأجزاء التى تنطوى تحت إطراره .

وعندما نستطيع أن نختار تلك العينات اختياراً إحصائياً صحيحاً فإننا نستطيع أن نقرب فى استنتاجنا من الأصل الذى نهدف إليه فى تحليلنا وفى تطبيقنا المختلفة .

والمشكلة لا تقف عند هذا الحد بل تمتد فى جوهرها إلى الكشف عن مدى صحة ذلك الاستنتاج ودلالته الإحصائية ، حتى نستطيع أن ندرك مدى ثقتنا فى نعمتنا نتائج الأبحاث المختلفة التى نقوم بإجرائها .

## ١ - نظرية العينات

### معنى العينات وأهميتها

عندما نحاول أن نطبق إحدى الاختبارات النفسية كاختبار الذكاء على طلبة المرحلة الابتدائية فإننا لا نستطيع أحياناً أن نطبق هذا الاختبار على جميع طلبة هذه المرحلة ، وإنما تقتصر على اختيار عينة من الطلبة تتمثل فيها جميع الصفات الرئيسية لجميع طلاب هذه المرحلة . ثم نجرى الاختبار ، ونحسب المعايير ، ونستعين بعد ذلك بتلك النتائج فى الحكم على مستويات جميع طلبة هذه المرحلة . أى أننا نعتمد على تلك العينة التى أجرينا عليها الاختبار فى استنتاج وتحديد مستويات جميع طلبة تلك المرحلة . ومثلنا فى ذلك كمثل تاجر القطن الذى يختار عينات متعددة من محصول القطن ثم يختبرها جيداً ليستدل بذلك على مدى جودة ذلك المحصول . وهكذا ندرك أهمية هذه العملية فى توفير الجهد والمال والوقت .

هذا يشترط فى العينة الجيدة أن تتمثل فيها جميع صفات الأصل الذى

اشتقت منه حتى يصبح استنتاجاً صحيحاً وإلا أخطأنا في حكمنا على صفات ذلك الأصل . ولا تتحقق هذه الفكرة إلا إذا تساوت احتمالات ظهور كل جزء من أجزاء ذلك الأصل في العينة المختارة حتى تصبح العينة صورة صادقة لذلك الأصل في جميع خواصها الإحصائية .

## أنواع العينات

تنقسم العينات الإحصائية إلى نوعين رئيسيين :

١ - العينات الصغيرة - وهي التي لا يكاد يتجاوز عدد أفرادها ٣٠

٢ - العينات الكبيرة - وهي التي يزيد عدد أفرادها على ٣٠

وعندما يصل عدد أفراد العينة إلى ٣٠ فرداً أو ينقص عن ذلك القدر فإن المقاييس الإحصائية لتلك العينات الصغيرة تتعدى إلى حشد كبير عن المقاييس الإحصائية للأصل الذي اشتقت منه ، وتحتاج عملية الاستدلال الإحصائي إلى وسائل خاصة في تحديد مدى الحكم على صحة نتائج تلك العينات . وإذا اعتمد الطرق الإحصائية في تعميمها لنتائج العينات على نوعها ، أي أن وسائل دراسة العينات الصغيرة تختلف في بعض نواحيها عن وسائل دراسة العينات الكبيرة وسنحاول أن نقتصر في تحليلنا لنتائج تلك العينات على العينات الكبيرة لثبوتها في ميدان علم النفس .

## طرق اختيار العينات

نتلخص أهم الطرق الإحصائية لاختيار العينات في الطريقة العشوائية (١) والطريقة الطبقيّة (٢) ، والطريقة المقصودة (٣) ، والطريقة العرضية (٤) .

(١) الطريقة العشوائية Random Method (٢) الطريقة الطبقيّة Stratified Method

(٣) الطريقة المقصودة Purposive Method (٤) الطريقة العرضية Accidental Method

## ٢ - الطريقة العشوائية

تعتمد هذه الطريقة على المساواة بين احتمالات الاختيار لكل فرد من أفراد الأصل . أى أنها تعتمد على فكرة الصدفة العشوائية أو القرعة . وتتلخص أبسط وسائلها فى كتابة أسماء جميع أفراد الأصل على بطاقات صغيرة ، ونعاقب كل بطاقة حتى يختفى تماماً الاسم الذى كتب عليها ثم نقلب هذه البطاقات حتى تختلط مع بعضها ، ثم نختار بالصدفة أو بالقرعة عدد الأفراد الذى نحدده لتلك العينة .

ونستطيع أيضاً أن نرمز لتلك الأسماء بأعداد ، ثم نكتب تلك الأعداد على قطع معدنية أو بطاقات صغيرة ونضعها فى إناء كبير ونقلبها جيداً ثم نسقط منها قطعة معدنية أو بطاقة ونسجل رقمها ثم نعود لنقلبها ونسقط قطعة أخرى ونسجل رقمها وهكذا نستمر فى هذه العملية حتى نصل إلى الحجم الذى نحدده لتلك العينة .

وقد طبق بعض العلماء (١) هذه الطريقة فى ترتيب الأعداد المختلفة ترتيباً عشوائياً وسجلوا نتائج بحثهم هذا فى جداول تسمى جداول الأعداد العشوائية ؛ وبذلك تصبح طريقة اختيار العينة العشوائية واضحة دقيقة سريعة . وقد رصدنا إحدى هذه الجداول فى ملحق الجداول الإحصائية — جدول رقم (١٦) .

فإذا أردنا مثلاً أن نختار ٢ أفراد بطريقة عشوائية من جماعة مكونة من ١٠ أفراد فإننا نقرأ السطر الأول من اليمين إلى اليسار أو من اليسار إلى اليمين

---

(1) Kendall M. G. and Smith B. B Tables of Random Sampling Numbers, 1951.

ونقرأ الأسطر التي تليه ونسجل الأعداد التي تمتد من ١ إلى ١٠ بالترتيب الذي يوضحه ذلك الجدول حتى نصل إلى الحجم الذي نريده للعينة وهو في مثالنا هذا يساوي ٥ أفراد . وإذا تكرّر أى عدد أثناء الاختبار فعلينا ألا نسجله مرة أخرى .

هذا وتدل الأعداد التالية على السطر الأول في جداول الأعداد العشوائية .

٤١٢٥ ٩٢٥٢ ٥١٥٥ ٨٦١٠ ٠٦١٠ ٣٨٠١ ٥٩٦٦ ٣٣١٧ ٤٣٢٨ ٢٠١٧

وبذلك يتلخص اختيارنا لتلك العينة في الأعداد التالية .

٥ ، ٢ ، ٤ ، ٩ ، ١٠

وعندما نترجم هذه الأعداد إلى الأسماء التي تدل عليها ، فإننا نصل بذلك إلى الاختيار العشوائي لهؤلاء الأفراد .

وإذا أردنا مثلاً أن نختار ١٠ أفراد من ٥٠ فرداً فإننا نوزع الاختيار بالتساوي بين الأعداد التي تمتد من ١ إلى ٥٠ وبذلك نختار من الأعداد التي تمتد من ١ إلى ١٠ عددين ، ونختار من الأعداد التي تمتد من ١١ إلى ٢٠ عددين ، وهكذا حتى نصل إلى اختيار عددين من الأعداد التي تمتد من ٤١ إلى ٥٠ .

وقد استعنا بجدول (١٦) في هذا الاختيار . والأعداد التالية تدل على نتيجة هذه العملية .

٥ ، ٢ ، ١٧ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٤٠ ، ٣٨ ، ٤٩ ، ٥٠

## ب - الطريقة الطبقيّة

تعتمد هذه الطريقة على التقسيمات الطبقيّة للأصل الذي نختار منه العينة . فإذا اتبعنا الطريقة العشوائية مثلاً في اختيار عينة لمحصول حقول زراعي ، فإن

هذه البيئة قد لا تمثل جميع الصفات المختلفة لهذا الحقل ، فقد نكون أقسامه المتعددة مختلفة في درجة خصوصيتها تبعاً لاختلاف موقعها ؛ خصوصية الجزء المجاور لمياه الري ، تختلف عن خصوصية الجزء المجاور للطريق الزراعي ، وهذه بدورها تختلف عن خصوصية الجزء المجاور لحقل زراعي آخر ، أو عن خصوصية المنطقة الوسطى لذلك الحقل . وعند ما نستطيع أن نقسم هذا الحقل إلى أجزائه المختلفة ، ثم نختار من كل جزء صفة عشوائية تناسب في قدرها مع مساحات تلك الأجزاء فإننا بذلك نكون قد قسمنا الحقل إلى مستويات أو طبقات ثم مثلنا كل طبقة تمثيلاً صحيحاً في البيئة التي انتمينا إليها . وتسمى هذه الوسيلة بالطريقة الطبقيّة العشوائية .

وهكذا نستطيع أن ندرك أهمية هذه الطريقة وتطبيقاتها المباشرة في ميادين علم النفس والتربية والنواحي الاجتماعية المختلفة . ففي اختيارنا لعينة تمثل تلاميذ المرحلة الأولى يجب أن نراعي التقسيمات والصفات المختلفة لتلاميذ هذه المرحلة ، ونسبة عدد أفراد كل قسم إلى المجموع الكلي للأفراد . فبالإمكان أن نقسم هذه الصفات إلى مستويات الأعمار الزمنية ، والفرق الدراسية ، والنواحي الاجتماعية الاقتصادية ، والأعمار العقلية ، والجنس ذكر أو أنثى ؛ وهكذا بالنسبة للصفات الأخرى . ونذكر سيق أن بينا الأسس العامة للتصنيف الإحصائي للصفات المختلفة في الفصل الأول من هذا الكتاب (١) .

ويمكن أن نلخص فكرة هذه الطريقة في الخطوات التالية .

١ - يقسم الأصل إلى صفاته الرئيسية المتصلة اتصالاً مباشراً بهدف التجربة .

- ٢ - تحسب نسبة عدد أفراد كل قسم إلى المجموع الكلي للأفراد .
- ٣ - تختار العينات العشوائية الممثلة لتلك الأقسام المختلفة بحيث يتناسب قدرها مع درجة تركيز الصفة ، أو مجموع تكرار أفرادها .
- ٤ - تجمع هذه العينات الطبقية العشوائية في عينة واحدة تمثل الأصل الذي اخترنا منه تلك العينة .

فإذا أردنا مثلاً أن نختار عينة طبقية من مجموعة مكونة من ١٠٠٠ فرد ، ينقسمون إلى ذكور وإناث . وكان عدد الذكور يساوي ٤٠٠ وعدد الإناث يساوي ٦٠٠ فإن نسبة الذكور للإناث تساوي ٤ : ٦ ، وأردنا أن نختار من هؤلاء الأفراد ١٠٠ فرد فإننا نختار من الذكور ٤٠ بطريقة عشوائية ، ونختار من الإناث ٦٠ بطريقة عشوائية ، ثم نؤلف من هاتين المجموعتين عينة واحدة ، تشمل على ١٠٠ فرد .

### ٥ - الطريقة المقصودة

يعتمد بعض الباحثين على خبرتهم السابقة في اختيار العينة التي يدرسونها . وقد تدل نتائج الأبحاث السابقة على أن إحدى المدارس تمثل المستوى العلمي لمدارس إحدى المناطق التعليمية تمثيلاً إحصائياً صحيحاً . وبذلك يسهل على الباحث تحديد إطار الأصل الذي نختار منه العينة . وتسمى هذه الطريقة بالطريقة المقصودة لأنها تعتمد على نوع من أنواع الاختيار المقصود .

وتقوم فكرة هذه الطريقة على أن المدرسة المختارة تمثل جميع مدارس المنطقة ، وأن اختيار عينة عشوائية من هذه المدرسة يمثلها تمثيلاً إحصائياً صحيحاً ؛ وبما أن المدرسة تمثل مدارس المنطقة ؛ إذن فالعينة المختارة من تلك المدرسة تمثل جميع مدارس المنطقة .

هذا ويجب أن يتأكد الباحث من صدق تمثيل تلك المدرسة لمدارس المنطقة حتى تكون العينة التي يختارها بعد ذلك صحيحة .

#### د - الطريقة العرضية

قد لا يستطيع الباحث أحياناً أن يستعين بإحدى الطرق السابقة فليجأ إلى اختيار بعض المدارس القريبة منه بطريقة عرضية ثم يجرى عليها تجربته ، ويصل إلى نتائج الإحصائية من دراسة تلك العينة . ولا شك أن هذه النتائج لا تتعدى الإطار الضيق الذي خضع له الباحث في إجراء تجربته . أى أن نتائجه تنطوي تحت الإحصاء الوصفي أكثر مما تنطوي تحت الاستدلال الإحصائي.

وعند ما يستطيع الباحث أن يثبت صحة اختياره لعينته ، وذلك باختبار عينات أخرى ، ومقارنة نتائجه الأولى بنتائجه التالية ، وإثبات أن المقاييس الإحصائية المختلفة لتلك العينات لا تختلف في جوهرها من عينة لأخرى ، فإنه يستطيع بعد ذلك التحليل أن يتطور بنتائجه إلى مستوى التعميم .

وهكذا ندرك أهمية قياس مدى صحة اختيار العينة التجريبية لإثبات مدى صلاحية الطرق المختلفة لاختيار العينات . وسنتناول فيما يلي الأسس العلمية لهذه الفكرة في دراستنا للتحليل التابهي لصحة الاختيار .

#### التحليل التابهي لاختيار العينات

العينة الصحيحة هي التي تمثل الأصل الذي تنتمي إليه تمثيلاً صادقاً . وتقرب العينة من أصلها كلما اقتربت مقاييسها الإحصائية من مقاييس ذلك



الأصل الذى انتزعت منه . فإذا أمكننا أن نقارن مقاييس النزعة المركزية للعينة بمقاييس النزعة المركزية للأصل ، وكان الفرق بين تلك المقاييس أقل من أن يؤثر في هذا الاختلاف . وهكذا بالنسبة للمقاييس الإحصائية الأخرى ، كانت العينة صورة صادقة لذلك الأصل .

لكن هذه المقارنة - في الأغلب والأعم - شاقة صعبة ، ومستحيلة أحياناً ، وخاصة إذا كان الأصل الذى نختار منه العينات لا ينتهى إلى حد معلوم أو إحصاء ثابت .

ونتخلص الطريقة العملية التى تؤكد مدى مائالة العينة لأصلها في اختيار عينات عدة من أصل واحد بحيث تتساوى جميعاً في عدد أفرادها ، ثم مقارنة متوسطات تلك العينات وانحرافاتهما المعيارية ومقاييسها الإحصائية الأخرى ؛ فإن دلت تلك المقارنة على أن تلك الفروق أقل من أن تكون لها دلالة إحصائية حكمنا على جميع تلك العينات بأنها تنتمى إلى أصل واحد ، وأمكننا أن نطمئن إليها ، ونؤلف منها جميعاً عينة واحدة تصلح لدراسة الظاهرة التى نجرى عليها تجاربنا العلمية .

وعندما تختلف المقاييس الإحصائية لبعض تلك العينات ، فعلينا أن نختار عينات أخرى حتى نثبت تلك المقاييس ونختنى فروقها الإحصائية ، وهكذا نستطيع أن نعتد على تلك العينات في دراسة الأصل الذى تنتمى إليه .

هذا ويستطيع الباحث أن يختار عينة تجريبية بإحدى الطرق السابقة وبحسب مقاييسها الإحصائية المختلفة ثم يضيف لتلك العينة عينة أخرى ، وبحسب المقاييس الإحصائية لتلك العينة الجديدة بعد الإضافة السابقة أى لمجموع أفراد العينة الأولى والثانية معاً ثم يقارن المقاييس الإحصائية للعينة الأولى قبل الإضافة بمقاييس تلك العينة بعد إضافة الثانية لها ، فإن دلت المقارنة على أنه

ليس للفروق القائمة دلالة إحصائية ، اطمان الباحث إلى صحة تمثيل تلك العينة للأصل الذي تدمى إليه ، واطمان أيضاً على حجمها أى على عدد أفرادها وإن دلت المقارنة على أن للفروق القائمة دلالتها الإحصائية ، فعلى الباحث أن يستمر في تحليله التتابعى وذلك بإضافة عينات أخرى إلى عينته الأولى ثم عليه أن يقارن أثر تلك الإضافات على المقاييس الإحصائية للعينة حتى يثبت ذلك الأثر

هذا ويمكن أن نلخص أهم وسائل التحليل التتابعى لاختيار العينات في الوصيلتين التاليتين

- ١ - اختيار عدد من العينات المتساوية في عدد أفرادها ، من أصل عام ومصدر واحد ، ثم مقارنة متوسطاتها وانحرافاتهما ومقاييسها الإحصائية الأخرى
- ٢ - اختيار عينة واحدة ثم حساب المقاييس الإحصائية المختلفة وإضافة عينه أخرى إلى العينة الأولى وحساب المقاييس الإحصائية للعينة الجديدة المكونة من العيقتين الأولى والثانية وملاحظة مدى تغير القيم العددية لتلك المقاييس الإحصائية . وتستمر عملية الإضافة والمقارنة حتى نحقق تلك الفروق ويتلاشى التغير .

وتدل الطريقة الأولى على صحة مائة العينة لأصلها ؛ وتدل الطريقة الثانية على ما دلت عليه الطريقة الأولى ، وتدل أيضاً على الحجم المناسب للعينة

## ب - الدلالة الإحصائية

### معنى الدلالة الإحصائية وأنواعها

تعتمد علاقة العينة بأصلها على طريقة اختيار العينة وعلى عدد أفرادها. وقد سبق أن بينا الطرق الإحصائية لاختيار العينات الصحيحة التي تتمثل فيها صفات الأصل الذي انزعت منه، والوسائل الإحصائية لتقويم هذا الاختيار. ولخصنا هذه الوسائل التقويمية في التحليل التتابعى للاختيار.

هذا ويزداد اقتراب المقاييس الإحصائية للعينات من مقاييس الأصل كلما ازداد عدد أفراد هذه العينات، حتى تنطبق تلك المقاييس على بعضها تمام الانطباق وذلك عندما يصبح عدد أفراد العينة مساوياً لعدد أفراد الأصل، أى عندما تصبح العينة أصلاً، وتتحول بذلك مقاييسها لتدل في جوهرها على الظاهرة الإحصائية في صورتها العامة الصحيحة.

وتهدف الدلالة الإحصائية إلى الكشف عن مدى هذا الاقتراب، ولذا نزداد ثقتنا في مقاييس العينة كلما اقتربت من أصلها؛ أو كلما كان نذبذبا حول هذا الأصل ضيقاً. أو بمعنى آخر كلما كان انحرافها عن مقاييس الأصل ضئيلاً.

ويقاس هذا الانحراف بأهم مقياس للتشتت وهو الانحراف المعياري للمتوسطات والمقاييس الإحصائية الأخرى ويسمى هذا النوع بالخطأ المعياري<sup>(١)</sup> لأنه يدل على مدى الخطأ المحتمل لتلك المقاييس في ابتعادها أو اقترابها من أصلها الذي انزعت منه.

هذا ونستطيع أن نحدد مدى الانحرافات المعيارية لتلك المقاييس لنحدد

بذلك مدى ثقتنا فيها ، فالمدى الذى يمتد من - ع إلى + ع يختلف عن المدى الذى يمتد من - ٢ ع إلى + ٢ ع ؛ وهكذا نستطيع أن نستطرد في تعديد هذا المدى إلى المستوى الذى يقرر حدود الثقة في تلك المقاييس . وتسمى هذه الفكرة دلالة حدود الثقة (٢) .

وعند ما نقيس الدلالة الإحصائية لمعاملات الارتباط ، نستطرد في فكرتنا لنقرر ما إذا كان الارتباط قائماً فعلاً أم أنه يرجع في جوهره إلى أخطاء العينات . فإذا كان الارتباط حقيقياً فإنه لا يساوى صفراً ، وإن كان غير قائم في حقيقته فهو إذن يساوى صفراً ، أى أننا نقيس مدى ابتعاده أو اقترابه من الصفر ، وتسمى هذه الفكرة دلالة الفرض الصفرى (٣) .

### الخطأ المعياري

تعتمد فكرة الخطأ المعياري المقاييس الإحصائية المختلفة على التوزيع التكرارى لتلك المقاييس . فإذا اخترنا بعض العينات المتساوية في عدد أفرادها ، وكان الاختيار من أصل واحد ، ثم حسبنا مثلاً متوسطات تلك العينات ، فإن التوزيع التكرارى لتلك المتوسطات يميل إلى أن يكون اعتدالياً في توزيعه . وكلما كان حجم تلك العينات كبيراً ، أى كلما كثر عدد أفرادها ، صغر انحرافها المعيارى وضاق تباعاً لذلك انحرافها عن متوسطها العام . والشكل التالى يوضح هذه الفكرة (٣) .

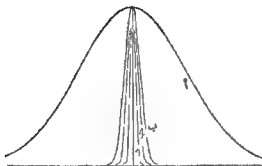
Confidence Limits

Null Hypothesis

(٢) حدود الثقة

(٣) الفرض الصفرى

Dawson, S, An Introduction to the Computation of Statistics, 1933 P, 96.



( شكل ٣٤ )

علاقة التوزيع التكرارى لموسطات العينات بعدد أفرادها

وبدل المنحنى ١ على التوزيع التكرارى للأصل ، وبدل المنحنى ب على التوزيع التكرارى لموسطات العينات التى يساوى عدد أفراد كل منها ٤ فرداً ، وبدل المنحنى ج على التوزيع التكرارى لموسطات العينات التى يساوى عدد أفراد كل منها ١٠٠ فرد ، وبدل المنحنى د على التوزيع التكرارى لموسطات العينات التى يساوى عدد أفراد كل منها ٤٠٠ فرد . وهكذا نرى أن الانحراف المعياري لتلك التوزيعات يضيق ويصغر كلما كثر عدد أفرادها . أى أن انحراف متوسطات العينات عن المتوسط الحقيقى يتناسب تناسباً عكسياً مع عدد أفراد تلك العينات .

وقد كشفت الأبحاث الإحصائية الرياضية عن الصور المختلفة لهذا التناسب ، وهكذا نستطيع أن نعتمد على نتائج تلك الأبحاث فى قياسنا للأخطاء المعيارية للمتوسط والمقاييس الإحصائية المختلفة .

## الخطأ المعياري للمتوسط

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعياري للمتوسط على الانحراف المعياري للعينة وعلى عدد أفرادها ، وهو يتناسب تناسباً طردياً مع الانحراف المعياري ، وتناسباً عكسياً مع الجذر التربيعي لعدد أفراد العينة ، أي أن

$$\frac{\text{الانحراف المعياري للعينة}}{\text{الجذر التربيعي لعدد أفراد العينة}} = \text{الخطأ المعياري للمتوسط}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{n}}$$

حيث يدل الرمز ع على الخطأ المعياري للمتوسط .

فإذا كان متوسط درجات إحدى العينات يساوي ٢٩,٥٥

والانحراف المعياري لهذه الدرجات يساوي ٨,٩٨

وعدد أفراد العينة يساوي ٣٥٠

$$\therefore \text{ع} = \frac{8,98}{\sqrt{350}}$$

$$= \frac{8,98}{18,7082}$$

$$= 0,48 \text{ تقريباً}$$

أي أن الانحراف المعياري للعينات التي تنتمي إلى الأصل الذي اخترنا منه

هذه العينة يساوي ٠,٤٨ . وبذلك يصبح الخطأ المعياري لمتوسط هذه العينة

يساوي ٠,٤٨ أي أن حدود هذا المتوسط هي :

$$\text{المتوسط} \pm \text{الخطأ المعياري} = 29,55 \pm 0,48$$

$$= 29,07$$

و المتوسط -- الخطأ المعياري  $= ٨,٩٨ - ٠,٤٨$

$$= ٨,٥٠$$

وبذلك تمتد القيمة العددية لمتوسط هذه العينة من ٨,٥٠ إلى ٩,٤٦  
وبما أن التوزيع التكرارى للمتوسطات يميل إلى أن يكون اعتدالياً  
في شكله العام ؛ وبما أن المساحة الاعتدالية المحصورة بين - ع ، + ع في  
التوزيع الاعتدالى تساوى ٦٨ ٪ كما يدل على ذلك جدول المساحات المعيارية  
المبين بملحق الجداول الإحصائية النسبية (جدول ٤) أو جدول الارتفاعات  
المعيارية المبين أيضاً بملحق الجداول الإحصائية النسبية (جدول ٣) . وبذلك  
تصبح نسبة المساحة الاعتدالية المحصورة بين - ع ، + ع إلى المساحة الكلية  
حوالى ٢ : ٣ واحتمال وقوع المتوسط خارج هذا المدى هو ١ : ٣ أى أن نسبة  
احتمال وجود هذا المتوسط في هذا المدى إلى احتمال عدم وجوده في هذا المدى  
تساوى ٢ : ١

وهكذا نستطيع أن نقرر الدلالة الإحصائية لمتوسط تلك العينة وذلك  
بالاستعانة بالخطأ المعياري .

### الخطأ المعياري للوسيط

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعياري للوسيط على نفس الفكرة التي اعتمدنا  
عليها في قياسنا للخطأ المعياري للمتوسط . أى على التوزيع التكرارى للوسيط  
الذى نحسبه من العينات التى تلتقى في جوهرها لأصل واحد ، وعلى الانحراف  
المعياري لتوزيع ذلك الوسيط . أى أن هذه الطريقة تعتمد على انحراف وسيط  
العينة عن المتوسط العام للعينات . لأن التوزيع التكرارى للوسيط يميل إلى  
أن يكون اعتدالياً في شكله العام . وبما أن الوسيط ينطبق على المتوسط في

التوزيع الاعتدال . إذن يقاس انحراف وسيطة العينة عن المتوسط العام كما قدسنا انحراف متوسط العينة عن المتوسط العام .

ولذا نقيس المعادلة التي تدل على الخطأ المعياري للوسيط بمعادلة الخطأ المعياري للمتوسط مع تعديل بسيط في بعض نواحيها .  
وتتضمن هذه المعادلة في الصورة التالية :

الخطأ المعياري للوسيط  $\approx ١,٢٥٣ \times$  الخطأ المعياري للمتوسط

$$\therefore \text{ع ٤} \quad \frac{e}{\sqrt{n}} \times ١,٢٥٣ =$$

حيث يدل الرمز ع على الخطأ المعياري للوسيط

$$٢٣,٦ = \text{فإذا كان الوسيط}$$

$$٥,٧ = \text{والانحراف المعياري}$$

$$١٠٠ = \text{ومدد أفراد العينة}$$

$$\therefore \text{ع ٥} \quad \frac{٥,٧}{\sqrt{١٠٠}} \times ١,٢٥٣ =$$

$$\frac{٧,١}{١٠} =$$

$$٠,٧١ = \therefore \text{ع ٦}$$

إذن حدود هذا الوسيط هي

$$\text{الوسيط} + \text{الخطأ المعياري} = ٠,٧١ + ٥,٧ = ٦,٤١$$

$$\text{الوسيط} - \text{الخطأ المعياري} = ٥,٧ - ٠,٧١ = ٤,٩٩$$

وبذلك تمتد القيمة العددية لوسيط هذه العينة من ٤,٩٩ إلى ٦,٤١ ونقتناني احتمال وقوع الوسيط في هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا المدى هي ٢ إلى ١ .



## الخطأ المعياري للانحراف المعياري

تعتمد طريقة قياس الخطأ المعياري للانحراف المعياري على التوزيع التكراري للانحرافات المعيارية التي نحسبها للعينات المختلفة التي تنتمي في جوهرها إلى أصل واحد . ويميل هذا التوزيع لأن يكون اعتدالياً ، ومثله في ذلك كمثل التوزيعات التكرارية للمتوسط والوسيط .

وتمتلك معادلة الخطأ المعياري للانحراف المعياري في الصورة التالية .

$$\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الخطأ المعياري للانحراف المعياري}} = \frac{\text{الجزر التربيعي لضعف عدد أفراد العينة}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{e}{\sqrt{2}} = e \cdot 0.707$$

حيث يدل الرمز  $e$  على الخطأ المعياري للانحراف المعياري

ويدل الرمز  $e$  على الانحراف المعياري

فإذا كان الانحراف المعياري  $= 0.82$

وكان عدد أفراد العينة  $= 350$

فإن الخطأ المعياري للانحراف المعياري يحسب بالطريقة التالية

$$\frac{0.82}{\sqrt{350 \times 2}} = e$$

$$\frac{0.82}{\sqrt{700}} =$$

$$٠,٢٢ = ع$$

إذن حدود هذا الانحراف المعياري هي

$$\text{الانحراف المعياري} + \text{الخطأ المعياري} = ٠,٢٢ + ٥,٨٢$$

$$= ٦,٠٤$$

$$\text{الانحراف المعياري} - \text{الخطأ المعياري} = ٥,٨٢ - ٠,٢٢$$

$$= ٥,٦٠$$

وبذلك تمتد القيمة العددية لهذا الانحراف المعياري من ٥,٦٠ إلى ٦,٠٤ ؛  
وثقنا في احتمال وقوع الانحراف المعياري في هذا المدى إلى وقوعه خارج  
هذا المدى هي ٢ إلى ١

### الخطأ المعياري للنسبة

اعتمادا على النسب المختلفة في حسابنا للارتباط الثنائي بنوعه، وفي تفسيرنا  
لبعض الظواهر النفسية ، ومن الأمثلة التي توضح فائدة النسب المختلفة في  
الوصف والتحليل الإحصائي نسبة النجاح في أى امتحان إلى المجموع الكلي  
للأفراد ، أو نسبة الإجابات الصحيحة على أى سؤال من أسئلة إحدى  
الاختبارات إلى المجموع الكلي للإجابات أو نسبة الإجابات الخاطئة إلى هذا  
المجموع الكلي . وسنتمد على هذه النسب بعد ذلك في تحديد مستوى سهولة  
الأسئلة أو صعوبتها ، فإذا أجاب ٦٠ طالبا إجابة صحيحة على سؤال ما ، وكان  
عدد الطلاب يساوي ١٠٠ فإن نسبة سهولة هذا السؤال تساوي  $\frac{٦٠}{١٠٠}$  أو ٠,٦  
وبذلك تصبح نسبة الصعوبة مساوية لـ ٠,٤ لأن  $٠,٦ + ٠,٤ = ١$

ويقاس الخطأ المعياري للنسبة بالمعادلة التالية .

$$\sqrt{\frac{\text{نسبة الاستجابات الصحيحة} \times \text{نسبة الاستجابات الخاطئة}}{\text{عدد الأفراد}}} = \text{الخطأ المعياري للنسبة}$$

$$\sqrt{\frac{b \times 1}{n}} = \quad \therefore \quad ١٤$$

حيث يدل الرمز  $n$  على الخطأ المعياري للنسبة  
ويدل الرمز  $b$  على نسبة الاستجابات الصحيحة إلى المجموع الكلي للاستجابات  
ويدل الرمز  $1$  على نسبة الاستجابات الخاطئة إلى المجموع الكلي للاستجابات  
وحيث أن  $b = ١ + ٠$

فإذا كانت نسبة الإجابات الصحيحة =  $٠,٦٣$

$\therefore$  نسبة الإجابات الخاطئة =  $٠,٣٧ = ٠,٦٣ - ١$

وكان عدد الأفراد =  $١٠٠$

$$\sqrt{\frac{٠,٣٧ \times ٠,٦٣}{١٠٠}} = \quad \therefore \quad ١٤$$

$$\sqrt{\frac{٠,٢٣٣١}{١٠٠}}$$

$$\therefore \quad ١٤ = ٠,٠٤٨$$

هذا ويتماد تفسير هذا الخطأ المعياري على نفس الفكرة التي اعتمدنا عليها  
في تفسيرنا للأخطاء المعيارية للمتوسط ، والوسيط ، والانحراف المعياري .

## الخطأ المعياري لفروق المتوسطات

يميل التوزيع التكرارى لفروق المتوسطات إل أن يكون اعتدالياً في شكله العام . ويزداد هذا الميل نحو الصورة الاعتدالية كلما كثر عدد أفراد العينة ، وخاصة عندما يتجاوز هذا العدد ٣٠ فرداً في كل عينة من تلك العينات .

ولذا يخضع الخطأ المعياري لفروق المتوسطات لنفس التفسيرات الإحصائية التي خضعت لها الأخطاء المعيارية السابقة .

ولهذه الفروق أهميتها في المقارنات النفسية والتربوية والاجتماعية كمقارنة القدرة العددية عند البنات بالقدرة العددية عند البنين ، ومقارنة إحدى نتائج طرق التدريس بنتاج طريقة أخرى ، ومقارنة العلاقات الاجتماعية في جماعة ما بالعلاقات الاجتماعية في جماعة أخرى .

هذا وتختلف طريقة حساب الخطأ المعياري لفروق المتوسطات تبعاً لاختلاف العلاقة القائمة بين العينات التي تقارن متوسطاتها . ولذا يحسب الخطأ المعياري لمتوسطات العينات المرتبطة بطريقة تختلف عن حساب الخطأ المعياري لمتوسطات العينات غير المرتبطة .

## الخطأ المعياري لفروق المتوسطات المرتبطة

يحسب الخطأ المعياري لفروق متوسطات العينات المرتبطة بالمعادلة التالية

$$\sqrt{12 \times 12 \times 2 - 12^2 + 12^2} = 12$$

حيث يدل الرمز  $\epsilon_2 - \epsilon_1$  على الخطأ المعياري لفرق متوسط العينة الأولى من العينة الثانية

ويدل الرمز  $\epsilon_2$  على الخطأ المعياري لمتوسط العينة الثانية

ويدل الرمز  $\epsilon_1$  على الخطأ المعياري لمتوسط العينة الأولى

ويدل الرمز  $r$  على معامل ارتباط درجات العينة الأولى بدرجات العينة الثانية

وسيدرك القارئ أن  $\epsilon_2 - \epsilon_1$  تساوى  $\epsilon_1 - \epsilon_2$  لأن نفس الرموز القائمة تحت علامة الجذر التربيعي تبقى كما هي إذا أعيد كتابة المعادلة السابقة في الصورة التالية.

$$\epsilon_2 - \epsilon_1 = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 - 2 \times \epsilon_1 \times \epsilon_2 \times r}$$

$$\epsilon_2 - \epsilon_1 = \epsilon_1 - \epsilon_2$$

وسنستعين بهذه المعادلة في قياس أثر التدريب على القدرة الحسابية عند تلاميذ الفرقة الخامسة بالمرحلة الابتدائية . والبيانات التالية توضح نتائج هذه التجربة .

متوسط درجات الطلبة قبل التدريب  $\epsilon_1 = 14,3$

الانحراف المعياري لدرجات الطلبة قبل التدريب  $\epsilon_2 = 3,1$

متوسط درجات الطلبة بعد التدريب  $\epsilon_1 = 16,4$

الانحراف المعياري لدرجات الطلبة بعد التدريب  $\epsilon_2 = 3,8$

معامل ارتباط درجات الطلبة قبل التدريب بدرجات الطلبة بعد التدريب

$$r = 0,73$$

عدد أفراد العينة  $n = 100$

∴ الخطأ المعياري لمتوسط الدرجات قبل التدريب  $١٤٠$

$$٠,٣١ = \frac{٣,١}{١٠٠\sqrt{}}$$

والخطأ المعياري لمتوسط الدرجات بعد التدريب  $٢٤٠$

$$٠,٣٨ = \frac{٣,٨}{١٠٠\sqrt{}}$$

وبذلك يحسب الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين بالطريقة التالية :-

$$\begin{aligned} ١٤٠ \times ٠,٣١ \times \sqrt{٢} - ١٤٠ + ٢٤٠ \sqrt{٢} &= ٢٤٠ - ١٤٠ \\ \frac{٠,٣١ \times ٠,٣٨ \times ٠,٧٣ \times \sqrt{٢} - ٠,٣١ + ٠,٣٨ \sqrt{٢}}{٠,١٧٤٠ - ٠,٢٤٠٠} \sqrt{٢} &= \\ \frac{٠,٠٦٨٥}{٠,٠٦٨٥} \sqrt{٢} &= \\ ٠,٢٦ = ٢٤٠ - ١٤٠ & \end{aligned}$$

أي أن الخطأ المعياري للفرق بين متوسطات الدرجات بعد التدريب وقبله  
يساوي  $٠,٢٦$

وبذلك يصبح الانحراف المعياري لفرق متوسطات تلك العينات مساوياً  
له  $٠,٢٦$

لكن فرق المتوسطات في مثالنا هذا يحسب بالطريقة التالية

$$١٤,٢ - ١٦,٤ = ٢,٢$$

$$\therefore \text{الفرق} = ٢,٢$$

والمشكلة الإحصائية التي نواجهها الآن هي الحكم على دلالة هذا الفرق ، وإلى أى حد يختلف عن الصفر . أى هل ترجع هذه القيمة العددية المساوية لـ ٢,٢ إلى الصدفة وبذلك يصبح الفرق في حقيقته مساوياً للصفر ؟ أما أنها ترجع إلى ناحية أساسية تدل على أثر ذلك التدريب ؟

وخير طريقة لمعالجة هذه المشكلة هي طريقة الفرض الصفرى .

فلنفرض أن متوسط التوزيعات التكرارية لهذه الفروق يساوى صفراً ولنحسب بعد ذلك مدى اقتراب أو ابتعاد الفرق المساوى لـ ٢,٢ في مثالنا هذا من المتوسط الفرضى المساوى للصفر ، لتدرك من ذلك دلالاته الإحصائية .

لكن الانحراف المعياري للتوزيعات التكرارية لتلك الفروق هو نفسه الخطأ المعياري للفرق الذي حصلنا عليه تجريبياً بين المتوسطين . إذن نستطيع أن نحسب مدى الثقة في هذا الفرق وذلك بتحويله إلى درجات معيارية ونسبته إلى المنحنى الاعتمالى المعيارى .

$$\text{رَبْمَا أَن الدَّرَجَةُ المَعْيَارِيَّة} = \frac{\text{الدرجة} - \text{للتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{وبما أن هذه الدرجة في مثالنا هذا} = ٢,٢$$

$$\text{والتوسط} = \text{صفر}$$

$$\text{والانحراف المعياري} = ٠,٢٦$$

$$\therefore \text{الدرجة المعيارية المقابلة لـ } ٢,٢ = \frac{٢,٢ - \text{صفر}}{٠,٢٦}$$

$$= ٨,٥ \text{ تقريباً}$$

لكن الدرجة المعيارية التي تساوى  $٨,٥$  والتي قد تقع على بين المتوسط فتصبح موجبة فتساوى  $+ ٨,٥$  والتي قد تقع على يسار المتوسط فتصبح سالبة ، فتساوى  $- ٨,٥$  تستغرق تقريباً كل المساحة الاعتدالية التي تقع تحت المنحنى الاعتدالى المعيارى . أى أننا نستطيع أن نقرر أن هذا الفرق يرجع إلى فرق أصيل ولا يرجع إلى مجرد الصدفة .

وعندما تصبح هذه الدرجة المعيارية مساوية لـ  $٢,٥٨$  بدلاً من  $٨,٥$  ، فإن المساحة الاعتدالية المعيارية التي تقع بين  $- ٩٢,٤٨$  و  $+ ٢,٥٨$  تصبح مساوية  $٠,٩٩٠٢$  . كما يدل على ذلك جدول الارتفاعات المعيارية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية في جدول رقم (٣) ، الذى يوضح الدرجات المعيارية والمساحات المحصورة بين تلك الدرجات والمتوسط . وبما أن المساحة المحصورة بين الدرجة المعيارية المساوية  $(٢,٥٨)$  والمتوسط تساوى  $٠,٤٩٥١$  . كما يدل على ذلك جدول رقم ٣ الذى أشرنا إليه . إذن فالمساحة المحصورة بين  $- ٩٢,٥٨$  و  $+ ٢,٥٨$  تساوى ضعف تلك المساحة أى  $٠,٩٩٠٢$  . إذن فالمساحة التى تقع خارج تلك الحدود تصبح مساوية لـ  $١ - ٠,٩٩٠٢ = ٠,٠١$  .

وبذلك يصبح احتمال وجود الفرق الجوهري الذى تدل عليه الدرجة المعيارية  $٢,٥٨$  مساوياً  $٠,٠١\%$  وإحتمال عدم وجود هذا الفرق مساوياً لـ  $٩٩\%$  .

وتسمى هذه الأفكار التى استعنا بها فى فهم الدلالة الإحصائية لفرق المتوسطات بالفرض الصغرى لأننا إعتدنا على صفر التوزيع الإعتدالى المعيارى فى الحسب على مدى انحراف الفرق التجريبي للمتوسطات عن هذا الصفر . وتسمى الخطوة التالية لذلك فى تحليلنا السابق بحدوث الثقة ، لأننا اعتمدنا على تلك الحدود فى الحسب على قوة احتمال ثقتنا فى وجود الفرق أو احتمال ثقتنا فى عدم وجود الفرق .



وعندما تصبح هذه الدرجة المعيارية مساوية لـ ١,٩٦ بدلا من ٨,٥ فإن المساحة الاحتمالية المحصورة بين - ١,٩٦ + ٩,٩٦ تصبح مساوية ٠,٩٥٠ أى أن المساحة التى تقع خارج هذا النطاق تصبح مساوية لـ ١ - ٠,٩٥٠ = ٠,٠٥

وبذلك يصبح احتمال وجود الفرق الجوهري الذى تدل عليه الدرجة المعيارية ١,٩٦ مساوياً ٩٥٪ واحتمال عدم وجود هذا الفرق مساوياً لـ ٥٪ وهكذا يصطلح الإحصائيون على تلك الحدود فى الحكم على دلالة الفروق وبذلك تلخص حدود الثقة فيما يلى :

١ - الحد الأدنى للدلالة يقع عند الدرجة المعيارية ١,٩٦ ويؤدى إلى ٥٪ شك وإلى ٩٥٪ ثقة .

٢ - الحد العلوى للدلالة يقع عند الدرجة المعيارية ٢,٥٨ ويؤدى إلى ١٪ شك وإلى ٩٩٪ ثقة .

وعندما تقل الثقة عن ٩٥٪ لالاستطيع أن نقرر مدى تمايز الفرق القائم عن الصفر ، وعندما تزيد الثقة عن ٩٩٪ نستطيع أن نقرر بتأكيد أكثر من ٩٩٪ مدى تمايز الفرق القائم عن الصفر .

وقد سمى الدرجة المعيارية لفروق المتوسطات بالنسبة الحرجة (١) لأنها تقرر دلالة تلك الفروق . أى أن .

$$\frac{\text{لرق المتوسطين}}{\text{الخطأ المعياري لفرق المتوسطين}} = \text{النسبة الحرجة}$$

$$= \frac{ص_٢ - ص_١}{ع_ص - ع_ص}$$

(١) النسبة الحرجة Critical Ratio

وبذلك تصبح النسبة الحرجة في مثالنا السابق مساوية لـ

$$\begin{aligned} \frac{164 - 142}{\sqrt{26}} &= \text{النسبة الحرجة} \\ \frac{22}{\sqrt{26}} &= \\ 8.5 &= \end{aligned}$$

وهذه هي نفس الطريقة التي حسبنا بها الدرجة المعيارية المقابلة لـ ٢,٢. أى.  
الدرجة المعيارية المقابلة لفرق المتوسط .

ب - الخطأ المعياري لفرق المتوسطات غير المرتبطة

إذا كنا نقارن متوسط درجات طلبة فصل ما في إحدى الاختبارات النفسية  
بدرجات طلبة فصل آخر في نفس هذا الاختبار فإننا لا نستطيع أن نحسب  
الارتباط بين درجات الفصلين لأن هذا الارتباط يعتمد على مقارنة درجات كل  
طالب في كل مرة نختبره فيها بدرجاته في المرات الأخرى التي تلي هذا الاختبار  
أى أن الارتباط بين درجات طلبة الفصل الأول في هذا الاختبار وطلبة الفصل  
الثاني في نفس هذا الاختبار يصبح مساوياً للصفر .

وبما أن معادلة الخطأ المعياري لفرق المتوسطات المرتبطة تنلخص في :-

$$\sqrt{e_1^2 + e_2^2} = 2 - 2 \times r \times e_1 \times e_2$$

وبما أن  $r = \text{صفر}$

$$200 \times r \times e_1 \times e_2 = \text{صفر}$$

وبذلك تصبح معادلة الخطأ المعياري لفرق المتوسطات غير المرتبطة  
مساوية لـ

$$\sqrt{1.2^2 + 2.2^2} = 2.4$$

وسنستعين بهذه المعادلة في حساب دلالة الفرق بين متوسط تحصيل الفصل الأول في الحساب ومتوسط تحصيل الفصل الثاني في نفس هذه المادة ، كما يدل على ذلك البيانات العددية التالية :

متوسط درجات طلبة الفصل الأول في اختبار الحساب  $14 = 12$

الانحراف المعياري لدرجات الفصل الأول  $2.1 = 1.2$

عدد تلاميذ الفصل الأول  $49 = 12$

متوسط درجات طلبة الفصل الثاني في اختبار الحساب  $17 = 12$

الانحراف المعياري لدرجات الفصل الثاني  $2.8 = 2.2$

عدد تلاميذ الفصل الثاني  $49 = 22$

$$\frac{2.1}{49} \sqrt{V} = 1.2 \text{ الفصل الأول } 1.2$$

$$\frac{2.1}{V}$$

$$0.3 =$$

$$\frac{2.8}{49} \sqrt{V} = 2.2 \text{ الفصل الثاني } 2.2$$

$$\frac{2.8}{V} \sqrt{V}$$

$$0.4 =$$

$$\sqrt{0,3+0,4} = 1,2 - 1,2 \text{ ع } \quad \therefore \text{الحتم المبعارى للفرق بين المتوسطين}$$

$$0,09+0,16 =$$

$$0,25 =$$

$$0,5 =$$

$$14 - 17 = 12 - 12 \quad \text{وبما أن الفرق بين المتوسطين هو}$$

$$3 =$$

$$\frac{12-12}{12-12} =$$

لكن النسبة الحرجة

$$\therefore \text{النسبة الحرجة} = \frac{2}{0,5}$$

$$4 =$$

وبما أن القيمة العددية لهذه النسبة تزيد عن الحد الأعلى للثقة بكثير ، وذلك لأن الحد الأعلى للثقة في إحتيال وجود فرق جوهري هو ٩٩٪ أى عند الدرجة المعيارية أو النسبة الحرجة التى تساوى ٢,٥٨ وبما أن هذه النسبة التى حصلنا عليها فى مثالنا هذا تساوى ٤ إذن نستطيع أن نقرر أن هناك فرقاً جوهرياً بين تحصيل تلاميذ الفصل الأول وتلاميذ الفصل الثانى فى مادة الحساب ؛ أى أن ذلك الفرق المساوى لـ ٣ لا يرجع إلى الصدفة . أى أنه لا يساوي صفراً وذلك لأن لقيمتة العددية دلالة إحصائية كبيرة .

## الخطأ المعياري لفرق الانحرافات المعيارية

تقاس الدلالة الإحصائية لفرق الانحرافات المعيارية بنفس الطرق التي استعملناها في قياس دلالة فروق المتوسطات . وبذلك يدل الخطأ المعياري لفرق الانحرافات المعيارية على الثقة التي تساوي ٢ والشك الذي يساوي ١ أي أن نسبة احتمال الثقة إلى الشك كنسبة ٢ إلى ١ . وعندما تضرب هذا الخطأ المعياري في ١,٩٦ فإن هذا الاحتمال يرتفع إلى ٩٥٪ ثقة ٥٪ شك ، وعندما تضرب الخطأ المعياري في ٢,٥٨ فإن الاحتمال يرتفع إلى ٩٩٪ ثقة ١٪ شك وبذلك ننخفض حدود الدلالة الإحصائية لنفس فكرة حدود الثقة التي بينها قبل ذلك في تحليلنا لدلالة فروق المتوسطات .

## الخطأ المعياري لفرق الانحرافات المعيارية المرتبطة

يُقاس الخطأ المعياري لفرق الانحرافات المرتبطة بالمعادلة التالية .

$$e_{٢-١} = \sqrt{e_{٢}^2 + e_{١}^2} - ٢ \times e_{٢} \times e_{١} \times r$$

حيث يدل الرمز  $e_{٢}$  على الخطأ المعياري لفرق الانحرافين المعيارين  $e_{١}$  و  $e_{٢}$

ويدل الرمز  $r$  على الخطأ المعياري للانحراف المعيارى  $r$

ويدل الرمز  $e_{١}$  على الخطأ المعياري للانحراف المعيارى  $e_{١}$

ويدل الرمز  $r$  على معامل ارتباط الاختبارين أو المقاييس أو الظاهرتين .

ب - الخطأ المعياري لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة

يقاس الخطأ المعياري لفروق الانحرافات المعيارية غير المرتبطة  
بالمعادلة التالية

$$\sqrt{e_1^2 + e_2^2} = e - 1$$

وذلك لأن  $r = 0$  = صفر

$$2.0 \times r_1 \times e_1 \times e_2 = 0 = \text{صفر}$$

وهكذا نحصل معادلة الخطأ المعياري لفروق الانحرافات المعيارية غير  
المرتبطة إلى تلك الصورة التي يتلشى فيها الحد المرتبط بـ  $r$ .

### الخطأ المعياري للارتباط

يختلف التوزيع التكراري للارتباط عن التوزيع التكراري المتوسط  
والوسيط والانحراف المعياري والنسبة. وذلك لأن الارتباطات العالية تميل  
إلى الالتواء الشديد في توزيعها التكراري وخاصة عندما تقترب قيمها العددية  
من الواحد الصحيح ويتأثر شكل التوزيع أيضاً بعدد أفراد العينة. وعندما  
يقبل هذا العدد عن 30 فإن التوزيع يميل أيضاً إلى الالتواء.

ولذا تختلف طرق حساب الأخطاء المعيارية للارتباط تبعاً لاختلاف نوع  
الارتباط وقيمتها العددية. وسنقتصر في تحليلنا التالي على الارتباط التناهي  
لأنه أكثرها شيوعاً وأدقها تقديراً.

ويقاس الخطأ المعياري للارتباط العادي الذي لا يقترب من الصفر أو

الواحد الصحيح بالطريقة العادية التي اتبعناها في حساب الأخطاء المعيارية للمقاييس الإحصائية المختلفة . ويقاس الخطأ المعياري للارتباط الكبير الذي يقترب من الواحد الصحيح بطريقة المقابلات اللوغاريتمية لهذا الارتباط لأن توزيعها أكثر اعتدالاً من التوزيع التكراري للارتباط .

ويقاس الخطأ المعياري للارتباط الصغير الذي يقترب من الصفر بطريقة الفرض الصغرى لمعرفة ما إذا كان الارتباط في جوهره يساوي صفرًا أم أن لقيمته العددية الصغيرة دلالة إحصائية تصلح للتفسير.

## ١ - الخطأ المعياري للارتباط العادي

يقاس الخطأ المعياري لهذا الارتباط بالمعادلة التالية :

$$\frac{1 - r^2}{\text{الجذر التربيعي لعدد الأفراد}} = \text{الخطأ المعياري للارتباط التتابعي}$$

$$\frac{1 - r^2}{n} = \text{ع.م.}$$

حيث يدل الرمز ع.م. على الخطأ المعياري لمعامل الارتباط .

فإذا كان معامل الارتباط التتابعي = ٠,٦

وكان عدد أفراد العينة = ٤٠٠

$$\frac{1 - 0,6^2}{400} = \text{ع.م.}$$

$$\frac{0.36 - 1}{20} =$$

$$\frac{0.64}{20} =$$

$$0.032 = \text{ع.م.}$$

ويتمدد تفسير هذا الخطأ المعياري على نفس الفكرة التي أعتمدنا عليها في تفسيرنا للأخطاء المعيارية السابقة .

### ب - الخطأ المعياري للارتباط الكبير

يقاس الخطأ المعياري للارتباطات الكبيرة بطريقة المقابلات اللوغاريتمية ، تلك الارتباطات . وتتلخص خطوات هذه الفكرة في تحويل الارتباط من إلى المقابل اللوغاريتمي ثم حساب الخطأ المعياري ع من وذلك نستطيع أن نمسك على الدلالة الإحصائية ع من .

ويقاس الخطأ المعياري للمقابلات اللوغاريتمية بالمعادلة التالية

$$\text{ع من} = \frac{1}{\sqrt{3 - n}}$$

فإذا كان معامل الارتباط التناهي  $0.84 =$

فإن المقابل اللوغاريتمي  $1.22 =$



كما يدل على ذلك جدول (١٣) المبين بملحق الجداول الإحصائية النسبية  
 وكان عدد الأفراد  $n = ٦٧$   
 فإن الخطأ المعياري للمقابل اللوغاريتمي بالطريقة التالية

$$ع\ س = \frac{1}{\sqrt{٦٧ - ٣}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{٦٤}} =$$

$$\frac{1}{8} =$$

$$ع\ س = ٠,١٢٥$$

وبذلك تصبح حدود هذا الخطأ المعياري كما يلي :

$$\text{المقابل اللوغاريتمي} + \text{الخطأ المعياري} = ١,٢٢ + ٠,١٢٥$$

$$= ١,٣٤٥$$

$$\text{والمقابل اللوغاريتمي} - \text{الخطأ المعياري} = ١,٢٢ - ٠,١٢٥$$

$$= ١,٠٩٥$$

أى أن القيمة العددية للمقابل اللوغاريتمي تمتد من ١,٠٩٥ إلى ١,٣٤٥  
 وثقتنا في وقوع هذا المقابل اللوغاريتمي في هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا  
 المدى هي ٢ إلى ١ .

وبما أننا نهدف إلى معرفة الأخطاء المياريّة وحدود الدلالة الإحصائية  
 لمعامل الارتباط إذن فعلينا أن نجد القيم العددية التي تدل على تلك المقابلات

اللوغاريتمية . وسنستعين بمجدول ١٣ المبين بملحق الجداول الإحصائية النسبية لهذا التحويل .

وبما أن الحد الأدنى للمقابل اللوغاريتمى  $= ١,٠٩٥$

إذن الحد الأدنى لمعامل الارتباط  $= ٠,٨٠$

وبما أن الحد الأعلى للمقابل اللوغاريتمى  $= ١,٤٤٥$

إذن الحد الأعلى لمعامل الارتباط  $= ٠,٨٧$

وبذلك تمتد القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى يساوى  $٠,٨٤$  من  $٠,٨٠$  إلى

$٠,٨٧$  ، ونقتنا فى وقوع الارتباط فى هذا المدى إلى وقوعه خارج هذا المدى من  $١$  إلى  $٠$  .

د - الخطأ المعيارى للارتباط الصغير

يقاس الخطأ المعيارى للارتباطات الصغيرة بطريقة الفرض الصغرى ،

ونتخلص فكرة هذه الطريقة فى الخطوات التالية :

بما أن الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط  $= \frac{٢,٣ - ١}{\sqrt{n}}$

وبما أننا نفرض أن  $r = ٠$  صفر

إذن الخطأ المعيارى للارتباط المساوى للصفر  $= \frac{١}{\sqrt{n}}$

فإذا كان عدد أفراد العينة  $= ١٠٠$

إذن فالخطأ المعيارى للارتباط المساوى للصفر  $= \frac{١}{\sqrt{١٠٠}}$

$= ٠,١$

فإذا كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط الذى نحسب دلالاته الإحصائية

أكبر من  $٠,١$  ، فإننا نستطيع أن نقرر أن نسبة ثقتنا فى أن هذا الارتباط

أكبر من أن يساوى صفرأ إلى احتمال مساوئه للصفر من  $٢$  إلى  $١$  .

وإذا نقصت القيمة العددية للارتباط عن ٠,١ فإننا نستطيع أن نقرر أنه يساوى صفراً .

هذا وفي مقدورنا أن نمتد بحدود الدلالة الإحصائية إلى ٩٥ ٪ ثقة، ٥ ٪ شك، وذلك بحساب القيمة العددية للخطأ المعياري الذي يمتد إلى ١,٩٦ كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا المفسرة حدود الدلالة الإحصائية والفرض الصفري لفروق المتوسطات .

وبما أن الخطأ المعياري للارتباط يدل على الانحراف المعياري لتوزيع معاملات الارتباط .

$$\text{إذن فالخطأ المعياري الذي يمتد إلى } ١,٩٦ \text{ درجة معيارية} = ١,٩٦ \times ٠,١ \\ = ٠,١٩٦$$

فإذا كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط الذي نحسب دلالاته الإحصائية أكبر من ٠,١٩٦ فإننا نستطيع أن نقرر أن ثقتنا في أن هذا الارتباط لا يساوى صفراً هي ٩٥ ٪ وإحتمال مساواته للصفر ٥ ٪

$$\text{ونستطيع أيضاً أن نمتد بحدود الثقة إلى مستوى } ٩٩ \text{ ٪ ثقة، } ١ \text{ ٪ شك} \\ \text{أي أن الخطأ المعياري الذي يمتد إلى } ٢,٥٨ \text{ درجة معيارية} = ٢,٥٨ \times ٠,١ \\ = ٠,٢٥٨$$

فإذا كانت القيمة العددية لمعامل الارتباط الذي نحسب دلالاته الإحصائية أكبر من ٠,٢٥٨ استطعنا أن نقرر أن ثقتنا في أن هذا الارتباط لا يساوى صفراً هي ٩٩ ٪ وإحتمال مساواته للصفر ١ ٪

وهكذا نرى أن فكرة حساب حدود الثقة للفرض الصفري ترتبط ارتباطاً

مباشراً بعدد أفراد العينة وقد حسب الأمر<sup>(١)</sup> H. A. Wallace وسنديكور G. W. Snedecor الدلالة الإحصائية للارتباط الذي يريد في قيمته العددية عن الصفر ، وبذلك نستطيع أن نقرر مباشرة الفرض الصفرى لمعاملات الارتباط كما يدل على ذلك جدول ( ١٧ ) المبين بملحق الجداول الإحصائية لنفسية .

والمثال التالى يوضح طريقة قراءة ذلك الجدول

إذا كان معامل الارتباط  $r = 0.4$

وكان عدد الأفراد  $N = 47$

فإن درجات الحرية  $df = 47 - 2$

$= 45$

لأن حساب الارتباط يعتمد على إزدواج درجات المقياس الأول بدرجات المقياس الثانى بالنسبة لجميع الأفراد ، أى أن عدد القيود الإحصائية يساوى ٢ ولذا طرحنا ٢ من عدد الأفراد لنحسب بذلك درجات الحرية ولستطيع قراءة ذلك الجدول الذى يعتمد فى مدخله على تلك الدرجات كما يدل على ذلك العمود الأول فى جدول ١٧ المبين بملحق الجداول الإحصائية

هذا ويدل العمود الثانى على الدلالة الإحصائية التى تمتد حدودها إلى ٠.٩٥ / ثقة ، ٠.٥ / شك ،

ويدل العمود الثالث على الدلالة الإحصائية التى تمتد حدودها إلى ٠.٩٩ / ثقة ، ٠.١ / شك .

(1) Wallace, H. A., and Snedecor, G. W. Correlation and Machine Calculation, 1931 .

وهكذا نرى أنه عندما تصبح درجات الحرية مساوية ٥ فإن الحد الأدنى للدلالة الإحصائية الذي يقع عند ٩٥٪ ثقة ، ٥ ، ٠٪ شك يدل على أن القيمة العددية للارتباط يجب أن تساوي ٠,٢٨٨. أو تزيد عن هذه القيمة حتى نستطيع أن نقرر أن الارتباط أكبر من أن يساوي صفراً . ونرى أيضاً أن الحد العلوي للارتباط الذي يقع عند ٩٩٪ ثقة ، ١ ، ٠٪ شك يدل على أن القيمة العددية للارتباط يجب أن تساوي ٠,٣٧٢. حتى نستطيع أن نقرر أن الارتباط أكبر من أن يساوي صفراً

وبما أن القيمة العددية لمعامل الارتباط في مثالنا هذا تساوي ٠,٤ ، إذن نستطيع أن نقرر أنه لا يساوي صفراً ، وثقتنا في هذا الحكم تصل إلى ٩٩٪ ثقة ، ١ ، ٠٪ شك .

## ثمارين على الفصل العاشر

- ١ - لماذا يعتمد الباحثون على العينات في أبحاثهم التجريبية ، وما معنى العينة وشروطها وأنواعها .
- ٢ - ماهى الأسس التى تعتمد عليها الطريقة العشوائية في إختيار العينات ، وماهى وسائلها العلمية .
- ٣ - أذكر الخطوات الرئيسية التى تعتمد عليها الطريقة الطبقية في إختيار العينات .
- ٤ - ماهى الوسائل الإحصائية التى تعتمد عليها الطريقة المقصودة ، والطريقة العرضية في إختيار العينات .
- ٥ - وارن بين الطرق المختلفة لاختيار العينات التجريبية .
- ٦ - ماهى الأسس العلمية التى يعتمد عليها التحليل التتابعى لاختيار العينات
- ٧ - ما معنى الدلالة الإحصائية ؟
- ٨ - ناقش أهمية الدلالة الإحصائية للقياس المختلفة ، وبين أنواعها الرئيسية .
- ٩ - ماهى المفكرة التى يعتمد عليها الخطأ المعيارى في قياسه للدلالة الإحصائية للقياس المختلفة .
- ١٠ - إحسب الخطأ المعيارى لمتوسط درجات العينة التى  

متوسطها = ١٥,١٩	الوسيط = ١٤,٣
انحرافها المعيارى = ٥,٨٢	عدد الأفراد = ٣٥٠

وضح معنى هذا الخطأ المعيارى

١١ - احسب الخطأ المعياري لوسيط التمرين السابق . ووضح معناه .

١٢ - احسب الخطأ المعياري للانحراف المعياري المبين بالتمرين رقم ١٠ ووضح معناه .

١٣ - إذا كانت نسبة مهولة لإحدى أسئلة اختبارات الذكاء ٠,٧٢ فاحسب الخطأ المعياري لتلك النسب إذا علمت أن عدد الأفراد يساوي ٥٠

١٤ - احسب الخطأ المعياري لفرق المتوسطين التاليين إذا علمت أن

متوسط درجات الطلبة قبل التدريب  $= ١٧$

الانحراف المعياري لدرجات الطلبة قبل التدريب  $= ٤,١$

متوسط درجاته الطلبة بعد التدريب  $= ١٩$

لرابط درجات قبل التدريب بدرجات بعد التدريب  $= ٠,٦٥$

عدد الأفراد  $= ٦٤$

١٥ - احسب الدلالة الإحصائية لفرق متوسطي التمرين السابق وبين إلى أى حد يختلف هذا الفرق عن الصفر ، ووضح حدود الثقة المختلفة لتلك الدلالة .

١٦ - احسب الخطأ المعياري لفرق المتوسطين التاليين

متوسط درجات الفصل الأول  $= ٢١$

الانحراف المعياري لدرجات الفصل الأول  $= ٤,٥$

عدد أفراد الفصل الأول  $= ٨١$

متوسط درجات الفصل الثاني  $= ٢٦$

الانحراف المعياري لدرجات الفصل الثاني  $= ٤,٩$

عدد أفراد الفصل الثاني  $= ٦٤$

١٧ - لحسب الدلالة الإحصائية لفرق متوسطي القرين السابق وبين إلى  
أى حد يختلف هذا الفرق عن الصفر ، ووضع حدود الثقة المختلفة  
لتلك الدلالة .

١٨ - ماهى الأسس الإحصائية التى تعتمد عليها فكرة اللعبة الحرجة  
وكيف تحسب وماهى أهم تطبيقاتها .

١٩ - لحسب الأخطاء المعيارية لمعاملات الارتباط التالية .

$$r = 0.91 \quad n = 100$$

$$r = 0.45 \quad n = 150$$

$$r = 0.12 \quad n = 65$$

٢٠ - لحسب الدلالة الإحصائية لمعاملات ارتباط القرين السابق ووضع  
حدود الثقة لتلك الدلالات .



## الفصل الحادى عشر

# الثبات

### مقدمة

نقوم فكره الاختبارات النفسية على قياس عينات من السلوك الإنسانى ؛ ثم تستلزم من هذا القياس إلى استنتاج المميزات الرئيسية لهذا السلوك . ولذا تعتمد على الاستدلال الإحصائى أكثر مما تعتمد على الإحصاء الوصفى .

والاختبارات بهذا المعنى وسائل لقياس النواحي النفسية المختلفة ، كما يقيس المتر النواحي الطولية ، والكيلو النواحي الوزنية ، والساعة النواحي الزمنية .

ونعتمد صحة القياس على مدى ثبات (١) نتائجه وصدقها (٢) .

فالمقياس الثابت يعطى نفس النتائج إذا قاس نفس الشيء مرات متتالية . فإذا قست طول قطعة من القماش ودل القياس على أن طولها ١,٥ متراً ، ثم أعدنا عملية القياس ودلت النتائج للمرة الثانية على أن الطول يساوى ١,٥ متراً استنتجنا من ذلك أن نتائج هذا القياس ثابتة . وبما أن المقياس المترى يقيس الأطوال ولا يقيس شيئاً آخر ظهر هذه الأطوال فهو إذن صادق فيما يقيس لأنه يقيس الصفة التى يهدف إلى قياسها . فإذا قاس المتر صفة الوزن بدل قياسه لصفة الطول لم يصبح صادقاً فى قياسه للطول . وصدق المقاييس المادية أوضح من أن

(١) الثبات Reliability

(٢) الصدق Validity

يدرس عليها ، لكن صدق المقاييس النفسية يحتاج إلى كثير من الدراسة والتحليل ، فقد لا ندري مثلاً مدى صدق اختبارات الذكاء في قياسها لصفة الذكاء. إلا إذا أقننا الدليل العلمي على صحة هذا الزعم وذلك بحساب وتقدير صدق تلك الاختبارات .

وسنناول في هذا الفصل دراسة المعالم الرئيسية للمفهوم الإحصائي النفسي للثبات والطرق العلمية لقياس هذا الثبات والعوامل المؤثرة فيه . وسنرجع دراسة الصدق للفصل التالي .

### معنى الثبات

إذا أجرى اختبار ما على مجموعة من الأفراد ورصدت درجات كل فرد في هذا الاختبار ثم أعيد إجراء نفس هذا الاختبار على نفس هذه المجموعة ورصدت أيضاً درجات كل فرد ، ودلت النتائج على أن الدرجات التي حصل عليها الطلبة في المرة الأولى لتطبيق الاختبار هي نفس الدرجات التي حصل عليها هؤلاء الطلبة في المرة الثانية ، استنتجنا من ذلك أن نتائج الاختبار ثابتة ثباتاً تاماً لأن نتائج القياس لم تتغير في المرة الثانية بل ظلت كما كانت قائمة في المرة الأولى .

وخير طريقة لمقارنة هذه الدرجات هي حساب معامل ارتباط درجات الإختبار في المرة الأولى بدرجات هذا الإختبار في المرة الثانية . وعندما تثبت الدرجات فتصبح واحدة في المرتين يصبح معامل الارتباط مساوياً لواحد الصحيح .

يمكن المقاييس النفسية أن تصل إلى هذه الدقة المثالية التي قد تقترب منها في قياسه العلمي للصفات المادية المختلفة كالطول والوزن والزمن. ولذا يقترب معامل

ارتباط الاختيار بنفسه من الواحد الصحيح لكنه لا يساوى هذا الواحد الصحيح، وينشأ هذا الفرق من الأخطاء المختلفة التى تتصل من قريب أو بعيد بنتائج المقاييس النفسية والتى لا تنضج فى جوهرها للضبط العلمى أو التحكم الدقيق فى الظاهرة التى نخضعها للقياس، وذلك لأن نتائج القياس تتأثر إلى حددها بالحالة النفسية للفرد وبحالته الجسمية وبالخيرات الجوية والأصوات المفاجئة وبغيرها من العوامل التى تؤثر بطريق مباشر فى ثبات تلك النتائج .

وعندما نحسب معامل ارتباط الاختيار بنفسه ونحصل على قيمة عددية تدل على هذا الارتباط، فإننا بذلك نحسب الجزء الثابت من هذا الاختبار، أى الجزء الذى لا يتأثر بتلك الأمور الخارجية .

وهكذا نستطيع أن نقسم درجة أى فرد فى هذا الاختبار إلى جزئين . جزء جوهرى ثابت لا يتأثر بالعوامل الخارجية المختلفة ، وجزء يتأثر بهذه العوامل . وبما أن هذا الجزء الأخير الذى لا يتأثر بالعوامل الخارجية يختلف تبعاً لاختلاف هذه العوامل ، إذن فهو لا يرتبط ببعضه فى المرات المتتالية التى نجرى فيها هذا الاختبار على نفس الفرد . أى أنه الجزء الحاطىء من الدرجة الذى يتلاشى ويختفى عندما نحسب معامل ارتباط الدرجات . أى أن معامل ارتباط تلك الأجزاء الحاطيةء يساوى صفراً ، أو بمعنى آخر .

الدرجة التجريبية = الدرجة الحقيقية + الدرجة الحاطيةء .

أى أن

$$م = م ح + م ح ط$$

حيث يدل الرمز  $s_j$  على الدرجة التجريبية التي نحصل عليها فعلا عند إجراء الاختبار .

وبدل الرمز  $s_i$  على الدرجة الحقيقية التي نفترض ثباتها .  
وبدل الرمز  $s_z$  على الدرجة الخاطئة التي نفترض تنغيرها .

وعندما نعيد إجراء هذا الاختبار على نفس هذا الفرد فإن الدرجة التي يحصل عليها في المرة الثانية تختلف عن الدرجة التي حصل عليها في المرة الأولى وذلك لتغير قيمة الدرجة الخاطئة في المرة الثانية عن قيمتها في المرة الأولى . وهكذا بالنسبة للمرة الثالثة والرابعة وغير ذلك من المرات المتتالية .

$$s_1 = s_j + s_z$$

$$s_2 = s_i + s_z$$

$$s_3 = s_i + s_z$$

$$s_4 = s_i + s_z$$

وهكذا بالنسبة لأي عدد من المرات التي يجرى فيها هذا الاختبار على نفس هذا الفرد . وكذلك بالنسبة لأي عدد من الأفراد .

وبما أن معامل ارتباط الدرجة الخاطئة  $s_z$  بالدرجة الخاطئة  $s_z$  يساوى صفراً ، إذن فالارتباط القائم بين  $s_j$  ،  $s_i$  يعتمد في جوهره على  $s_i$  التي لم تتغير في المرتين . أي أن الثبات يقيس الجزء الحقيقي من الدرجة التجريبية . ولذا تعتمد فكرة هذا الثبات على أن

$$s_1 = s_2 \text{ لا تساوى ولا ترتبط به } s_z$$

$$\text{وأن } s_1 = s_2 \text{ لا تساوى ولا ترتبط به } s_z$$

وهكذا بالنسبة لبقية الدرجات الخاطئة

وعندما يقيس الثبات مدى ارتباط الاختبار بنفسه في المرتين التي يطبق فيها على نفس مجموعة الأفراد فإنه أيضاً يقيس عدم ارتباط الاختبار بنفسه أو بمعنى آخر يقيس الاختراب .

وهكذا تعتمد فكرة الثبات على مدى انحراف درجة كل فرد في التطبيق الأول للاختبار عنها في التطبيق الثاني لنفس هذا الاختبار . وبما أن هذا الانحراف يقاس بالانحراف المعياري ومربع هذا الانحراف المعياري المسمى بالتباين . إذن فتباين الاختبار ينقسم إلى التباين الحقيقي للدرجات وإلى تباين خطأ المقياس .

١. تباين درجات الاختبار = التباين الحقيقي للدرجات + تباين الخطأ

$$\sigma^2 = \sigma^2_{\text{ع}^2} + \sigma^2_{\text{ع}^2}$$

حيث يدل الرمز  $\sigma^2_{\text{ع}^2}$  على التباين التجريبي للدرجات  
ويدل الرمز  $\sigma^2_{\text{ع}^2}$  على التباين الحقيقي لهذه الدرجات

ويدل الرمز  $\sigma^2_{\text{ع}^2}$  على تباين الخطأ .

وهكذا يعرف الثبات بأنه الجزء الحقيقي من التباين العام للاختبار وهذه الجزء الحقيقي هو الذي يمثلنا القيمة العددية لارتباط الاختبار بنفسه .

### الثبات والدلالة الإحصائية

ترتبط فكرة الثبات بفكرة الدلالة الإحصائية التي يتناها في الفصل

السابق من هذا الكتاب ، وذلك لأن الثبات يتأثر بالأخطاء التجريبية كما تتأثر بها أيضاً الدلالة الإحصائية للمقاييس المختلفة .

لكن الثبات يدل على أخطاء القياس في تقديره الجزء الحقيقي الثابت للاختبار . وهو لهذا يعتمد في نتائجه على تطبيق الاختبار أكثر من مرة على نفس مجموعة الأفراد . أى أنه يقارن مدى اختلاف نتائج الاختبار في المرات المتتالية . فهو لهذا يرتبط ارتباطاً مباشراً بخطأ القياس .

ونقيس الدلالة الإحصائية خطأ العينات ، لأنها تعتمد في جوهرها على مقارنة مدى اختلاف نتائج القياس بالنسبة لعدد كبير من مجموعات الأفراد أو بالنسبة لعينات كثيرة من الأفراد ، لتقيس بذلك مدى اتصال هذه العينات بالأصل الذى انتزعت منه .

وبذلك تقرر الدلالة الإحصائية لمتوسط إحدى العينات الخطأ المعيارى لهذا المتوسط ومدى ابتعاده أو اقترابه من متوسط الأصل الذى انتزعت منه هذه العينة . وهكذا بالنسبة لدلالة المقاييس الإحصائية الأخرى .

### الطرق الإحصائية لقياس الثبات

تعتمد جميع طرق حساب ثبات نتائج الاختبارات النفسية اعتماداً مباشراً على فكرة معاملات الارتباط كما سبق أن أشرنا إلى ذلك في تحليلنا لمعنى الثبات . وإذا كان الارتباط يدل على الثبات فإن الاضطراب يدل على عدم الثبات أو على الشوائب التى تحول بين الاختبار ودقة القياس (١) .

---

(١): It may be noted that the Coefficient was termed by Spearman a "Reliability Coefficient," and was taken to indicate the degree to which the measurements had been freed from disturbing factors .

ويمكن أن نلخص أهم الوسائل الإحصائية لقياس الثبات في الطرق التالية :-

- ١ - طريقة إعادة الاختبار (١) .
- ب - طريقة التجزئة النصفية (٢) .
- ج - طريقة تحليل التباين (٣) .
- و - طريقة الاختبارات المتكافئة (٤) .

### ١ - طريقة إعادة الاختبار

تقوم فكرة هذه الطريقة على إجراء الاختبار على مجموعة من الأفراد ثم إعادة إجراء نفس الاختبار على نفس مجموعة الأفراد بعد مضي فترة زمنية وهكذا يحصل كل فرد على درجة في الإجراء الأول للاختبار وعلى درجة أخرى في الإجراء الثاني للاختبار ، وعندما نرصد هذه الدرجات ونحسب معامل ارتباط درجات المرة الأولى بدرجات المرة الثانية فإننا نحصل بذلك على معامل ثبات الاختبار .

وتصلح هذه الطريقة للاختبارات الموقوتة ذات الزمن المحدد وإلى نتمتع إلى حد كبير على السرعة . وتصلح أيضاً للاختبارات غير الموقوتة التي لا تضيق للتعديد الزمني السابق وتقوم في جوهرها على قياس قوة الاستجابات الفردية أكثر مما تعتمد على قياس سرعة تلك الاستجابات .

---

See, Burt, C. the Reliability of Teachers, Assessment of Their Pupils. B. J. Edu. P. Vol. XV, 1945 p.p. 80 — 92.

- |                          |                      |
|--------------------------|----------------------|
| ١ — إعادة الاختبار       | Test — Retest.       |
| ٢ — التجزئة النصفية      | Split — half.        |
| ٣ — تحليل التباين        | Analysis of variance |
| ٤ — الاختبارات المتكافئة | Parallel Tests       |

ولا تصلح هذه الطريقة لحساب ثبات الاختبارات التي تهدف إلى قياس التذكر أو ترتبط ارتباطاً مباشراً بهذه العملية العقلية وذلك لتأثر عملية التذكر تأثراً مباشراً بالفواصل الزمنية الذي يعنى بين إجراء الاختبار للمرة الأولى وإعادة إجرائه للمرة الثانية .

وفقدت نتائج الأبحاث التجريبية (١) على أن الحد المناسب للفواصل الزمنية الذى يعنى بين إجراء الاختبار في المرة الأولى والثانية يجب ألا يتجاوز أسابيع قليلة بالنسبة للأطفال أو طلبة المرحلة الأولى وطلبة المرحلة الإعدادية وألا يتجاوز ستة أشهر بالنسبة للكبار البالغين كطلبة المرحلة الثانوية وطلبة الجامعات .

ومما يمكن من هذا التحديد الزمني فإن العوامل المؤثرة على الموقف التجريبي في الإجراء الأول للاختبار تختلف إلى حد ما عن العوامل المؤثرة على الموقف التجريبي في الإجراء الثاني ، وهذا يؤدي إلى ضعف الضبط التجريبي وإذا تسألت النتائج النهائية لتلك الطريقة بالسؤايل الكثيرة التي يصعب إخضاعها للظروف التجريبية الدقيقة وهكذا ندرك مدى قصور هذه الطريقة عن مستوى الدقة العلمية التي نهدف إليها في أبحاثنا المختلفة . وقد يعاب عليها أيضاً أنها تكلف الباحث جهداً ومالاً ووقتاً .

### ب - طريقة التجزئة النصفية

تتضمن أهم معادلات طريقة التجزئة النصفية فيما يلي :

١ - معادلة سيبرمان وبراون .

1- Anastasi, A Psychological Testing 1954, P. P. 105 - 106.



٢ — معادلة رولون

٣ — معادلة جتمان

٤ — معادلة جلكسون

وسنبين فيما يلي مميزات كل معادلة من تلك المعادلات ، وتطبيقاتها المختلفة ونواحي قصورها .

### ١ — معادلة سبيرمان وبراون للتجزئة النصفية

بين سبيرمان C. Spearman<sup>(١)</sup> و براون W. Brown<sup>(٢)</sup> سنة ١٩١٠ أنه يمكن التنبؤ بمعامل ثبات أى اختبار إذا علمنا معامل ثبات نصفه أو أى جزء منه . فمثلا إذا أمكننا أن نقسم أى اختبار إلى جزئين متكافئين ثم حسبنا معامل ارتباط هذين الجزئين فإننا نستطيع أن نعتبين بمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون فى معرفة معامل ثبات الاختيار الكلى الذى يتكون من هذين الجزئين وهكذا نستطيع أن نتغلب على الصعوبات التجريبية التى حالت بيننا وبين دقة حساب الثبات بالطريقة السابقة التى تعتمد على فكرة إعادة إجراء الاختبار .

وتعتمد فكرة تكافؤ الاختبارات على تساوى القيم العددية لمقاييسها الإحصائية المختلفة ، فمثلا إذا أمكننا أن نقسم الاختبار إلى ثلاثة أجزاء ، فإن هذه الأجزاء تصبح متكافئة عندما تتحقق الشروط التالية .

---

(1) Spearman, C. Correlation Calculated from faulty Data . B. J. 1910, p.p. 271 — 295.

(2) Brown, W. Some Exprimantal Results in the Correlation of Mental Abilities. B. J. P., 1910, p.p. 296 — 322.

$$m_1 = m_2 = m_3$$

$$c_1 = c_2 = c_3$$

$$m_{12} = m_{13} = m_{23}$$

حيث يدل الرمز ١ على الجزء الأول ، ويدل الرمز ٢ على الجزء الثاني ،  
ويدل الرمز ٣ على الجزء الثالث . وحيث تتساوى أيضاً مستويات صعوبة  
الأسئلة في هذه الأجزاء . أى أن صعوبة السؤال الأول في الجزء الأول تتساوى  
صعوبة السؤال الأول في الجزء الثاني وهذه بدورها تتساوى صعوبة السؤال  
الأول في الجزء الثالث .

وتتلخص الفكرة العامة لمعادلة التنبؤ في الصورة التالية .

$$m_{11} = \frac{n}{n+1(1-n)}$$

حيث يدل الرمز  $m_{11}$  على معامل ثبات الاختبار .

ويدل الرمز  $n$  على عدد الأجزاء .

ويدل الرمز  $r$  على معامل ارتباط هذه الأجزاء أو بمعنى آخر معامل  
إرتباط أى جزئين .

$$\text{لأن } m_{11} = m_{12} = m_{13} = \text{معامل ارتباط أى جزئين} .$$

وتعتمد الطريقة التجريبية العملية لحساب الثبات على تجربة الاختبار إلى  
جزئين فقط بحيث يتكون الجزء الأول من الدرجات الفردية للاختبار  
ويتكون الجزء الثاني من الدرجات الزوجية للاختبار وبذلك تتحول معادلة  
التنبؤ إلى الصورة التالية :

$$\frac{11}{11+1} = 11$$

حيث أن ن أصبحت مساوية لـ ٢ .

والجدول التالي يوضح طريقة تجزئة درجات الاختبار إلى نصفين بحيث يقوم النصف الأول على درجات الأسئلة الفردية ويقوم النصف الثاني على درجات الأسئلة الزوجية .

الأفراد	الأسئلة								درجات الأسئلة الزوجية	درجات الأسئلة الفردية
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨		
١	١	١	١	١	١	٠	٠	٠	٢	٣
٢	١	١	١	١	١	٠	٠	٠	٢	٣
٣	١	١	٠	١	١	٠	٠	٠	٢	٢
٤	١	١	١	٠	١	١	١	١	٣	٤
٥	١	١	١	٠	٠	١	٠	٠	٢	٢
٦	١	١	١	١	٠	٠	١	١	٣	٣
٧	١	١	١	٠	١	١	٠	٠	٢	٣
٨	١	١	١	١	١	١	١	٠	٣	٤
٩	١	١	١	١	٠	٠	٠	٠	٢	٢
١٠	١	١	١	١	١	١	١	١	٤	٤

( جدول ١١١ )

طريقة تجزئة درجات الاختبار إلى جزئين ٢- فردى ، وزوجى

حيث يبدل العمود الأول على الأفراد ، وتبدل أعمدة الأسئلة على إجابات كل فرد على كل سؤال من أسئلة الاختبار ، فمثلا الفرد ١ أجاب إجابات صحيحة



وهكذا نستطيع أن نستعين بارتباط الجزئين الذي يدل على ثبات نصف الاختبار في التنبؤ بمعامل ارتباط الاختبار بنفسه أو بمعنى آخر معامل ثبات الاختبار ، وذلك بالاستعانة بمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون كما يدل على ذلك التحليل التالي .

$$\frac{r^2}{r+1} = 11.3$$

وبما أن  $r = 0.78$  في مثالنا هذا

$$\frac{0.78^2}{0.78+1} = 11.3$$

$$\frac{1.06}{1.78} =$$

$$0.88 = \text{تقريباً } 11.3$$

أي أن معامل ثبات الاختبار يساوي  $0.88$ .

هذا وقد حسبت معاملات ثبات الاختبار لكل القيم العددية الدالة على معاملات ارتباط النصف الفردي بالنصف الزوجي ورصدت هذه القيم في جدول (١٨) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية . وبذلك نستطيع أن نقرأ مباشرة معامل الثبات الذي يقابل ارتباط النصفين المساوي لـ  $0.78$  ، وسنرى أنه يساوي  $0.88$  ، وهكذا تصبح عملية حساب الثبات عملية سريعة وسهلة .

ولا تصلح طريقة سبيرمان وبراون لحساب ثبات الاختبارات التي لا تنقسم إلى أجزاء متكافئة ، وخاصة عندما تختلف القيم العددية للثباين اختلافاً كبيراً . أي عندما تختلف القيمة العددية لثباين الجزء الفردي عن القيمة

العديدية ، لتبيان الجزء الزوجي اختلافاً واضحاً . وذلك لأن البرهان الرياضي لمعادلة التنبؤ يفترض تساوى الأجزاء في بنائه الإحصائي لتلك المعادلة كما يدل على ذلك البحث الذى نشره سبيرمان وبراون

ولا تصالح هذه الطريقة أيضاً لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة التى تعتمد اعتماداً كبيراً على سرعة الاستجابات لأن كثرة الأسئلة المتروكة فى آخر كل اختبار تؤثر على الارتباط القائم بين الجزئين ، ويتغير بذلك معامل الثبات .

وقد حاول هورست P. Horst (١) أن يحسب معامل ثبات الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون وذلك عندما لا تكون أطوال الأجزاء التى ينقسم لها الاختبار متساوية كأن يمثل الجزء الأول ربع الاختبار وأن يمثل الجزء الثانى ثلاثة أرباع الاختبار واستعان على ذلك بمعادلة جديدة لتحقيق هذه الفكرة . وبما أن عملية قسمة الاختبار تخضع لاختيار الباحث ، فلا ضرورة إذن لهذا التعقيد اللهم إلا فى الحالات النادرة التى قد تدعو إلى مثل ذلك التقسيم .

وقد حاول موسيير C. I. Mosier (٢) أيضاً أن يحسب معامل ثبات الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون وأقام فكرته على معامل ارتباط أى جزء من جزئى الاختبار بالاختبار كله وكان يهدف من هذا إلى حساب معامل الثبات بطريقة أسرع من طريقة سبيرمان وبراون التى تعتمد على حساب معامل ارتباط الجزئين . ومهما يكن من أمر هذه الطريقة الجديدة فهى فى جوهرها لا تعدو أن تكون إحدى الصور الرياضية لمعادلة سبيرمان وبراون ، ولاسكنها لا تسرع بالعملية كما كان يظن موسيير .

(1) Horst, P. Estimating Test Reliability from Parts of unequal length. Edu. P. Meas. 1951, 11. p.p. 398 — 371 .

(2) Mosier, C. I. A Short Cut in Estimation of Split - Halves Coefficients. Edu P. Meas. 1941, p.p. 407 — 408 .

وقد نجح رولون P.T. Rulon في الكشف عن إحدى الصور الرياضية الجديدة التي تؤدي إلى حساب معامل الثبات بطريقة أسهل وأسرع من طريقة سيبرمان وبراون .

## ٢ - معادلة رولون المختصرة للتجزئة النصفية

تمثل هذه الطريقة إلى تبسيط معادلة سيبرمان وبراون وذلك بحساب تباين فروق درجات النصفين ، وحساب تباين درجات الاختبار . وتتلخص فكرة رولون P. J. Rulon (١) في المعادلة التالية : -

$$\frac{\sigma^2_c}{\sigma^2_c} - 1 = 11r$$

حيث يدل الرمز  $11r$  على معامل الثبات

ويدل الرمز  $\sigma^2_c$  على تباين فروق درجات النصفين .

ويدل الرمز  $\sigma^2_c$  على تباين درجات الاختبار .

والجدول التالي يوضح طريقة حساب معامل الثبات بهذه الطريقة .

---

(1) Rulon, P. J. A Simplified Procedure for Determining the Reliability of a Test by Split - Halves . Harv. Educ. Rev 1939, 9, P. P. 99 — 103.

الأفراد	درجات الاستمالة الفردية	درجات الاستمالة الزوجية	فروق الدرجات الفردية - الزوجية	درجات الاختبار الفردية + الزوجية
١	٣	٤	١ -	٧
٢	٥	٦	١ -	١١
٣	٩	٧	٢ +	١٦
٤	٨	٤	٤ +	١٢
٥	٢	٣	١ -	٥
عدد الأفراد	٢٧ = المجموع	٧٤ = المجموع	٣ = المجموع	٥١ = المجموع
٥ = ٥	مربع الدرجات = ٧٢٩	مربع الدرجات = ٥٧٦	مربع الدرجات = ٩	مربع الدرجات = ٣٦٠١
	مجموع المربعات = ١٨٢	مجموع المربعات = ١٣٦	مجموع المربعات = ٢٣	مجموع المربعات = ٥٩٥

( جدول ١١٢ )

حساب معامل التباين بطريقة ديولون



حيث يدل العمود الرابع على فروق درجات الأسئلة الزوجية من درجات الأسئلة الفردية . هذا ولا تختلف النتيجة النهائية لهذه العملية إذا حسبنا فروق درجات الأسئلة الفردية من درجات الأسئلة الزوجية . وعلى القارىء أن يقوم بحساب هذه الفروق ليرى أن تباين فروق الحالة الأولى يساوى تباين فروق الحالة الثانية .

وبما أن التباين يدل على مربع الانحراف المعياري . إذن فتباين الفروق يحسب بالمعادلة التالية :

$$\text{بما أن الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2}$$

لكن التباين = مربع الانحراف المعياري

$$\therefore \text{التباين} = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2$$

$$\therefore \text{تباين الفروق} = \frac{1}{10} (9 - 23 \times 5) =$$

$$\frac{100}{10} =$$

$$\therefore 10 = \text{ع}^2$$

$$\text{وتباين درجات الاختبار} = \frac{1}{10} (2601 - 590 \times 5) =$$

$$\frac{371}{10} =$$

$$\therefore 37.1 = \text{ع}^2$$

$$\therefore \text{معامل الثبات} = 1 - \frac{37.1}{14.96} =$$

$$0.3834 =$$

$$\therefore 0.38 \approx \text{معامل الثبات}$$

وعلى القارىء أن يحسب معامل ثبات هذا الاختبار بطريقة سبيرمان وبروان وسيرى أنه يساوى ٠.٨٠. وهكذا ندرك مدى اقتراب طريقة رولون في حسابها للثبات من طريقة سبيرمان وبروان

### ٣ - معادلة جتمان العامة للتجزئة النصفية

سبق أن بينا في دراستنا لمعادلة التنبؤ لسبيرمان وبروان لحساب معامل الثبات عدم صلاحية هذه المعادلة لحساب ثبات الاختيارات التي لا تتساوى الانحرافات المعيارية لجزئها وقد توصل جتمان (1) Guttman, L. إلى معادلة عامة (٢) تصلح لحساب الثبات عندما لا تتساوى الانحرافات المعيارية لجزئ الاختبار، وتصلح أيضاً لحساب هذا المعامل عندما تتساوى هذه الانحرافات المعيارية. وتتلخص هذه الفكرة في المعادلة التالية :

$$r = \frac{\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}C}{C} - 1$$

حيث يدل الرمز ٢ على تباين درجات الأسئلة الفردية  
ويدل الرمز ٣ على تباين درجات الأسئلة الزوجية .

(1) Guttman, L. A Basis for Analysing Test-Retest Reliability. Psychom., 1945, P. P. 255-282.

(٢) تصبح هذه المعادلة لحساب ثبات الاختيارات عندما تنقسم إلى عدد من الأجزاء وقد تمس هذه الأقسام إلى الحد الذي يصبح فيه كل سؤال من أسئلة الاختبار جزءاً من هذه الأجزاء . والصورة العامة لهذه المعادلة هي :

$$r = \frac{\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}C}{C} - 1$$

حيث يدل الرمز ٢ على عدد الأجزاء التي تنقسم لها الاختبار .  
ويدل الرمز ٣ على مجموع تباين هذه الأجزاء .  
ويدل الرمز ٤ على تباين الاختبار .

وعندما نحسب معامل ثبات درجات الاختبار المبيتة في الجدول السابق  
(جدول ١١٢) نرى أن

تباين درجات الأسئلة الفردية  $\sigma^2 = \frac{1}{70} (729 - 183 \times 5)$

$$\frac{729 - 915}{70} =$$

$$\frac{187}{70} =$$

$$2,68 = \sigma^2 \quad \therefore$$

وتباين درجات الأسئلة الزوجية  $\sigma^2 = \frac{1}{70} (576 - 126 \times 5)$

$$\frac{576 - 630}{70} =$$

$$\frac{-54}{70} =$$

$$-0,77 = \sigma^2 \quad \therefore$$

وتباين درجات الاختبار  $\sigma^2 = 14,96$

كما سبق أن حسبناه في طريقة رولون

$$\therefore 11,8 = 2 \left( \frac{2,68 + 2,68}{14,96} - 1 \right)$$

$$2 \left( \frac{5,36}{14,96} - 1 \right) =$$

$$2 \left( 0,3583 - 1 \right) =$$

$$-1,2834 \times 2 =$$

$$\therefore 11,8 = 0,77 \text{ تقريباً}$$

وهذه هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها لنفس هذا المثال وذلك عندما طبقنا  
طريقة رولون المختصرة لحساب معامل الثبات .

#### ٤ - معادلة جللكسون للاختبارات الموقوتة

تتأثر معادلة التنبؤ لسبيرمان وبراون بالزمن المحدد للاختبار، ولهذا لا تصلح هذه المعادلة لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة التي تحول بين أغلب الأفراد وبين تكملة الاختبار في الزمن المحدد للإجابة. هذا وكذا قل الزمن المحدد للاختبار زادت تبعاً لذلك نسبة الأسئلة المتروكة في آخر الاختبار أو الأسئلة التي لا يستطيع أغلب الأفراد الإجابة عنها لضيق الوقت. وبذلك يزداد التشابه القائم بين نصفي الاختبار وترتفع القيمة العددية لمعامل ارتباط الأسئلة الفردية بالأسئلة الزوجية ويزداد تبعاً لذلك معامل ثبات الاختبار إلى حد ما. ولذا يجب أن نصح القيمة العددية لهذا الثبات حتى يدل على الثبات الحقيقي الذي لا يتخضع لهذا العامل الزماني. وقد اقترح جللكسون H. Gulliksen (١) المعادلة التالية لحساب ثبات الاختبارات الموقوتة.

$$r_{11} = r_{11} - \frac{m}{c}$$

حيث يدل الرمز  $r_{11}$  على معامل ثبات الاختبارات الموقوتة. أو معامل الثبات بعد تصحيح أثر المراجعة.

وبدل الرمز  $r_{11}$  على معامل الثبات الذي حسب بطريقة سبيرمان براون. ويدل الرمز  $m$  على متوسط الأسئلة المتروكة في آخر الاختبار. وبحسب هذا برصد عدد الأسئلة المتروكة عند كل فرد، ثم نجمع الأسئلة المتروكة عند كل فرد، ويقسم هذا المجموع على عدد الأفراد لحساب متوسط الأسئلة المتروكة

(1) Gulliksen, H. The Reliability of Speeded Tests. Psychometrika, 1950, 15, P. P. 259-269.

ويبدل الرمز  $\epsilon$  على ثباين الخطأ . وبحسب برصد عدد الاستجابات الخاطئة عند كل فرد ويضاف إلى هذا المجموع عدد الأسئلة المخدرة ، أي الأسئلة التي حذفها الفرد أثناء إجابته على الاختبار دون أن يجيب عليها . ثم يحسب ثباين هذه الأعداد بالنسبة لكل الأفراد

وبذلك تعتمد فكرة هذه المعادلة على الأنواع الرئيسية لإجابات الأفراد على أسئلة الاختبارات الموقوتة والتي تلتخص فيما يلي : —

- ١ — الإجابات الصحيحة على الأسئلة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز  $\alpha$
- ٢ — الإجابات الخاطئة على الأسئلة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز  $\beta$
- ٣ — الأسئلة المخدرة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز  $\gamma$
- ٤ — الأسئلة المتروكة ، وسنرمز لهذا النوع بالرمز  $\delta$

والمثال التالي يوضح هذه الأنواع الرئيسية بالنسبة لإجابة الفرد ١ على اختبار موقوت

الأفراد	الأسئلة								مجموع	مجموع + و	مجموع
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨			
١	ص	ص	و	خ	ص	و	و	و	٣	٣	٢

جدول ١١٤

طريقة رصد الأنواع الخاطئة لاستجابات الفرد على أسئلة اختبار موقوت

وعند ما نرصد جميع استجابات الأفراد بهذه الطريقة نستطيع أن نحسب متوسط الأسئلة المتروكة ، وثباين الخطأ .

فإذا فرضنا مثلاً أننا حصلنا على القيم التالية

$$11.8 = 11.8 \quad ; \quad 2 = 2 \quad ; \quad 10 = 10$$

فإننا نستطيع تطبيق معادلة جلكسون في حساب ثبات الاختبار الموثوق بالطريقة التالية : —

$$\frac{2}{11.8} = 0.17$$

$$0.17 = 0.17$$

$$0.17 =$$

هذا ولا تصلح هذه المعادلة للاختبارات التي تعتمد اعتماداً كلياً على السرعة والتي يقل زمنها عن الزمن المناسب للاختبار لأن القيمة العددية لمتوسط الأسئلة المتروكة قد تزداد عن القيمة العددية لتباين الخطأ . وبذلك يصبح الكسر

$$\frac{\text{كثافة}}{\text{ع}} \text{ أكبر من الواحد الصحيح } ; \text{ وتتحول قيمة } 11.8 \text{ إلى قيمة سالبة .}$$

ولذا نستعمل طريقة إعادة الاختبار أو طريقة الاختبارات المتسلسلة لحساب ثبات مثل هذا النوع من الاختبارات .

ح — طريقة تحليل التباين

استعان كودر G. F. Kuder وريتشاردسن M. W. Richardson (١)

(١) Kuder, G. F. and Richardson, M. W. The Theory of the Estimation of Test Reliability. Psychometrika, 1937, 2, P. P. 151—160.

— Richardson, M. W., and Kuder, G. F., The Calculation of Test Reliability Coefficients based upon the Method of Rational Equivalence. V, Edu, Psy, 1939, 30, P. P. 681—697.

في دراستهما للثبات بتحليل أسئلة الاختبار ودراسة تباين تلك الأسئلة . ولذلك تعتمد طريقتهما على الدراسة التفصيلية لهذا التباين ، وقد تمكن الباحثان من استنتاج بعض المعادلات التي تصلح لقياس الثبات . وتحتاج أغلب هذه المعادلات إلى وقت طويل وجهد شديد لحساب الثبات من المقاييس الإحصائية لأسئلة الاختبار . ولذا لم تلق صدقاً قوياً بين المشتغلين بالدراسات الإحصائية النفسية . وقد حاول الباحثان تبسيط طريقتهما في معادلة عامة لحساب الثبات بطريقة سهلة سريعة . وتتلخص فكرة هذه المعادلة في الصورة التالية :

$$r_{tt} = \frac{E^2 - (M - U)(M)}{(1 - E)^2}$$

حيث يدل الرمز  $r_{tt}$  على معامل ثبات الاختبار .  
ويدل الرمز  $U$  على عدد أسئلة الاختبار  
ويدل الرمز  $E^2$  على تباين درجات الاختبار  
ويدل الرمز  $M$  على متوسط درجات الاختبار

هذا ويعتمد البرهان الرياضي لهذه المعادلة على الفروض التالية :

- ١ - أن تتقارب صعوبة أسئلة الاختبار .
- ٢ - أن يجيب كل فرد على جميع أسئلة الاختبار .
- ٣ - أن يقبس الاختبار قدرة واحدة ، أو صفة واحدة .
- ٤ - أن تتساوى معاملات ارتباط الأسئلة ؛ أي أن يصبح معامل ارتباط السؤال الأول بالسؤال الثاني مساوياً لمعامل ارتباط السؤال الأول بالسؤال الثالث وهكذا بالنسبة لبقية ارتباطات الأسئلة .

ولذا يضيق النطاق التطبيقي لهذه المعادلة إلى الحد الذي يجعلها غير صالحة في كثير من الأحوال .

وقد استطاع بيرت C. Burt (١) أن يبرهن على صحة هذه المعادلة بطريقة تحليل التباين دون أن يخضع برهانه للفروض السابقة . ولذا أصبحت تلك المعادلة صالحة لقياس ثبات الاختبارات الموقوتة وغير الموقوتة بشرط ألا يكون عدد الأسئلة المتروكة كبيراً أى أن يستطيع أغلب الأفراد الوصول إلى نهاية الاختبارات في الزمن المحدد له

وعندما نستعين بهذه المعادلة في حساب معامل ثبات الاختبار المبين بمجدول ١١٢ والذي سبق أن حسبنا ثباته بطريقة رولون ، نرى أن :

الدرجات : ٧ ، ١١ ، ١٦ ، ١٢ ، ٥

بمجموع الدرجات = ٥١

عدد الأفراد = ٥

∴ المتوسط م =  $\frac{51}{5} = 10.2$

الانحراف المعياري ع = ٣,٨٧

التباين ح' = ١٤,٩٦

ونفرض أن عدد الأسئلة = ٣٠

$$\frac{(10.2 - 20) \times 20 - 14.96 \times 20}{14.96 \times (1 - 20)} = 11.8$$

$$\frac{99.96 - 299.7}{284.76} =$$

$$\frac{199.76}{284.76} =$$

$$\therefore 11.8 = 0.70 \text{ تقريباً}$$

(1) Burt, C. The Reliability of Teachers' Assessment of their pupils, B. J. Edu. Psy., 1945, P. P. 80-92.



وقد سبق أن حسبنا القيمة العددية لثبات هذا الاختبار بطريقة رولون وبيننا أنها تساوى ٠,٧٢ ، وحسبناها أيضاً بطريقة سبيرمان وبراون وبيننا أنها تساوى ٠,٨٠ .

وهكذا نرى أن القيمة العددية لمعامل الثبات بطريقة كودر وريتشاردسن أقل قيمة نحصل عليها في قياسنا لهذا الثبات ، وأن القيمة العددية لثبات نفس هذا الاختبار بطريقة سبيرمان وبراون تمثل أعلى قيمة نحصل عليها في قياسنا لهذا الثبات .

ولذا يرى بعض العلماء أن طريقة سبيرمان وبراون تدل على الحد الأعلى لثبات الاختبار وأن طريقة كودر وريتشاردسن تدل على الحد الأدنى لهذا الثبات . ولهذا الحدود أهمية القصوى في صحة الحكم على الثبات .

## ٥ - طريقة الاختبارات المتكافئة

تعتمد فكرة الاختبارات المتكافئة على نفس الفكرة التي اعتمدت عليها طريقة التجزئة النصفية لسبيرمان وبراون في تقسيم الاختبار إلى اختبارين متساويين أو أكثر وفي التحقق من هذا التقسيم بدراسة الفروق القائمة بين الانحرافات المعيارية . وقد سبق أن بينا في دراستنا لتلك الطريقة الشروط الأساسية للتكافؤ ولخصناها فيما يلي :

$$١ - \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$٢ - \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$$

$$٣ - \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$٤ - \text{تمثيل تدريج الصعوبة في كل الأجزاء}$$

وذلك بالنسبة للأجزاء الثلاثة التي يمكن أن ينقسم لها الاختبار الأصلي وقد بين جاكسون<sup>(١)</sup> H. Gullikson وثورندايك<sup>(٢)</sup> R. b. Thorndike أن أقل عدد من الأجزاء المتكافئة التي يمكن أن ينقسم إليه الاختبار الأصلي هو ثلاثة حتى تتأكد من تساوي معاملات الارتباط .

وعندما نستطيع تقسيم الاختبار الأصلي إلى هذه الأجزاء فإننا نتمكن أن نحسب ثبات أى جزء منها ، وذلك بحساب معامل ارتباطه بأى جزء من الأجزاء الأخرى . وبذلك نحسب ثبات الاختبارات الجزئية مباشرة من معاملات الارتباط . وبما أن معاملات ارتباط الاختبارات الجزئية المتكافئة متساوية ، إذن فثبات أى اختبار منها يدل على ثبات أى اختبار آخر .

هذا وفي مقدورنا أن نزيد القيمة العددية لمعامل الثبات وذلك بضم اختبارين جزئيين معاً في اختبار واحد وحساب معامل ثبات هذا الاختبار الجديد بطريقة سيرمان وبراون . ونستطيع أيضاً أن نقسم الاختبار السكلي إلى أجزاء متكافئة ونستمر في تقسيمنا هذا حتى يصبح كل سؤال من أسئلة الاختبار جزءاً من هذه الأجزاء .

### أهم العوامل التي تؤثر على الثبات

تتلخص أهم العوامل التي تؤثر على ثبات نتائج الاختبارات فيما يلي : -

١ - عدد الأسئلة

ب - زمن الاختبار

(1) Gullikson, H. Theory of Mental Tests . 1950, P. P. 173-191

(2) Thorndike, R. H., Reliability. In Lindquist E. S. Educational Measurement, 1951, P. P. 851-862.

ج - الثبات

د - التخمين

هـ - صياغة الأسئلة

و - حالة الفرد

وسنبين أثر كل عامل من هذه العوامل على الثبات وأهم الطرق التي يستعين بها الباحث للتحكم في هذه النواحي نوطئة لزيادة القيمة العددية لهذا الثبات .

١ - عدد الأسئلة

ترتفع القيمة العددية لمعامل الثبات تبعاً لزيادة عدد أسئلة الاختبار . أى أن معامل ثبات الاختبار الطويل أكبر من معامل ثبات هذا الاختبار عندما ينقص عدد أسئلته إلى النصف أو الثلث أو أية نسبة أخرى . وقد سبق أن بينا في دراستنا لطريقة التجزئة التصفية لسيرمان وبراون أن معامل ثبات نصف الاختبار يقل عن معامل ثبات الاختبار الكلى . هذا ويمكن أن نستعين بتلك المعادلة في التنبؤ بالطول المناسب للاختبار حتى نحصل على معامل ثبات معين . فمثلاً إذا كان معامل ثبات الاختبار يساوى ٠,٧ . وأردنا أن نزيده إلى ٠,٩ . فإن علينا أن نزيد من عدد الأسئلة لنحصل على هذا الثبات . وبما أن الصورة العامة لمعادلة سيرمان وبراون تقوم في جوهرها على عدد الأجزاء التي ينقسم إليها الاختبار ؛ إذن نستطيع أن نحسب مضاعفات الاختبار للحصول على معامل ثبات معين ، وذلك بحساب قيمة عدد هذه الأجزاء أو بمعنى آخر حساب قيمة  $n$  في المعادلة التالية .

$$\frac{n}{n+1} = 11\%$$

ويمكن أن نعيد صياغة رموز هذه المعادلة في الصورة التالية :

$$\frac{11\text{ مر}}{1 + (10 \cdot \text{مر})} = \text{مر باب}$$

حيث يدل الرمز مر 11 على معامل ثبات الاختيار كما هو قائم فعلا قبل الزيادة .

ويدل الرمز مر 6 على معامل ثبات الاختيار كما يجب أن يكون بعد الزيادة .

فإذا كان معامل الثبات  $0,7 =$

وأردنا أن نرفع هذا الثبات إلى  $0,9 =$

$$0,7 = 11 \text{ مر} \quad \therefore$$

$$0,9 = 6 \text{ مر باب}$$

$$\frac{0,7 \times 11}{1 + (10 \cdot 0,7)} = 0,9 \quad \therefore$$

$$\frac{(0,7) \times 11}{0,7 + 0,7 \times 11} = 0,9 \quad \therefore$$

$$\frac{0,77}{0,77} = 1 \quad \therefore$$

$$0,9 =$$

$$= 4 \text{ تقريباً}$$

وهكذا نرى أن عملية زيادة الثبات من  $0,7$  إلى  $0,9$  تتطلب زيادة عدد أسئلة الاختيار إلى أربعة أمثاله .

## ت - زمن الاختبار

يتأثر ثبات الاختبارات الموقوتة بالزمن المحدد لها. وقد أكدت أبحاث ليند كريسست F. F. Lindquist وكوك (١) W. W. Cook هذه الفكرة. وبذلك يزداد الثبات تبعاً لزيادة الزمن حتى يصل إلى الحد المناسب للاختبار فيصل الثبات إلى نهايته العظمى ثم يقل الثبات بعد ذلك كلما زاد الزمن عن ذلك الحد.

## ج - الثبات

يرتبط الثبات ارتباطاً مباشراً بثبات درجات الاختبار، وقد سبق أن بينا علاقة الثبات التجريبي بالثبات الحقيقي وبثبات الخطأ في دراستنا لمعنى الثبات. ولذا ينقص ثبات الاختبار عندما ينقص الثبات، ويزداد الثبات تبعاً لزيادة الثبات. وبما أن الثبات يدل على فروق الأفراد في درجات الاختبار، إذن فالأسئلة المنتهية في الصعوبة أو السهولة تؤدي إلى خفض الثبات، والأسئلة المتدرجة في صعوبتها تدريجاً متزاناً متصلاً تؤدي إلى رفع الثبات. ويصل الثبات إلى نهايته العظمى عندما تصل صعوبة الأسئلة إلى ٥٠. لأن ذلك يدل على النهاية العظمى لتمييز الأسئلة كما سنوضح ذلك في دراستنا التحليلية لأسئلة الاختبار (٢).

---

(١) Lindquist, F. F., and Cook W. W., *Experimental Procedures in Test Evaluation*, J. Exp. Educ., 1933, P.P 163 - 185

(٢) التمييز = السهولة × الصعوبة

وعندما تصبح الصعوبة مساوية لـ ٥٠ تصبح السهولة مساوية لـ ٥٠ - ٥٠ = ٠. وذلك يصبح التمييز مساوياً لـ ٠ × ٥٠ = ٠. ولو فرضنا مثلاً أن الصعوبة تساوي ٧٠، إذن السهولة تساوي ٣٠ - ٧٠ = ٠. وذلك يصبح التمييز مساوياً لـ ٠ × ٣٠ = ٠. وهذا أقل من القيمة السابقة التي كانت مساوية لـ ٥٠.

وهكذا نرى أن معامل ثبات درجات اختبار مجموعة متجانسة من الأفراد ينقص في قيمته العددية عن معامل ثبات درجات نفس الاختبار على مجموعة أخرى أقل تجانساً من المجموعة الأولى .

فإذا طبقنا اختباراً ما على مجموعة من الأفراد انحرافها المعياري ١٠ ووجدنا أن معامل الثبات يساوي ٨، فإننا نستطيع أن نقول بمعامل ثبات هذا الاختبار عندما نعيد تطبيقه على مجموعة من الأفراد انحرافها المعياري ٢٠ وذلك بتطبيق المعادلة التالية :

$$\frac{1 - r_{xx}^2}{1 - r_{yy}^2} = \frac{s_y^2}{s_x^2}$$

حيث يدل الرمز  $r_{xx}$  على معامل ثبات المجموعة الثانية  
ويدل الرمز  $r_{yy}$  على معامل ثبات المجموعة الأولى  
ويدل الرمز  $s_x^2$  على تباين المجموعة الأولى  
ويدل الرمز  $s_y^2$  على تباين المجموعة الثانية  
وبما أن :

$$r_{xx} = 0.8 , s_x^2 = 10 , r_{yy} = 0.2$$

إذن يمكننا أن نقول بالقيمة العددية لمعامل ثبات المجموعة الثانية وذلك بالتعويض في المعادلة السابقة

$$\frac{1 - 0.2^2}{1 - 0.8^2} = r_{yy}^2$$

$$1 - \frac{0.04}{0.36} =$$

$$1 - 0.111 =$$

$$0.889 = r_{yy}^2$$

وهكذا نرى مدى زيادة القيمة العددية لمعامل ثبات الاختبار تبعاً لزيادة تباين درجاته . ولذا يجب أن نرصد تباين الاختبار عند رصدنا لمعامل ثباته .

### ٤ - التخمين

ينقص الثبات تبعاً لزيادة أثر التخمين ، وذلك لأن الإجابة التي تعتمد على التخمين في المرة الأولى لإجراء الاختبار لا تعتمد على نفس هذا التخمين في المرة الثانية لإجراء ذلك الاختبار على نفس المجموعة وبذلك تضعف الصلة بين نتائج المرة الأولى ونتائج المرة الثانية ، وتبخفض تبعاً لذلك القيمة العددية لمعامل الثبات . وهكذا يؤثر الغش والتخمين تأثيراً ضاراً على ثبات الاختبار .

وتختلف الاختبارات في مدى تأثرها بالتخمين تبعاً لنوعها ، وأكثر هذه الأنواع تأثراً بالتخمين الاختبارات التي تعتمد على الاختيار من متعدد ، وبذلك يختار الفرد الإجابة الصحيحة من إجابتين أو أكثر . والأمثلة التالية توضح هذه الفكرة .

$$(١) ٤ \times ٧ = ٢٨ \text{ أو } ٢١ \text{ إختيار من احتمالين}$$

$$(٢) ٤ \times ٧ = ١٨ \text{ أو } ٢٨ \text{ أو } ٢٤ \text{ إختيار من ثلاثة احتمالات}$$

$$(٣) ٤ \times ٧ = ١٦ \text{ أو } ١٨ \text{ أو } ٢٦ \text{ أو } ٢٨ \text{ إختيار من أربعة احتمالات}$$

وسندرس هذه الأنواع دراسة وافية في الفصل الخاص بتحليل أسئلة الاختبارات .

وقد أكدت أغلب الدراسات (١) التي بحثت معاملات ثبات هذه الأنواع

(1) Adkins, D. C, and others, 'Construction and Analysis of Achievement Tests,' 1947, P. 159

أن الثبات يرتفع تبعاً لزيادة عدد الاحتمالات ، والجدول التالى يوضح نتائج إحدى هذه الدراسات .

عدد الاحتمالات	معامل الثبات
٢	٠,٨٤
٣	٠,٨٩
٧	٠,٩٩

جدول (١٤)  
علاقة الاحتمالات بالثبات

#### هـ - صياغة الأسئلة

الأسئلة الغامضة ، الخادعة ، العاطفية ، الطويلة تقلل الثبات . والأسئلة الواضحة المبني ، الموضوعية ، القصيرة تزيد الثبات ، ولذا يجب أن يدقق الباحث فى اختيار ألفاظ الأسئلة وعباراتها ونوعها حتى يصل بذلك إلى الثبات الحقيقى للاختبار .

#### و - حالة الفرد

يتأثر الثبات بحالة الفرد الصحية والنفسية ويمدى تدريبه على المراقبة الاختبارى ولذا يؤدي المرض والتعب والتوتر الانفعالى إلى نقصان الثبات ،



## تمارين على الفصل الحادى عشر

- ١ - بين الأسس الإحصائية النفسية التى تقوم عليها فكرة الثبات .
- ٢ - وضح أهمية تقسيم للدرجة التجريبية إلى أجزاء الحقيقة والحاطة وتقسيم الثبات التجريبى إلى هذه الأقسام ، وأهمية هذا التقسيم فى فهمنا العلمى لمعنى الثبات .
- ٣ - ما هى الفروق الجوهرية بين الثبات والدلالة الإحصائية .
- ٤ - ما هى أهم مميزات وعيوب حساب الثبات بطريقة إعادة الاختبار .
- ٥ - اشرح أهم الطرق التى تعتمد فى حسابها للثبات على طريقة التجزئة النصفية وبين مميزات وعيوب كل طريقة من هذه الطرق .
- ٦ - إذا كان معامل ارتباط النصف الفردى بالنصف الزوجى للاختبار يساوى ٨٠ ، فما هو معامل ثبات الاختبار .
- ٧ - إذا كان تباين فروق درجات النصف الفردى والزوجى للاختبار يساوى ٦٠ ، وكان تباين الاختبار الكلى يساوى ١٢٠ ، فما هو معامل ثبات هذا الاختبار .
- ٨ - إذا كان تباين الجزء الفردى للاختبار يساوى ٨٠ ، وتباين الجزء الزوجى يساوى ٤٠ ، وتباين درجات الاختبار يساوى ١٢٠ ، فما هو معامل ثبات هذا الاختبار .
- ٩ - إذا كان معامل ثبات اختبار موقوت ٠.٧ ، ومتوسط الأسئلة المتروكة يساوى ٣ ، وتباين الخطأ يساوى ٨ ، فما هو معامل الثبات بعد تصحيح أثر السرعة .
- ١٠ - بين الأسس والتطبيقات المختلفة لحساب الثبات بطريقة التباين .

١١ - اختبار عدد أسئلته ٤٠ ومتوسطه ١٨,٢ وانحرافه المعياري ٨  
فأهو معامل ثباته .

١٢ - ماهي الأسس العلية التي تعتمد عليها طريقة الاختبارات المنكافئة  
في حساب الثبات ، وما هي عيوب ومميزات هذه الطريقة .

١٣ - بين أهم العوامل التي تؤثر على الثبات ووضح أثر كل عامل من  
هذه العوامل .

١٤ - احسب القيمة العددية لـ  $r$  التي تزيد ثبات الاختبار من ٠,٦  
إلى ٠,٩ .

١٥ - احسب ثبات درجات مجموعة من الأفراد انحرافها المعياري ١٢  
إذا علمت أن ثبات درجات هذا الاختبار يساوي ٠,٧ لمجموعة أخرى من  
الأفراد انحرافها المعياري يساوي ٨ .

## الفصل الثاني عشر

### الصدق

#### معنى الصدق وأهميته

الاختبار الصادق يقيس ما ومنع لقياسه ، فاختبار الذكاء الذي يقيس الذكاء ، فعلاً اختبار صادق ، مثله في ذلك كمثل المتر في قياسه للأطوال ، والكيلو في قياسه للأوزان ، والماعة في قياسها للزمن .

وتختلف الاختبارات في مستويات صدقها تبعاً لاعتراها أو ابتعادها من تقدير تلك الصفة التي تهدف إلى قياسها ، فاختبار الذكاء الذي يصل في قياسه لتلك القدرة إلى مستوى ٨٠ . أصدق في هذا القياس من أى اختبار آخر للذكاء . لا يصل إلى هذا المستوى ، أى أنه أصدق مثلاً من الاختبار الذي يصل في قياسه للذكاء إلى مستوى ٥٠ .

وبحسب مستوى صدق الاختبار بمقارنته بنتائج مقياس آخر دقيق لتلك الصفة . ويسمى هذا المقياس بالميزان (١) إذ به نزيد صدق الاختبار .

فإذا فرضنا مثلاً أن اختبار بينيه Binet (٢) هو أصدق اختبار لقياس الذكاء فإننا نستطيع أن نحسب صدق أى اختبار آخر للذكاء وذلك بمقارنة نتائج هذا الاختبار بنتائج اختبار بينيه ؛ وهذا يعنى اتخاذ مقياس بينيه للذكاء ميزاناً نقيس به صدق اختبارات الذكاء الأخرى .

---

(١) الميزان Critérion

ويعرف الميزان بأنه علامة ظاهرة أو باطنة بها تبين الأشياء والذاتى واستطعم الحكم عليها  
(٢) راجع مصطلحات الجيم اللغوى لى الفلسفة  
(٣) اختبار بينيه للذكاء هو أول اختبار دقيق وضع لقياس الذكاء .

والصدق بهذا المعنى صفة نسبية وذلك لأن الاختبار الذي يصدق في قياسه  
لاية قدرة كالتقديره الاثوية لا يصدق غالباً في قياسه لقدرة أخرى كالتقديره  
العددية أى أن الاختبار الصادق بالنسبة لقدرة ما، غير صادق بالنسبة  
لقدرة أخرى . شأنه في ذلك شأن المتر الذي يصدق في قياسه للأطوال  
ولا يصدق في قياسه للأوزان . أى أنه نسبي أيضاً في صدقه .

وهكذا نرى أن الصدق يعتمد في جوهره على مقارنة أداء الأفراد في  
الاختبار بأدائهم في الميزان ، أيأ كان نوع هذا الميزان .

وللصدق أهميته القصوى في بناء الاختبارات النفسية وذلك بالكشف  
عن محتوياتها الداخلية ، وفي الاستفادة من تلك الاختبارات في الاختيار التعليمي  
والمهني . أى في التنبؤ بمستويات الأفراد في حياتهم التعليمية والمهنية ،  
توفيراً للجهد والمال والتدريب حتى يطمئن كل فرد إلى أنه يعمل في الميدان  
الذي يتفق مع استعداداته ومواهبه ومهاراته المختلفة .

## أنواع الصدق

تتلخص أم أنواع الصدق <sup>(١)</sup> فيما يلي :

١ - الصدق الوصفي ، ويشتمل على الأنواع التالية :

١ - الصدق الفرضي

٢ - الصدق السطحي .

٣ - الصدق المنطقي .

(١) «صدق الوصف Descriptive Validity ، الصدق الإحصائي Statistical Validity

«صدق الفرضي Validity by assumption ، الصدق الذاتي Intrinsic Validity

«الصدق السطحي Face Validity ، الصدق التجريبي Empirical Validity

«الصدق المنطقي Logical Validity ، الصدق العادي Factorial Validity

## ب - الصدق الإحصائي ويشتمل على الأنواع التالية :

١ - الصدق الذاتي .

٢ - الصدق التجريبي .

٣ - الصدق العاملي .

ويعتمد الصدق الوصفي على الدراسة التمهيدية للاختبار لمعرفة مدى صلاحيته للتجريب ، ويعتمد الصدق الإحصائي على تحليل نتائج الاختبار بعد تجربته . وقد سبق أن بينا معنى الصدق وقصرناه على النوع الثاني أي على الصدق الإحصائي لأنه هو المفهوم العلمي الدقيق للصدق .

## ١ - الصدق الوصفي

### ١ - الصدق الفرضي

لا يدل اسم الاختبار ، في الأغلب والأهم ، على صدقه ؛ فهناك اختبارات أطلق عليها الناس أسماء لا تمت إلى صدقها بصلة وثيقة لأنها لم تخضع لتحليل العلي الإحصائي الذي يكشف بوضوح عن هذا الصدق . وهكذا يفترض الناس أن اختباراً ما يقيس الذكاء فيطلقون عليه ذلك الاسم ظناً منهم أنه فعلاً يقيس هذا الذكاء . وأغلب الامتحانات المدرسية تنطوي تحت هذا النوع لأنها افتراضية ، ولم يقم الدليل العلي على ما تقيسه ولذا لا يصلح هذا النوع للحكم على مدى صدق الاختبار .

### ٢ - الصدق السطحي

يدل الصدق السطحي على المظاهر العام للاختبار كوسيلة من وسائل القياس العقلي . أي أنه يدل على مدى مناسبة الاختبار للمختبرين ، ويبدو ذلك في وضوح تعليلاته وحمية ترتيبها للخطوات الأساسية التي يتبعها المختبر في فهمه للأشئلة وإجابته عنها ؛ وعلى دقة تحديد الزمن المناسب للاختبارات الموقوتة التي

تعتمد على السرعة ، وعلى تحديد مستويات الصعوبة للاختبارات غير الموقوتة التي تعتمد على القوة ؛ وعلى نوع الأسئلة ومدى صلاحيتها لإثارة الاستجابات المناسبة من المختبرين . فالاختيار الحسابي الذي يدور حول المسائل المدرسية العادية قد لا يثير الاستجابة المناسبة من الجنود أو العمال بالرغم من أنه يثير الاستجابات المناسبة من الطلبة .

هذا وعندما يدرك كل مختبر فكرة الاختبار إدراكاً واضحاً ، ويشعر بأهميته ، وينشط للإجابة عليه ؛ نستطيع أن نعكم على صدق هذا الاختبار من الناحية السطحية .

وينطوي الصدق السطحي للاختبار أيضاً على سهولة الإمكانيات العملية لطبقة وتصحيحه وتفسير نتائجه .

وهكذا فدرك أهمية هذا النوع من الصدق في بناء الاختبارات العقلية .

### ٣ - الصدق المنطقي

يهدف الصدق المنطقي إلى الحكم على مدى تمثيل الاختبار للبيدات الذي يقيسه . فالاختبار العددي الذي يعتمد على الألفاظ أكثر مما يعتمد على الأعداد اختبار غير صادق من الناحية المنطقية . والاختبار المكاني الذي يعتمد على العمليات العددية أكثر مما يعتمد على النواحي المكانية اختبار غير صادق من الناحية المنطقية . وهكذا بالنسبة للبيدات الأخرى .

أي أن فكرة الصدق المنطقي تقوم في جوهرها على اختيار أسئلة الاختبار بالطريقة الطبقة أو الطبقة العشوائية التي تمثل ميدان القياس تمثيلاً إحصائياً صحيحاً . ولذا يعتمد بناء الاختبارات الحديثة على هذا النوع من الصدق في صياغة وإعداد الاختبارات المختلفة ، فيبدأون بتحليل المجال أو الميدان الاختباري أو الناحية التي يراد قياسها تحليلًا يكشف عن عناصرها المختلفة وأقسامها الرئيسية ، ثم يفصل كل قسم إلى أجزائه المختلفة ، وتقدر النسب

المثوية لأجزاء كل قسم من هذه الأقسام ، وبذلك تصبح عملية إختيار العينة الطبقية أو الطبقية العشوائية للأسئلة عملية ميسورة وتصبح أيضاً عملية صياغة الأسئلة عملية صحيحة شاملة .

## ب - الصدق الإحصائي

### ١ - الصدق الذاتي

يعرف الصدق الذاتي بأنه صدق الدرجات التجريبية للاختبار بالنسبة لدرجات الحقيقة التي خلصت من شوائب أخطاء القياس . وبذلك تصبح الدرجات الحقيقية للاختبار هي الميزان الذي للنسب إليه صدق الاختبار . وبما أن الثبات يقوم في جوهره على معامل ارتباط الدرجات الحقيقية للاختبار بنفسها إذا أعيد إجراء الاختبار على نفس مجموعة الأفراد التي أجرى عليها أول مرة كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لمعنى الثبات ، إذن فالصحة وثقة بين الثبات والصدق الذاتي .

وبما أن الصدق الذاتي بحساب الجذر التربيعي لمعامل ثبات الاختبار . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

$$\begin{aligned} \text{معامل ثبات الاختبار} &= 0.64 \\ \therefore \text{معامل الصدق الذاتي} &= \sqrt{0.64} \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

ويسمى هذا الصدق الذاتي أحياناً بالثبات القياسي (١) . ولهذا الصدق أهميته القصوى في تحديد النهاية العظمى لمعاملات الصدق

Index of Reliability

(١) الثبات القياسي

التجريبي والصدق العاملي . أى أن الحد الأعلى لمعامل صدق الاختبار يساوى معامل صدقه الذاتى ؛ وبذلك لا يمكن أن تتجاوز القيمة العددية لمعامل صدق الاختبار معامل صدقه الذاتى . فإذا كان الصدق الذاتى مساوياً لـ ٠,٧ مثلاً ، فإن معامل صدق مثل هذا الاختبار يساوى أو يقل عن ٠,٧ ، وهو فى الأغلب والأهم يقل عن ٠,٧ ، ولا يصل إليها إلا نظرياً .  
وسندين هذه النواحي بالتفصيل فى دراستنا للعوامل التى تؤثر على الصدق .

## ٢ - الصدق التجريبي

ويسمى معامل ارتباط الاختبار بالميزان بالصدق التجريبي أو الواقعى أو العملي ، وهو أهم أنواع الصدق وأكثرها شوعاً .  
وتعتمد فكرة الصدق التجريبي على صدق الميزان نفسه ، وهكذا ندرك أهمية اختبار الميزان الدقيق ؛ وسنتناول هذه الناحية بالتفصيل فى دراستنا لأنواع الموازين .

ويصلح هذا النوع من الصدق للتنبؤ بدرجات الميزان من درجات الاختبار لأنه يقوم على معامل الارتباط . وتتلخص طريقة التنبؤ فى حساب الانحدار درجات الميزان على درجات الاختبار كما سبق أن بينا ذلك فى دراستنا لمعاملات الانحدار .

وسندين أهمية هذه الفكرة فى تحليلنا المقبل لفوائد الصدق فى الاختبار التعاملي والمهني .

## ٣ - الصدق العاملي

يعتمد هذا النوع من الصدق على التحليل العاملي للاختبارات المختلفة ولمازنها التى تتسبب إليها .

وتقوم فكرة التحليل العاملي على حساب معاملات ارتباط الاختبارات والموازين المختلفة ثم تحللي هذه الارتباطات إلى العوامل التى أدت إلى ظهورها ،



وبذلك يؤدي هذا التحليل إلى الكشف عن العوامل المشتركة العامة والطائفية التي تتكون منها الاختبارات المختلفة ، ويؤثر العامل العام على جميع الاختبارات بنسب مختلفة تسمى معاملات تشبع الاختبارات بالعامل العام ، ويؤثر العامل الطائفي في بعض الاختبارات بنسب مختلفة تسمى أيضاً معاملات تشبع الاختبارات بالعامل الطائفي . أي أن العوامل الطائفية تقسم الاختبارات إلى مجموعات وفقاً لما تقيسه تلك الاختبارات ، فتؤلف من الاختبارات العديدة قسماً أو طائفة ، وتؤلف من الاختبارات اللغوية قسماً آخر أو طائفة ، وهكذا تكشف تلك العوامل عن مدى ارتباط كل اختبار من اختبارات أي مجموعة من تلك المجموعات بالعامل أو القدرة التي تمثلها تلك المجموعة .

وقد تطورت فكرة هذا التحليل العاملي تطوراً سريعاً منذ بدأت بأبحاث سبيرمان في مستهل هذا القرن . وقد كانت في نشأتها الأولى تؤكد فقط أهمية العامل العام وبذلك كان الصدق العاملي للاختبارات المختلفة ينسب دائماً إلى مدى تشبعها بذلك العامل العام أيًا كان نوعه . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

اختبار التفكير =  $0.8$  عامل عام +  $0.6$  عامل خاص أو خطأ المقياس  
أي أن اختبار التفكير صادق في قياسه لذلك العامل العام بدرجة  $0.8$  .

وقد تطورت الأبحاث العاملية بعد ذلك تطوراً أدى إلى تأكيد العوامل الطائفية وإهمال أثر العامل العام لقصوره عن توضيح المكونات الطائفية للاختبارات المختلفة . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

اختبار التفكير =  $1.08 + 0.4$  ب +  $0.3$  ج +  $0.5$  عامل خاص أو خطأ المقياس

حيث يدل الرمز  $\delta$  على القدرة الطائفية الأولى ولتسكن مثلاً القدرة الاستدلالية ويدل الرمز  $\beta$  على القدرة الطائفية الثانية ولتسكن مثلاً القدرة اللفظية ويدل الرمز  $\gamma$  على القدرة الطائفية الثالثة ولتسكن مثلاً القدرة العددية ويدل العامل الخاص على خطأ المقياس

وبذلك يصبح الصدق العامل لهذا الاختيار هو تشعبه بالقدرات ، وتصبح  
القيم العددية لذلك الصدق هي نفس تلك المعاملات التي دلت عليها المعادلة  
التي ملية السابقة .

وقد أصبح في مقدور علم النفس الإحصائي أن يجمع بين الاتجاهين : العام  
والطائفي في تنظيم واحد ، وبذلك تمت الخطوة الثالثة لتطور الأبحاث العملية ،  
وتمت معها عملية الكشف عن الصدق العامل العام والطائفي للاختبارات المختلفة .

ولهذه الطريقة أهميتها الكبرى في تحليل عدد كبير من الاختبارات والموازنين  
تحليلاً علمياً دقيقاً يؤدي إلى الكشف عن أقوى تلك الاختبارات بالنسبة  
لأى ميزان ، وعدد السبب الصحيحة بلع نتائج بعض الاختبارات في درجة  
واحدة صادقة صدقاً عالياً بالنسبة لميزان معين . أى عن الصدق الجلي .

## الطرق الإحصائية لقياس الصدق

تناخص أهم الطرق الإحصائية المعروفة لقياس الصدق فيما يلي :

١ - طريقة معاملات الارتباط - وهي من أدق الطرق المعروفة لحساب  
الصدق وأطولها أيضاً . ويعتمد الصدق التجريبي والصدق العامل اعتماداً كلياً  
على هذه الطريقة . وهي تؤدي إلى معرفة معامل الصدق (١) بطريقة صحيحة .

٢ - طريقة المقارنة الطرفية (٢) - وتقوم في جوهرها على مقارنة متوسط  
درجات الأقوياء في الميزان بمتوسط درجات الضعاف في نفس ذلك الميزان  
بالنسبة لتوزيع درجات الاختبار . ولذا سميت بالمقارنة الطرفية لاعتمادها على  
الطرف الممتاز والطرف الضعيف للميزان .

---

١ - معامل الصدق	Validity Coefficient
٢ - المقارنة الطرفية	The Comparison of Extreme Groups

٣ - طريقة الجدول المرتقب (١) - وتعتمد على مقارنة التوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى الميزان بالتوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى الاختيار فهى بذلك تقوم على فكرة التكرار المزدوج .  
وسنتناول فيما يلى كل طريقة من هذه الطرق بالدراسة والتحليل .

## ١ - طريقة معاملات الارتباط

سبق أن بينا أن معامل الصدق يساوى معامل ارتباط الاختيار بالميزان أياً كان نوع هذا الميزان ؛ اختياراً أو عاملاً أو أى مقياس آخر . وهكذا تلخص هذه الطريقة فى حساب ذلك الارتباط بالطريقة التى تصلح له .  
وبما أن معامل الصدق يدل على مدى صلاحية الاختيار للتنبؤ بدرجات الميزان حتى نستعين بمثل ذلك الاختيار بعد ذلك فى قياس الاستعداد للدراسة أو المهمة التى يقيسها ذلك الميزان إذن فالصدق وحده لا يصلح بصورته المباشرة للتنبؤ ، ولذا يحسب التنبؤ بطريقة الانحدار والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

نفرض أن الرمز  $v$  يدل على درجات الميزان .  
والرمز  $x$  يدل على درجات الاختبار  
إذن فالمعادلة التى تصلح لاستنتاج درجات الميزان من درجات الاختبار هى معادلة انحدار  $v$  على  $x$  ، وقد سبق أن درسنا هذه المعادلة فى الصورة التالية :

$$v = \bar{v} + \frac{r_{vx}}{s_x} (x - \bar{x}) + s_v$$

وهكذا نستطيع أن نقيس بدرجة أى فرد فى الدراسة أو المهنة المقابلة وذلك بمعرفة درجته فى الاختيار الذى حسبنا معامل صدقه بالنسبة لتلك الدراسة أو المهنة .

لكن هذا التنبؤ يتأثر بأخطاء العينات . ولذا يجب أن نعرف مدى الدلالة الإحصائية لهذا التنبؤ . وبما أن الخطأ المعيارى يدل على تلك الدلالة ، إذن فعلى ما أن نحسب الخطأ المعيارى للتنبؤ بدرجات ص من درجات م .

ويحسب الخطأ المعيارى للانحدار بالمعادلة التالية .

$$ع/ص = ع/م \sqrt{1 - r^2}$$

حيث يدل الرمز ع/ص على الخطأ المعيارى لانحدار ص على م .  
وبدل الرمز ع/م على الانحراف المعيارى لدرجات الميزان ص :  
وبدل الرمز م على معامل صدق الاختيار ، أو بمعنى آخر معامل ارتباط الاختيار بالميزان .

هنا يمكن حساب  $\sqrt{1 - r^2}$  مباشرة من معامل الاغتراب وذلك بالاستعانة بمجدول رقم ١ المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية الذى يدل على المفابلات الاغترابية غ للارتباط م . وقد سبق أن بينا أن الاغتراب غ  $= \sqrt{1 - r^2}$  وهكذا نستطيع أن نعيد صياغة المعادلة السابقة فى الصورة التالية .

$$ع/ص = ع/م \times غ$$

فإذا فرضنا أن معامل الصدق م = ٠,٧٥ .

٠ . معامل الاغتراب غ = ٠,٦٦ .

وفرضنا أن الانحراف المعياري  $\sigma = ٦,٥$

$$\sigma / \epsilon = ٦,٥ \times ٠,٦٦ =$$

$$= ٤,٣ \text{ تقريباً.}$$

أي أن حدود أي درجة من درجات الميزان ص التي تقابل الدرجة من درجات الاختبار ست تمتد من ( ص - ٤,٣ ) إلى ( ص + ٤,٣ ) ؛ واحتمال وقوع الدرجة في هذا النطاق إلى احتمال وقوعها خارج هذا النطاق يساوي ٢ إلى كما سبق أن بينا ذلك في تفسيرنا لمعنى الدلالة الإحصائية للخطأ المعياري (١) .

## ٢ - طريقة المقارنة الطرفية

عندما تدل نتائج الاختبار على أن الأقوياء في الميزان أقوياء في الاختبار وأن الضعاف في الميزان ضعاف في الاختبار يصبح الاختبار صادقاً ، ويزداد الصدق تبعاً لزيادة هذا الاقتران ويتناقص تبعاً لتناقص هذا الاقتران . ولذا نرى الأهمية الطرفية لمستويات الميزان في هذه المقارنة .

ومن أبسط الطرق التي تستخدم لتحقيق هذه الفكرة مقارنة متوسطات درجات الأقوياء بمتوسطات درجات الضعاف ثم حساب دلالة الفروق بين هذه المتوسطات . وعندما تصبح لتلك الفروق دلالة إحصائية راضية نستطيع أن نقرر أن الاختبار يميز بين الأقوياء والضعاف في الميزان ، وبذلك نعلم أن إلى صدقه ، وعندما لا تصبح لتلك الفروق دلالة إحصائية واضحة فإننا لا نستطيع الاطمئنان إلى صدق مثل هذا الاختبار .

أي أن هذه الطريقة تدل على صدق الاختبار ولا تدل بطريقة عددية أكيدة

(١) راجع الفصل الدائر من الكتاب — نظرية العينات والدلالة الإحصائية .

على مقدار هذا المردق . ونذا يقصر استخدامها على الأحكام السريعة التمهيدية التي تفصل الاختبارات المختلفة إلى ما هو صادق وما هو غير صادق بالنسبة لميزان ما ، وتصلح أيضاً لترتيب تلك الاختبارات ترتيباً يدل على مدى صدقها بالنسبة للميزان .

هذا ولاغنى للباحث عن هذه الطريقة عندما لا يستطيع الحصول على ترتيب جميع الأفراد بالنسبة لمستويات الميزان المختلفة. بل يستطيع فقط الحصول على الأفراد الممتازين والضعاف .

والجدول التالي يوضح طريقة حساب فروق المتوسطات الطرفية ، والكشف عن دلالتها الإحصائية .

تكرار المستوى القوي	تكرار المستوى المرئي القوي	تكرار المستوى الضعيف المرئي الضعيف	تكرار المستوى المرئي الضعيف	متصفات القنوات	مئات درجات الاختبار
$\times$ متصفات القنوات		$\times$ متصفات القنوات			
٢١٦	٢	٥٢	١	٥٢	٥٤ — ٥٠
٤٦٣	٦	١١٤	٢	٥٧	٥٩ — ٥٥
٥٧٤	٧	٦٣	١	٦٢	٦٤ — ٦٠
٤٢٥	٥	٢٣٥	٥	٦٧	٦٩ — ٦٥
٢٧٦	٢	٥٧١	٨	٧٢	٧٤ — ٧٠
٢٩١	٢	٣٠٨	٤	٧٧	٧٩ — ٧٥
		٠	٠	٨٢	٨٤ — ٨٠
		٠	٠	٨٧	٨٩ — ٨٥
		٠	٠	٩٢	٩٤ — ٩٠
		٠	٠	٩٧	٩٩ — ٩٥
$\neq$ $\frac{٢٢٥٤}{٧٧} = ٢٩$ $٨٣,٤٨ =$ $٧,٤٣ = ٢٤$	$\neq$ $٢٧ =$	$\neq$ $\frac{١٤٤٧}{٢١} = ٦٩$ $٦٨,٩٠ =$ $٦,٨١ \times ١١,٤$	$\neq$ $٧١ =$		

جدول ١١٥  
طريقة حساب المتوسطات بطريقة رانج القام المباشرة

وبدل العمود الأول في هذا الجدول على فئات درجات الاختبار. وبذلك تمتد الفئة الأولى من ٥٠ إلى ٥٤ والثانية من ٥٥ إلى ٥٩ وهكذا حتى تمتد الفئة الأخيرة من ٩٥ إلى ٩٩.

وتدل درجات العمود الثاني على منتصفات تلك الفئات ، فننتصف الفئة الأولى ٥٢ ومنتصف الفئة الثانية ٥٧ ، ومنتصف الفئة الأخيرة ٩٧ .

وقد رصدنا في العمود الثالث تكرار أفراد المستوى الضعيف في الميزان كل أمام درجته في الاختبار ، وبذلك يدل السطر الأول في هذا العمود على أن فرداً واحداً من أفراد المستوى الضعيف في الميزان حصل على درجة في الاختبار تقع في الفئة الأولى لدرجات هذا الاختبار التي تمتد من ٥٠ إلى ٥٤ ، ويدل السطر الثاني على أن ٢ من أفراد هذا المستوى حصلوا على درجات في الاختبار تقع في الفئة التي تمتد من ٥٥ إلى ٥٩ ، وهكذا بالنسبة للفئات الأخرى .

وبدل العمود الرابع على حاصل ضرب منتصف كل فئة من فئات الاختبار في التكرار المقابل لها ، وبذلك يبين السطر الأول في هذا العمود حاصل ضرب  $٥٢ \times ١$  وبين السطر الثاني حاصل ضرب  $٥٧ \times ٢ = ١١٤$  وهكذا بالنسبة لبقية الفئات . وقد حسب متوسط درجات أفراد هذا المستوى وذلك بقسمة مجموع الدرجات المساوي له ١٤٤٧ على عدد أفراد هذا المستوى الذي يساوي ٢١ ، وبذلك أصبح المتوسط مساوياً له ٦٨,٩ .

وبدل للعمود الخامس على تكرار أفراد المستوى القوي في الميزان بالنسبة لفئات درجات الاختبار ، فنلاحظ السطر الأخير على أن عدد أفراد المستوى الممتاز الذين حصلوا على درجات في الاختبار تقع في الفئة ٩٥ - ٩٩ هو ٣ ، ويدل السطر الذي قبله على أن عدد أفراد هذا المستوى الذين حصلوا على درجات في الاختبار تقع في الفئة ٩٠ - ٩٤ هو ٣ أيضاً . وهكذا بالنسبة لبقية تكرار هذا العمود .



وبدال العمود السادس على حساب متوسط هذا المستوى بنفس الطريقة  
التي اتبعناها في حساب متوسط المستوى الضعيف . وبما أن مجموع تكرار  
هذا العمود يساوي ٢٧ ؛ ومجموع درجات هذا المستوى يساوي ٢٢٥٤ إذن  
فمتوسط درجات هذا المستوى يساوي ٨٣,٤٨  
أي أن :

$$\bar{x}_2 = 83,48 \quad \text{متوسط درجات أفراد المستوى الميزان الضعيف}$$

$$\bar{x}_1 = 83,48 \quad \text{ومتوسط درجات أفراد المستوى الميزان القوي}$$

ولحساب الدلالة الإحصائية للفرق القائم بين هذين المتوسطين نحسب أولاً  
الخطأ المعياري لكل متوسط وذلك بحساب الانحراف المعياري لدرجات كل  
مستوى من هذين المستويين ، ثم نستعين على حساب دلالة الفرق بالنسبة الحرجة  
وقد سبق أن بينا أن :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}$$

وذلك بالنسبة للمتوسطات غير المرتبطة ؛ وهذا يحسب الأخطاء المعيارية  
للمتوسطات من المعادلات التالية :

$$\frac{x_1}{\sqrt{r}} = x_1 \quad \text{و} \quad \frac{x_2}{\sqrt{r}} = x_2$$

لكن الانحراف المعياري لدرجات المستوى الميزان الضعيف  $x_2 = 6,81$

$$\therefore \frac{6,81}{\sqrt{2}} = x_2 \quad \text{الخطأ المعياري لمتوسط درجات هذا المستوى}$$

$$1,49 =$$

والانحراف المعياري لدرجات المستوى الميزاني القوي ع<sub>٢</sub> = ٧,٤٣

$$\frac{7,43}{27} \sqrt{\quad} = \text{الخطأ المعياري لمتوسط درجات هذا المستوى ع<sub>٢</sub> = ٧,٤٣}$$

$$1,43 =$$

$$\frac{78,90 - 83,48}{\sqrt{(1,49) \times (1,43)}} = \text{النسبة الحرجة}$$

$$\frac{14,01}{\sqrt{2,2201 + 2,0449}} =$$

$$\frac{14,08}{2,07} =$$

∴ النسبة الحرجة = ٧,٠٤ تقريباً

وبما أن هذه النسبة تزيد على ٧,٠٨ درجة معيارية أو على ٣؛ إذن فالفرق القائم بين المتوسطين له دلالة إحصائية أكيدة ولا يرجع إلى الصدفة. أي أي درجات هذا الاختبار تميز تمييزاً واضحاً بين المستويات الضعيفة والقوية للميزان سواء أكان هذا الميزان مهنة أو عملاً أو دراسة أي أن هذا الاختبار صادق في قياسه لتلك الصفة التي يقسمها الميزان.

هذا ونستطيع أن نحصل على ترتيب جميع الأفراد في الميزان ثم نقسم هؤلاء الأفراد إلى قسمين؛ قوى وضعيف، ونحسب بعد ذلك معامل ارتباط هذا التقسيم الثنائي للميزان والتدرج المتتابع للاختبار بطريقة معامل الارتباط الثنائي أو الثنائي الأصيل لنحصل على القيمة العددية لمثل هذا الصدق، وبذلك نطوّر

هذه الطريقة التقريبية إلى دقة الطريقة الأولى التي تعتمد على حساب مثل ذلك الارتباط .

وترجع فكرة هذه الطريقة إلى تقسيم مستويات الميزان بالوسيط إلى طرفين : علوى وسفلى أو ما فوق الوسيط وما دون الوسيط ، ثم يحسب بعد ذلك معامل الارتباط لهذا التقسيم الثنائى ويختار من القسم العلوى ٢٧ ٪ الأقياء ، ويختار من القسم السفلى ٢٧ ٪ الضعاف ويحسب من ذلك معامل الارتباط من جدول فلاناغان J. Flanagan المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم (١٦) ، أو بطريقة جونسون A. P. Johnson السريعة كما سنبين ذلك بالتفصيل فى تحليلنا لصدق أسئلة الاختبارات فى الفصل التالى .

### ٣ - طريقة الجدول المرتقب

تعتمد هذه الطريقة على الإفادة من التكرار المزدوج للاختبار والميزان فى تقدير صدق الاختبار ، وتؤدى إلى الكشف عن معرفة النسب المئوية للنجاح فى كل مستوى من مستويات الميزان بالنسبة لكل مستوى من مستويات الاختبار .

وتتلخص خطوات هذه الطريقة فى حساب جدول التكرار المزدوج للاختبار والميزان ثم تحويل خلايا هذا الجدول إلى ما يسمى بالجدول المرتقب (١) وذلك بحساب النسبة المئوية لكل تكرار ، وبذلك نستطيع تفسير نتائج الاختبار فى ضوء هذه النسب المئوية والمثال التالى يوضح خطوات هذه الطريقة

---

(1) Adkins, D. C., and Others. Construction and Analysis of Achievement Tests, 1947, P. P. 13—165.

المجموع	مستويات النجاح في الميزان					جدول التكرار المزدوج للاختبار والميزان	
	٥	٤	٣	٢	١	فئات درجات الاختبار	
٢٣		٦	١١	١٣	٣	٥٩ - ٥٠	
٦٣		٦	٣٠	٢١	٦	٦٩ - ٦٠	
١١٤	٩	٢٤	٤٥	٢٤	١٢	٧٩ - ٧٠	
٦٠	١٢	٢٤	١٥	٩		٨٩ - ٨٠	
٣٠	٦	١٨	٦			٩٩ - ٩٠	

( جدول ١١٦ )

التكرار المزدوج لثلاث درجات الاختبار ومستويات النجاح في الميزان

حيث يدل العمود الأول على فئات الدرجات التي تبدأ بالفئة ٥٠ - ٥٩ وتنتهي إلى الفئة ٦٠ - ٩٩

ويدل السطر الأول على مستويات الأداء والنجاح في الميزان التي تبدأ بالمستوى الأول الذي يعد أضعف هذه المستويات ويليه المستوى الثاني الذي يفضل في القوة ثم تنتهي إلى المستوى الخامس الذي يعد أقوى هذه المستويات

وتدل الخلايا الداخلية لهذا الجدول على التكرار المزدوج للاختبار والميزان، وبذلك نرى أن التوزيع التكراري لمستويات الميزان بالنسبة للفئة الأولى لدرجات الاختبار التي تمتد من ٥٠ إلى ٥٩ هو ٣ أفراد في المستوى الميزاني

الأول ، ١٣ فرداً في المستوى الميزاني الثاني ١١ فرداً في المستوى الميزاني الثالث ، ٦ أفراد في المستوى الميزاني الرابع ، وصفر في المستوى الميزاني الخامس . أى تكرار النجاح في المهنة بالنسبة للفئة الأولى ٥٠ - ٥٩ يعادل إلى النجم في المستويات الدنيا لهذا الميزان . أى أن الفئة الدنيا للاختيار تقترن إلى حد ما بالمستويات الضعيفة للميزان . ويمكن أن نستطرد في فهمنا للخلايا هذا الجدول حتى نصل إلى أعلى فئات الدرجات التي تمتد من ٩٠ إلى ٩٩ فترى أن التوزيع التكرارى لمستويات الميزان يساوى صفراً في المستوى الميزاني الأول ، و صفراً في المستوى الميزاني الثاني ثم يرتفع هذا التكرار ليساوى ٩ أفراد في المستوى الميزاني الثالث ١٨٢ فرداً في المستوى الميزاني الرابع ؛ ٦ أفراد في المستوى الميزاني الخامس . أى أن الفئة العليا للميزان تقترن إلى حد ما بالمستويات القوية للميزان .

لكن هذا الجدول بصورته القائمة لا يدل بطريقة واضحة أكيدة على المقارنة الاقترافية لفئات الاختبار ومستويات الميزان . ولذا تحسب المناسب المئوية للخلايا الداخلية لذلك الجدول حتى نكشف عن النسبة المئوية للنجاح في كل مستوى من مستويات الميزان بالنسبة لكل فئة من فئات الاختبار .

وتحسب هذه النسب بقسمة كل تكرار على المجموع المقابل له في نهاية السطر ، ثم يضرب الناتج بعد ذلك في مائة .

والخطوات التالية توضح طريقة حساب هذه النسب :

١. التكرار المزدوج للفئة ٥٠-٥٩ والمستوى الميزاني الأول يساوى ٣

وبما أن مجموع تكرار هذا السطر يساوى ٣٣

$$\therefore \text{النسبة المئوية لتكرار هذه الخلية} = \frac{3}{33} \times 100$$

$$= 9 \text{ تقريباً}$$

وهكذا بالنسبة لبقية الخلايا ، كما يدل على ذلك الجدول التالي .

المجموع	مستويات النجاح في الميزان					التكرار المزدوج المتوى للاختبار والميزان	
	٥	٤	٣	٢	١		
٩٩		١٨	٢٢	٢٩	٩	٥٩-٥٠	درجات الاختبار
١٠١		١٠	٤٨	٢٣	١٠	٦٩-٦٠	
١٠٠	٨	٢١	٣٩	٢١	١١	٧٩-٧٠	
١٠٠	٢٠	٤٠	٢٥	١٥		٧٩-٨٠	
١٠٠	٢٠	٦٠	٢٠			٩٩-٧٠	

( جدول ١١٧ )

الجدول المرتب أو التكرار المزدوج المتوى لثلاث درجات الاختبار ومستويات الميزان

ويسمى جدول التكرار المزدوج المتوى للاختبار والميزان بالجدول المرتب إذ به نستطيع أن نعلم احتمال النجاح في المهنة بالنسبة لكل فئة من فئات الاختبار فاحتمال النجاح في المستوى الرابع للمهنة يساوي ١٨ ٪ بالنسبة للفئة الأولى الاختبارية التي تمتد من ٥٠ إلى ٥٩ ، واحتمال النجاح في نفس هذا المستوى يصل إلى ٦٠ ٪ بالنسبة للفئة الأخيرة الاختبارية التي تمتد من ٩٠ إلى ٩٩ كما يدل على ذلك الجدول المرتب .

وهكذا نستطيع أن نقدر مدى صدق هذا الاختبار بالنسبة لكل مستوى من مستويات الميزان بطريقة عملية سريعة .

هذا وتستطيع أن تجمع البيانات العددية للجدول السابق في أربع خلايا تلخص التكرار المزدوج للمستويات الضعيفة والقوية الميزان. وللفئات الدنيا والعليا للاختبار، وبذلك نكشف بطريقة سريعة عن صدق الاختبار ونستعين بهذا الصدق في تحديد اختيار الأفراد كما يدل على ذلك الجدول التالي:

المجموع	مستويات الميزان		الجدول الرباعي		
	القوى	الضعيف	للتكرار المزدوج		
	من ٣ إلى ٥	من ١ إلى ٢	الأعلى	الأدنى	نقاط
٢١٠	(ب) ١٣١	(١) ٧٩	٧٩-٥٠		
٩٠	(د) ٨١	(ج) ٩	٩٩-٨٠		

( جدول ١١٨ )

الجدول الرباعي لتكرار الزوج الفئات الدنيا والعليا لدرجات والمستويات الضعيفة والقوية للميزان

حيث يدل هذا الجدول على أن التوزيع التكراري لمستويات الميزان بالنسبة لفئة الدنيا لدرجات الاختبار التي تمتد من ٥٠ إلى ٧٩ هو ٧٩ فرداً في المستوى الميزان الضعيف الذي يمتد من ١ إلى ٢؛ ١٣١ فرداً في المستوى الميزان القوي الذي يمتد من ٣ إلى ٥.

ويدل أيضاً على أن التوزيع التكراري لمستويات الميزان بالنسبة لفئة العليا لدرجات الاختبار التي تمتد من ٨٠ إلى ٩٩ هو ٩ أفراد في المستوى الميزان الضعيف الذي يمتد من ١ إلى ٢؛ ٨١ فرداً في المستوى الميزان القوي الذي يمتد من ٣ إلى ٥.

هذا ونستطيع أن نحسب معامل الارتباط الرباعي مباشرة من هذا الجدول وذلك بقسمة حاصل ضرب الخلايا المتشابهة على حاصل ضرب الخلايا المختلفة، ثم قراءة الارتباط الرباعي من جدول رقم (١١) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية .

$$\frac{s \times t}{r \times n} = \frac{\text{حاصل ضرب الخلايا المتجانسة}}{\text{حاصل ضرب الخلايا المختلفة}}$$

$$\frac{81 \times 79}{9 \times 131} =$$

$$\frac{6399}{1179} =$$

$$5,427 =$$

هذا ويدل جدول الارتباط الرباعي (جدول رقم ١١) على أنه عندما نكون

$$5,388 = \frac{s}{r}$$

يصبح الارتباط الرباعي مرب

$$5,090 = \frac{s}{r}$$

يصبح الارتباط الرباعي مرب

$$5,427 =$$

وبما أن قيمة  $\frac{s}{r}$  في مثالنا هذا

$$5,6 =$$

∴ فالارتباط الرباعي لثالنا هذا



• أى أن معامل صدق هذا الاختبار بالنسبة لذلك الميزان هو ٠,٦.

هذا ونستطيع أن نحول الجدول الرابعي للتكرار المزدوج إلى جدول مرتقب وذلك بحساب النسب المتوقعة للخلايا كما يدل على ذلك الجدول التالي :

المجموع	مستويات الميزان		الجدول الرابعي المتوى للتكرار المزدوج		
	القوى	الضعيف	٧٩-٥٠	٧٩-٥٠	٧٩-٥٠
١٠٠	٦٢	٣٨	٧٩-٥٠	٧٩-٥٠	٧٩-٥٠
١٠٠	٩٠	١٠	٩٩-٨٠	٩٩-٨٠	٩٩-٨٠

( جدول ١١٦ )

الجدول المرتقب أو الجدول المتوى للتكرار المزدوج ثنائيات الدنيا وناعليا للدرجات ، والمستويات الضعيفة والقوية للميزان

ونفس نتائج هذا الجدول بنفس الطريقة التي فسرنا بها نتائج الجدول المرتقب السابق - جدول رقم (١١٧) .

## أنواع الموازين

اصطلاحنا على أن الميزان هو الإطار أو المقياس الذى ننسب إليه نتائج الاختبارات المختلفة ، فهو بذلك وسيلتنا للحكم على صدق تلك الاختبارات .

ولذا تصبح عملية اختيار الميزان عملية دقيقة لأنها تقرر صلاحيته كميزان ،  
ومصدق الاختبارات المنسوبة إليه .

وتعتمد صلاحية الموازين على مدى ثبات نتائجها ، وسهولة تطبيقها ،  
وسرعة حساب نتائجها ، وإمكانياتها العملية والمالية المناسبة .

وتختلف أنواع الموازين تبعاً لاختلاف ميادين القياس ، وإن منها  
لما يقترب من الموضوعية الدقيقة ، وإن منها لما يقتصر على الانطباعات  
الذاتية التي يحكم بها الخبراء على نشاط الآخرين وإنتاجهم .

وتتلخص أهم هذه الموازين فيما يلي :

## ١ - الاختبارات

ومن أمثلتها اختبارات الذكاء واختبارات القدرات المختلفة التي أكدت  
نتائج الانبجاث السابقة صدقها في قياسها لذلك الذكاء أو تلك القدرات والصفات  
التي تقيسها .

## ٢ - العوامل المشتركة

وهي أكثر موضوعية من الاختبارات السابقة وإن كانت تعتمد عليها في  
وجودها . وقد سبق أن بينا معنى العوامل المشتركة في دراستنا للصدق العامل .  
والعامل بهذا المعنى اختبار فرضي نقي يقيس الصفة المراد قياسها بأدق طريقة  
معروفة لقياسها ، وتنسب إليه نتائج الاختبارات لمعرفة صدقها بعد عملية  
التحليل للعامل للاختبارات المختلفة .

### ٣ - الميزان الإنتاجي

وتقوم فكرة هذا الميزان على قياس إنتاج الأفراد في أى عمل ما قياساً بمقدار كمية هذا الإنتاج وسرعته ومستوى جودته .

### ٤ - ميزان الانطباعات الذاتية

يعتمد هذا النوع على ترتيب الخبراء للأفراد ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً . وقد لجأ إليه إلى هذا الميزان في قياس صدق اختياره للذكاء ، فطلب إلى المدرسين ترتيب التلاميذ بالنسبة للذكاء وقارن بين هذا الترتيب ونتائج اختياره .

### ٥ - زمن التعلم

تعتمد بعض المقاييس الصناعية والتربوية على سرعة تعلم الأفراد للمهارات والعلوم المختلفة . ويمكن أن ندرج هذه المقاييس تدريجياً يجعلها صالحة للحكم على قوى الأفراد في تلك الصفة بالنسبة للزمن الذي يستغرقه كل منهم في إجادة المهارة أو تحصيل المعلومات .

### ٦ - ميزان المناظرة

يعتمد النجاح في بعض نواحي النشاط البشري على قدرة الفرد على المناظرة ،

---

(١) يقسم هل G. L. Hull موازين الصدق إلى الأنواع الرئيسية التالية :

١ - الميزان الإجابي Product Criteria

٢ - الميزان اللغاطي Action Criteria ، ويهدف إلى قياس النشاط خلال أداء الفرد للعمل .

٣ - ميزان الانطباعات الذاتية Subjective Impression Criteria

راجع الكتاب التالي لحل : —

Hull, C. L. Aptitude Testing, 1928, P. P. 375 | 376.

ولذا يجب أن تقيس موازين تلك النواحي هذه القدرة قياساً دقيقاً لتصبح موازين صادقة .

تلك هي أهم الأنواع العامة للموازين ، ولاشك أن نوع الميزان يختلف تبعاً لاختلاف مظاهر الصفة أو النشاط ، فتلاهم علم النفس الصناعي بالأنواع التي لها صلة مباشرة بالصناعات المختلفة ، وخاصة ما يرتبط منها بنسبة غياب العمال وأثر هذه النسبة على الإنتاج ، ويمدى تكرار الحوادث التي تصدر عن الأفراد ، وغير ذلك من النواحي الصناعية . (١)

### العوامل التي تؤثر على الصدق

تتناخص أهم العوامل التي تؤثر على الصدق فيما يلي :

- ١ - طول الاختبار
- ٢ - ثبات الاختبار
- ٣ - ثبات الميزان
- ٤ - اقتران ثبات الاختبار بثبات الميزان
- ٥ - التباين

وسندرس كل عامل من هذه العوامل دراسة تحليلية لتدرك أهميته، ونرى أثره ، ونستكشف عن وسائل تطويره وتغييره لارتفاعه بالصدق إلى أقصاه ، ولنعلم حدوده العليا ونهاياته العظمى .

### ١ - طول الاختبار

يزداد صدق الاختبار تبعاً لزيادة عدد أسئلته لأن ذلك الطول يضاعف

(1) Tiffin, J Industrial Psychology, 1951, p. p. 53—59.

(2) Thurstone, L. L, The Reliability and Validity of Tests, 1936 p. p. 49 — 51.

أثر الشوائب أو أخطاء القياس لكبر حجم عينة الأسئلة - وبذلك يزداد معامل ارتباط الاختبار بالميزان ، وترتفع القيمة العددية لمعامل صدق الاختبار .  
 هذا وبما أن الصدق يعتمد على الثبات . وبما أن الثبات يعتمد على طول الاختبار ، إذن فالصدق أيضاً يعتمد على هذا الطول كما تدل على ذلك المعادلة التالية (١) : —

$$r_{ss} = \frac{r_{ss} - 1}{n} \sqrt{\frac{r_{ss}}{r_{ss} + 1}}$$

حيث يدل الرمز  $r_{ss}$  (نس) على معامل ارتباط الاختبار من بالميزان من وذلك عندما يزداد الاختبار من المرات  
 ويدل الرمز  $r_{ss}$  على معامل ارتباط الاختبار من بالميزان من قبل تلك الزيادة

ويدل الرمز  $r_{ss}$  على معامل ثبات الاختبار من  
 ويدل الرمز  $n$  على عدد المرات التي يزداد بها طول الاختبار

فإذا كان معامل صدق الاختبار قبل الزيادة  $r_{ss} = 0,6$

وكان معامل ثبات الاختبار  $r_{ss} = 0,8$

سُمِّد طول الاختبار لأربع أمثاله  $n = 4$

إذن فالزيادة في الصدق تُحسب بالتعويض في المعادلة السابقة

---

(١) Adkine, D. G., and Others, Construction and Analysis of Achievement Tests, 1947, P.P. 166 ~ 169.

$$\frac{0,6}{0,8 + \frac{0,2}{4}} \sqrt{0,6} = 0,65 \text{ (س) س}$$

$$\frac{0,6}{0,8 + \frac{0,2}{4}} \sqrt{0,6} =$$

$$\frac{0,6}{0,85} \sqrt{0,6} =$$

$$0,65 \text{ (س) س} = 0,65$$

أى أن القيمة العددية لمعامل صدق الاختبار ترتفع من 0,6 إلى 0,65 عندما يزداد طول هذا الاختبار إلى أربع أمثاله .

وبنفس هذه الطريقة يمكن أن نحسب زيادة الصدق تبعاً لآى زيادة فى طول الاختبار . وبذلك تتغير القيم العددية لمعامل الصدق تبعاً لتغير قيم ن . أى تبعاً لتغير طول الاختبار .

## ٢ - ثبات الاختبار

يتأثر الصدق بالقيمة العددية لمعامل ثبات الاختبار تأثراً مباشراً مضطرباً ، فيزداد الصدق تبعاً لزيادة الثبات ، لكن الثبات يتأثر أيضاً بطول الاختبار تأثراً مباشراً مضطرباً ، وإذا يزداد الصدق تبعاً لزيادة طول الاختبار كما سبق أن بينا ذلك فى تحليلنا لآثر إطالة الاختبار على الصدق ، ويصل هذا الثبات إلى أقصاه عندما يصل طول الاختبار إلى ما لا نهاية ، ويمكن أن نحسب صدق

الاختبار لهذه الحالة التي تدل على الحد العلوي الثبات المقرون بالزيادة اللانهائية لطوله وذلك بالتعويض عن قيمة  $n$  التي أصبحت تساوي مالانهاية في معادلة إطالة الاختبار وذلك بالطريقة التالية .

$$\therefore \text{مس} (n) = \frac{\text{مس} \text{مس}}{\sqrt{1 - \frac{\text{مس} \text{مس}}{n} + \text{مس} \text{مس}}} \quad \text{لكن } n = \infty \text{ مالانهاية}$$

$$\therefore \text{مس} (\infty) = \frac{\text{مس} \text{مس}}{\sqrt{1 - \frac{\text{مس} \text{مس}}{\infty} + \text{مس} \text{مس}}}$$

لكن  $\frac{1 - \text{مس} \text{مس}}{\infty}$  لأن نتيجة قسمة أى عدد على مالانهاية تساوى صفراً

$$\therefore \text{مس} (\infty) = \frac{\text{مس} \text{مس}}{\sqrt{\text{مس} \text{مس}}}$$

حيث يدل الرمز  $\text{مس} (\infty)$  على القيمة التنبؤية لمعامل الصدق عندما يصل طول الاختبار إلى مالانهاية

ويبدل الرمز  $\text{مس} \text{مس}$  على معامل صدق الاختبار الأصلي أو التجريبي

ويبدل الرمز  $\text{مس} \text{مس}$  على معامل ثبات الاختبار الأصلي أو التجريبي

فإذا كان  $\text{مس} \text{مس} = 0.60$

وكان  $\text{مس} \text{مس} = 0.81$





لمعامل الثبات إلا في النادر العماذ الذى يرجع إلى الاختلاء التجريبية أكثر مما يرجع إلى النتائج الصحيحة العلمية .

إذن فالحد العلوى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيد في هذه الحالة عن الجذر التربيعى لمعامل ثبات الاختبار .

### ٣ - ثبات الميزان

يتأثر الصدق بالقيمة العددية لثبات الميزان كما تأثر بالقيمة العددية لثبات الاختبار ، فتتضطر زيادة الصدق تبعاً لاضطراد زيادة ثبات الميزان ، ويصل هذا الثبات إلى أقصاء عندما يصل طول الميزان إلى ما لانهاية . ويمكن أن نحسب صدق الاختبار لهذه الحالة التى تدل على الحد العلوى لثبات الميزان المقرون بالزيادة اللانهائية لطوله وذلك بإعادة صياغة معادلة الطول ووضع الاختبار مكان الميزان ثم التعويض عن قيمة ن التى أصبحت تساوى ما لانهاية ، وبذلك تتحول معادلة الطول للصورة التالية .

$$\therefore \text{صدق} (ن) = \sqrt{\frac{\text{معامل} \text{ م}}{ن - 1 + \frac{\text{معامل} \text{ م}}{ن}}} \quad \text{لكن } ن = \infty$$

$$\therefore \text{صدق} (\infty) = \sqrt{\frac{\text{معامل} \text{ م}}{\infty - 1 + \frac{\text{معامل} \text{ م}}{\infty}}}$$

$$\therefore \text{صدق} (\infty) = \sqrt{\frac{\text{معامل} \text{ م}}{\text{معامل} \text{ م}}}$$

حيث يدل الرمز  $m$  ( $m$  س) على القيمة التنبؤية للصدق عندما يصبح طول الميزان هالاً نهائية

ويدل الرمز  $m_1$  على معامل صدق الاختبار بالنسبة للميزان الأصلي التجريبي

ويدل الرمز  $m_2$  على معامل ثبات الميزان الأصلي التجريبي

$$0,60 = m_1$$

$$0,64 = m_2$$

$$\therefore m = m_1 m_2 = \frac{0,60}{0,64}$$

$$= 0,9375$$

$$= 0,94$$

إذن فالقيمة التنبؤية للصدق عندما يصل طول الميزان إلى مالا نهائية تساوي  $0,94$  في مثالنا هذا

فإذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية تأثرت أيضاً بالعوامل الأخرى المساعدة على زيادة الصدق تأثراً يرتفع بكل عامل من تلك العوامل إلى صورته المثلى، فإن هذه القيمة تساوي الواحد الصحيح أى الارتباط التام الموجب

$$\therefore m = m_1 m_2 = 1 \text{ في هذه الحالة}$$

$$\text{لكن } m = m_1 m_2 = \frac{m_1}{m_2}$$



حيث يدل الرمز  $\infty$  على طول الاختبار  
ويدل الرمز  $\infty$  على طول الميزان

وعندما تصبح  $\infty =$

وتصبح  $\infty =$

،  $\infty$  (  $\infty$  )  $\infty$  (  $\infty$  )

$$\frac{\frac{\infty}{\infty}}{\left[ \frac{\infty}{\infty} + \frac{\infty}{\infty} + 1 \right] \left[ \frac{\infty}{\infty} + \frac{\infty}{\infty} + 1 \right]} \sqrt{\infty}$$

$$\frac{\frac{\infty}{\infty}}{\infty \times \infty} \sqrt{\infty} = (\infty) (\infty) \infty$$

حيث يدل الرمز  $\infty$  (  $\infty$  )  $\infty$  (  $\infty$  ) على القيمة التنبؤية لمعامل الصدق عندما  
يصل طول الاختبار والميزان إلى ما لا  
نهاية . فهو بذلك يدل على معامل  
ارتباط الدرجات الحقيقية للاختبار  
بالدرجات الحقيقية للميزان .

على معامل صدق الاختبار الأصلي  
التجريبي بالميزان الأصلي التجريبي .  
فهو بذلك يدل على معامل ارتباط  
الدرجات التجريبية الأصلية للاختبار  
بالدرجات التجريبية الأصلية للميزان .

ويدل الرمز  $\infty$   $\infty$   $\infty$

وبدل الرمز  $m$  على معامل ثبات الاختبار التجريبي .

وبدل الرمز  $m$  على معامل ثبات الميزان التجريبي .

فإذا فرضنا أن هذه القيمة التنبؤية للصدق الحقيقي تأثرت أيضاً بالعوامل الأخرى المساعدة على زيادة الصدق والثبات ، تأثراً يرتفع بكل عامل من تلك العوامل إلى صورته المثلثي ، فإن هذه القيمة تصبح مساوية للواحد الصحيح أو الارتباط التام الموجب .

$$\therefore m(m) (\infty) = 1$$

$$\therefore \frac{m}{\sqrt{m \times m}} = 1$$

$$\therefore \sqrt{m \times m} = m$$

أى أن الصدق في هذه الحالة المثالية يساوى الجذر التربيعي لحاصل ضرب ثبات الاختبار في ثبات الميزان .

إذن فالحد الأعلى أو النهاية العظمى للصدق لا يمكن أن تزيد في هذه الحالة عن الجذر التربيعي لحاصل ضرب معامل ثبات الاختبار في معامل ثبات الميزان .

وهكذا نتلخص الحدود العليا للصدق فيما يلي :

$$(1) \quad \sqrt{m} > m$$

$$(2) \quad \sqrt{m} > m$$

$$\begin{array}{lcl} (٣) & > & \frac{\text{مستوى} \times \text{مستوى}}{\text{مستوى}} \\ & > & \text{حيث يدل الرمز} \end{array}$$

على يسارى أو أقل من

#### ٤ - التباين

سبق أن بينا مدى تأثير معامل ثبات الاختبار بالانحراف المعيارى المدرجات أو بتباين تلك الدرجات . لكن الثبات في جوهره معامل ارتباط . وهكذا ندرك أثر زيادة أو نقصان الفروق الفردية على معاملات الارتباط المختلفة . وبما أن الصدق صورة من صور الارتباط القائم بين الاختبار والميزان ، إذن فالصدق أيضاً يتأثر بتلك الفروق الفردية . وهكذا نرى أن التباين الضعيف يقلل من أثر هذا الصدق ، وإن التباين القوى يزيد من القيمة العددية لذلك الارتباط . ويصل الصدق إلى نهايته الصغرى عندما يصل تباين الاختبار والميزان إلى النهاية الصغرى أيضاً ، أى عندما تزول الفروق القائمة بين الأفراد في درجات الاختبار ودرجات الميزان .

#### فوائد الصدق في الاختيار التعليمى والمنهى

يهدف الصدق إلى الكشف عن نوع ودرجة الصفات المختلفة التى يقيسها الاختبار ، فهو بذلك يحدد المسكوفات الرئيسة لكل اختبار من الاختبارات التى نستخدمها فى أبحاثنا وتطبيقاتنا العملية المختلفة .

ولهذه الناحية أهميتها القصوى فى الاختيار التعليمى والمنهى ، فالاختبار الذى يرتبط ارتباطاً عالياً بالنجاح فى التعليم الإعدادى يصلح للتنبؤ بهذا النجاح ، وبممكن أن نعتد عليه فى اختيار طلاب هذه المرحلة ، والاختبار

الذى يرتبط ارتباطاً عالياً بالنجاح في مهنة كالتدريس يصلح أيضاً للتنبؤ بهذا النجاح ، ويمكن أن نعتمد عليه في اختيار المدرسين .

هذا ويمكن أيضاً أن نعتمد على الاختبارات التي لا ترتبط ارتباطاً عالياً بالميزان وذلك بمعرفة وتحليل جميع العوامل التي تؤثر على الاختيار والميزان وعملية الاختيار والإفادة منها .

وتتلخص أهم هذه العوامل فيما يلي : -

١ - معامل صدق الاختيار بالنسبة للميزان الذى يقيس ذلك النجاح .  
٢ - النسبة الاختيارية التي تعتمد على النسبة القائمة بين الأماكن الشاغرة في الدراسة أو المهنة وعدد الأفراد المتقدمين لها ، أو بمعنى آخر نسبة المقبولين إلى عدد المتقدمين .

٣ - المستوى الذى تحدده للنجاح في الدراسة أو المهنة ، أو النسبة المحددة للنجاح والقبول في تلك الدراسة أو المهنة .

وقد دلت أبحاث تيلور H. C. Taylor ورسل T. T. Russell<sup>(١)</sup> على أهمية هذه العوامل في عملية الاختيار ومدى تأثيرها ببعض ومدى تأثيرها في ذلك الاختيار وسنحاول أن نبين فائدة هذه العوامل وآثارها المختلفة

#### ١ - الصلوق والنسبة الاختيارية

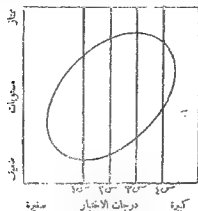
إذا أمكننا أن نمثل معامل صدق الاختيار بالمساحة التي تحددها خلافاً التكرار المزدوج القائم بين درجات الاختيار والميزان ، فإننا ندرك أن هذه

(1) (a) Taylor, H. G., and Russell, J. T., the Relationship of Validity Coefficients to the Practical Effectiveness of Tests in Selection : Discussion and Tables , J. of Applied Psychology , xxiii , 1939 , P.P. 565 — 578 .

(b) Tiffin , J . Industrial Psychology . 1951 , P.P66 — 75.

المساحة تقترب من الدائرة عندما تقل القيمة العددية لمعامل الصدق ، ويزداد اقترابها من الشكل البيضاوي كلما زادت القيمة العددية لمعامل الصدق ثم تتطور إلى مجرد خط مستقيم عندما تصبح القيمة العددية لذلك المعامل مساوية للواحد الصحيح .

فإذا فرضنا أنه الشكل التالي يوضح فكرة التمثيل المساحي لمعامل الارتباط أو معامل الصدق المساوي لـ ٠.٦ . فإننا نرى أن الشكل البيضاوي الذي يمثل  $r = 0.6$  يميل إلى الإمتداد كلما انجمننا إلى الدرجات المكبرى للاختبار ويميل للارتفاع كلما انجمننا للمستويات العليا للميزان كما يدل على ذلك شكل ٢٥



( شكل ٢٥ )

يبين هذا الشكل أثر رفع الدرجة الاختيارية الفاصلة بين المقبول والرفض على زيادة المتوسط الميزاني حيث يمثل المحور الأفقي درجات الاختبار ويمثل المحور الرأسي مستويات الميزان

فيذا استعنا بدرجات الاختيار في اختيار الأفراد وفرضنا أن الدرجة س<sub>١</sub> تمثل الحد الفاصل بين المقبولين وغير المقبولين ، فإن نسبة المقبولين إلى غير المقبولين تتمثل في نسبة المساحة الارتباطية التي تمتد على يمين الخط س<sub>١</sub> إلى



المساحة الارتباطية التي تقع على يسار الخط  $\alpha$ ، وربما أن هذا الشكل الارتباطي البيضاوي يرتفع إلى أعلى عند نهايته القصوى، إذن فتوسط المستويات الميزانية للمقبولين أعلى من متوسط الميزانية لمغير المقبولين.

ويمكن أن ترتفع بمتوسط المستويات الميزانية، وبذلك ترتفع بمستوى الكفاءة في الدراسة أو المهنة، وذلك برفع القيمة العددية للدرجة الفاصلة بين المقبولين وغير المقبولين، فنلنا المتوسط الميزاني الذي تمثله الدرجة  $\alpha$  من أعلى من المتوسط الميزاني الذي تمثله الدرجة  $\alpha$ ، وهكذا بالنسبة للدرجات الفاصلة  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\gamma$ ، وبذلك نرى أن المساحة الارتباطية التي تقع على يمين الحد الفاصل للدرجة  $\alpha$  تمثل أعلى تلك المستويات وأقلها عدداً وأصغرها مساحة كما يبدو ذلك في الشكل رقم ٣٥.

فإذا فرضنا مثلاً أن عدد الأمكنة الشاغرة يساوي ٣٠ وعدد المتقدمين يساوي أيضاً ٣٠ فإن المساحة الارتباطية البيضاوية التي تمثل علاقة درجات الاختبار بمستويات الميزان لانقيدها في عملية الاختيار وذلك لقبول جميع المتقدمين. أي أن الدرجات الاختيارية التي تمثل الحد الفاصل بين القبول والرفض لا أهمية لها في هذه الحالة. وبذلك تصبح النسبة الاختيارية مساوية لـ  $\frac{30}{30} = 1$

وإذا فرضنا أن عدد الأمكنة الشاغرة يساوي ٣٠ أيضاً وأن المتقدمين زاد حتى أصبح مساوياً لـ ٤٠ فإن النسبة الاختيارية في المائة في هذه الحالة تساوي  $\frac{30}{40} = 0.75$ ، وبذلك تصبح النسبة المئوية للاختيار مساوية لـ ٧٥ في المائة أي أن عدد المقبولين يساوي ثلاثة أرباع عدد المتقدمين، فإذا كانت الدرجة  $\alpha$  تمثل الحد الفاصل الذي يقسم درجات الأفراد إلى ٧٥ مقبول و ٢٥ مرفوض. إذن فهذه الدرجة تصلح كأساس لإحصائي لهذا الاختيار، وبذلك يصبح

المتوسط الميزان للمقبولين أعلى من المتوسط الميزاني لغير المقبولين كما يدل على ذلك الشكل ٣٥ .

وإذا كان عدداً لا مآكن الشاغرة يساوى ٣٠ أيضاً وعدد المتقدمين يساوى ٩٠ فإن النسبة الاختيارية تساوى  $\frac{3}{4} = 0.75$  . وبذلك يصبح الحد الفاصل بين المقبولين وغير المقبولين عند الدرجة س٣ ، ويرتفع المستوى الميزاني للمقبولين في هذه الحالة عن المستوى الميزان للمقبولين في الحالة السابقة التي تتمثل في النسبة الاختيارية ٧٥ .

وهكذا نرى أنه كلما زاد عدد المتقدمين لهذه الأماكن الشاغرة المساوية لـ ٣٠ نقصت تبعاً لذلك النسبة الاختيارية وزاد المستوى الميزان للمقبولين ؛ وبذلك تصلح النسبة الاختيارية للتحكم في عملية الانتقاء رغم ضعف معاملي الصدق ، وذلك لأن أى نقصان في تلك النسبة يرتفع بالمستوى الميزاني للأمراد ؛ أى أن انخفاض هذه النسبة يعوض النقص الذي يلزم معاملات الصدق الضعيفة (١) .

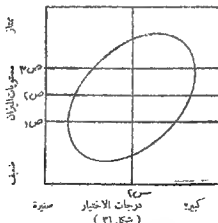
## ٢ - النسبة المحددة للنجاح في الدراسة أو المهنة

تؤثر النسبة المحددة للنجاح في الدراسة أو المهنة تأثيراً مباشراً على عملية الاختيار أو الانتقاء ، ونفرض أن شكل ٣٦ يدل على معاملي صدق ٠.٦ ، وأن النسبة الاختيارية تساوى ٠.٥ . كما تحددنا الدرجة س٢ . أى أن الحد الفاصل لتلك الدرجة يرمز إلى أن عدد المقبولين إلى عدد المتقدمين يساوى ٠.٥ ، وأن

1 - (a) Hull, G. H. Aptitude Testing, 1928. P. 278.

(b) Tiff, J. Industrial Psychology, 1961, P. 69.

المساحة التي تقع على يمين هذا الخط الرأسي تمثل المقبولين وأن المساحة التي تقع على يسار هذا الخط تمثل غير المقبولين .



بين هذا الشكل أثر النسبة الاختيارية ومعامل المعدق على رفع مستوى النجاح في الدراسة أو المهنة

فإذا كانت النسبة المحددة للنجاح في الدراسة أو المهنة أو بمعنى آخر النسبة المحددة للنجاح في الميزان تقع عند المستوى ص ٢ الذي يقسم الأفراد إلى متوازن وغير متوازن فإن الخط الأفقي الذي يمتد من ص ٢ إلى الناحية اليمنى للشكل السابق يمثل الحد الفاصل للامتنياز أو النجاح في الميزان ، أو أن المساحة الارتباطية التي تعلو هذا الخط تمثل الناجحين ، والمساحة الارتباطية التي تنخفض عن هذا الخط تمثل غير المتوازنين .

وهكذا ندرك أثر الاختيار على رفع مستوى الامتنياز لأن الإفادة من نتائج الاختيار في عملية الاختيار أو الالتقاء ومن تحديد مستوى النجاح في المهنة يجعل المقبولين هم الذين يقعون على الحد الاختباري الفاصل ص ٢

ويقعون أيضاً فرق الحد الميزاني الفاصل ص ٢ وبذلك تنقص المساحة التي تدل على هذا الاختبار ويزداد مستوى المتمازين . وذلك لأن من ٢ الاختبارية تحدد ٥٠ من هؤلاء الذين حددت قبولهم من ٢ ، وبذلك يرفع الاختبار الصادق مستوى التفوق أو النجاح في المقبولين

ويمكن أن نستعين بنفس هذا التحليل في تثبيت الحد الفاصل الاختباري عند ٥٠ أي النسبة الاختبارية ٥٠ مع خفض أو رفع الحد الفاصل الميزاني أو النسبة المحددة للتمييز أو النجاح في الدراسة أو المهنة إلى ٧٥ ، كما يدل عليها الحد الفاصل الميزاني ص ١ أو ٢٥ ، كما يدل عليها الحد الفاصل الميزاني ص ٣ ، وبذلك نغير الحد الفاصل الميزاني مع تثبيت النسبة الاختبارية ومعامل الصدق في تلك الحالات .

هذا وقد حسب تيلور ورسل هذه العلاقات القائمة بين النسبة المحددة للتمييز الميزاني والنسبة الاختبارية ومعامل الصدق في جداول إحصائية تبين أثر تغيير إحدى هذه العوامل على مستوى النجاح في الميزان ، وقد رصدت هذه الجداول في ملحق الجداول الإحصائية النفسية - جدول (٢٢) .

فالجداول المبين بصفحة ٩٨ من هذا الملحق يدل على أنه عندما تكون النسبة المحددة للنجاح أو القبول في الدراسة أو المهنة مساوية لـ ٤٠ ، فإن معامل الصدق المساوي للصفر لا يغير هذه النسبة مهما ارتفعت النسبة الاختبارية أو صغرت ؛ فالسطر الأول في هذا الجدول يدل على أن النسبة المحددة للنجاح تساوي ٤٠ ، عند معامل الصدق المساوي لـ ٠ ، وعند النسبة الاختبارية المساوية لـ ٠ ، وأن النسبة المحددة للنجاح تظل مساوية لـ ٤٠ ، عندما تصبح النسبة الاختبارية مساوية ٩٥ .

وعندما تصبح النسبة المحددة للنجاح أو القبول في الدراسة أو المهنة مساوية أيضاً لـ ٤٠ ، ويصبح معامل الصدق مساوياً ٧٥ ، فإن تلك النسبة ترتفع إلى

٠,٩٧، عندما تصبح النسبة الاختيارية مساوية ٠,٠٥، وتنخفض إلى ٠,٤٢،  
عندما تصبح النسبة الاختيارية مساوية ٠,٩٥، وهكذا بالنسبة البقية خلافا  
هذا الجدول .

وبذلك نستطيع أن نحسب الزيادة في مستوى النجاح في الميزان لمعاملات  
الصدق المختلفة، وللنسب الاختيارية التي نحدددها .

وهكذا ندرك أهمية الصدق، ونسبة النجاح والنسبة الاختيارية في عملية  
الاختيار ، وندرك أهمية الاختيارات النفسية في تلك العملية ، وأهمية  
الجدول المبينة بملحق الجداول الإحصائية النفسية لحساب هذه الزيادة ،  
والإفادة من تلك العوامل .

## تمارين على الفصل الثاني عشر

- ١ - وضع المعنى الإحصائي النفسى للصدق ، وبين أهمية هذا المفهوم في القياس العقلى وأثره في تطوير تلك المقاييس .
- ٢ - ماهى أهم الفروق الجوهرية بين الصدق الوصفى والصدق الإحصائى .
- ٣ - ماهى أهم مميزات وعيوب الأنواع المختلفة للصدق الوصفى .
- ٤ - ماهى أهم مميزات وعيوب الأنواع المختلفة للصدق الإحصائى .
- ٥ - ماهى أهم الطرق الإحصائية لقياس الصدق . وماهى الفروق الجوهرية القائمة بين تلك الطرق .
- ٦ - بين أهمية معاملات الانحدار ، والخطأ المعياري للانحدار في قياس الصدق .
- ٧ - احسب الخطأ المعياري لمعامل الصدق المساوى ٠.٨٠ ، إذا كان الانحراف المعياري لدرجات الميزان يساوى ٦
- ٨ - ماهى أهم مميزات الميزان الصحيح .
- ٩ - وضع الأنواع المختلفة للموازن ، وبين الفروق الجوهرية القائمة بين تلك الأنواع .

١٠ - بين أهم العوامل التي تؤثر على صدق الاختبار .

١١ - اختبار معامل صدقه يساوي ٠,٥ . ومعامل ثباته يساوي ٠,٨ .  
احسب معامل صدق هذا الاختبار بعد زيادة طوله  
إلى الضعف .

١٢ - برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجذر  
التربيعي لمعامل ثبات الاختبار .

١٣ - برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجذر  
التربيعي لمعامل ثبات الميزان .

١٤ - برهن على أن الحد الأعلى للصدق لا يمكن أن يزيد على الجذر  
التربيعي لحاصل ضرب ثبات الاختبار في ثبات الميزان .

١٥ - إلی أي حد يؤثر التباين في معاملات الصدق .

١٦ - بين أهمية الصدق في الاختبار التعليمي والمهني .

١٧ - إلی أي حد يؤثر صدق الاختبار والنسبة الاختيارية في عملية  
الاختبار التعليمي أو المهني .

١٨ - ماهو أثر النسبة المحددة للنجاح في الدراسة أو المهنة في  
عملية الاختبار .

١٩ - احسب مقدار الزيادة في النسبة المحددة للنجاح المساوية لـ ٠,٣٠ .  
إذا كانت النسبة الاختيارية ٠,٤٠ . ومعامل صدق الاختبار ٠,٥٥ .

وذلك بالامتناع بمداول تيلور ورسلي المدينة بحق الجدول  
الإحصائية النفسية - جدول رقم ٢٢ .

٢٠ - ويرى بعض العلماء أن الثبات حالة خاصة من حالات الصدق ،  
ناقض هذا الرأي .

٢١ - وازن بين الأهمية النسبية للثبات والصدق في القياس العقلي .

٢٢ - إذا عهد إليك بإعداد اختبار للاطلاع بالمرحلة الإعدادية  
في إحدى المداخل التعليمية ، فما هي الأسس التي تبنى عليها  
هذا الاختبار .



## الفصل الثالث عشر

# تحليل مفردات الاختبار

### معنى المفردات

يتسكون الاختبار النفسى من مفردات متعددة تؤلف فى مجموعها وحدات ذلك الاختبار وعناصره وأسئلته وتعتمد دقة الاختبار فى القياس على دقة مفرداته ، كما يعتمد المتر على دقة سئمتراته ، وكما يعتمد السئتمتر على دقة المليمترات التى ينقسم إليها .

وتختلف المفردات تبعاً لاختلاف نوع ميدان القياس . فقد نطلب من المختبر استجابات لفظية أو سمعية أو بصرية أو يدوية عملية أو غير ذلك من الاستجابات الحسية المختلفة .

### أهمية تحليل المفردات<sup>(١)</sup>

أدرك المشتغلون بالقياس العقلى أهمية مفردات المقياس فى صياغة وبناء الاختبار النهائى ؛ ولذا نشطت الأبحاث المتصلة بتحليل تلك المفردات حتى أربت على الآلاف ؛ وما فتئت تتطور بسرعة غريبة لتساير بذلك مطالب ميادين القياس النفسى النامية المتغيرة .

وسنحاول فى هذا الفصل أن نوضح أهم المعالم الرئيسية لذلك النوع من التحليل حتى يتسنى للباحث أن يبنى ويصوغ مقاييسه الجديدة صياغة علمية

صحيحة ، وحتى يستطيع أن يحكم على مستوى جودة المقاييس النفسية المختلفة .

ولهذه المفردات أهميتها القصوى في بناء وصياغة الصورة النهائية للاختبار وذلك لاعتماد المقاييس الإحصائية لذلك الاختبار على المقاييس الإحصائية لمفرداته وأجزائه . وفي مقدور الباحث أن يتحكم إلى حد كبير في متوسط الاختبار وانحرافه المعياري وتباينه والتوزيع التكراري لدرجاته وثباته وصدقه وذلك باختيار الأسئلة أو المفردات اختياراً يخضع لمدى الصعوبة المناسبة للمختبرين ، ويخضع أيضاً لمستوى الصدق والثبات المحتمل لذلك الاختبار ، وتنبط الزمن المناسب لكل سؤال وللاختبار كله ، وللصفات الإحصائية الأخرى للمفردات كثبات السؤال ومعامل تميزه للفروق الفردية القائمة في مستويات القدرة أو النشاط الذي يقاس .

وهكذا تتأثر عملية اختيار المفردات بمعاملات الصعوبة ، والصدق ، والثبات ، وبالزمن المحدد للاختبار ، وبثبات المفردات وخصائصها الإحصائية المميزة . ولكل ناحية من هذه النواحي أهميتها في بناء الاختبار النهائي .

هذا والتحليل الإحصائي النفسي للمفردات أهميته العملية في الكشف عن الأسئلة الخاطئة أو الضعيفة ، وعن نواحي الغموض التي قد تلابس بعض التعليقات ، ومدى ملاءمة نوع السؤال لميدان القياس .

## الخطوات العملية لبناء وتحليل المفردات

تتلخص أهم الخطوات الرئيسية لبناء وتحليل مفردات الاختبارات النفسية فيما يلي :

١ - تحليل ميدان القياس وتقسيمه إلى عناصره أو مواضعه ، والكشف عن عدد أجزاء كل موضوع والأهمية النفسية لكل جزء .

٢ - اختيار نوع المفردات المناسب لقياس ذلك الميدان ، وصياغة موضوعات ذلك الميدان في أسئلة تمثل في مادتها وعددها ميدان القياس تمثيلاً إحصائياً صحيحاً ، وذلك باختيار عينة طبقية عشوائية من تلك الأسئلة بحيث تمثل في تلك العينة جميع المميزات الإحصائية النسبية المختلفة لميدان للقياس ، وبحيث يصبح عدد هذه الأسئلة كبيراً لأن التحليل قد يغير أو يحوذف حوالي ٥٠ ٪ من تلك الأسئلة ، وقد سبق أن بينا أهمية عدد الأسئلة في ثبات الاختيار وصدقه ولذا يجب أن يكون عدد الأسئلة التجريبية كبيراً إلى الحد الذي يسمح بهذا الحذف ولا تضار به معاملات الثبات والصدق .

٣ - صياغة تعليمات الاختبار صياغة تساهل نوع المفردات .

٤ - إعداد الاختبار في صورته النهائية ، وتدرج أسئلته تدريجاً تمهيدياً يعتمد في جوهره على خبرة الباحث في حكمه على صعوبة الأسئلة المختلفة .

٥ - تجربة الاختبار على عينة من المختبرين تمثل العينة الكبرى التي سيجرى عليها الاختبار بعد ذلك ، تمثيلاً إحصائياً صحيحاً ويقترح كونراد H. S. Conrad (١) تجربة الاختبار ثلاث مرات متتالية تتلخص في : -

أ - التجربة الأولى - يحرب الاختبار على حوالي ١٠٠ فرد للكشف عن الأخطاء الكبيرة التي يسفر عنها التجريب ، ولمعرفة بعض الخواص الإحصائية التمهيدية للاختبار كمثل تدرج صعوبة الأسئلة .

ب - التجربة الثانية - تعاد صياغة الاختبار - ويحرب على حوالي ٤٠٠

---

(١) Conrad H. S. Characteristics and Uses of Item Analysis Data, Psychological Monograph, 1948, 62, No. 295.

فرد للحصول على البيانات العددية اللازمة لتحليل الإحصائي للمفردات ،  
وللمعرفة بعض الأخطاء التي لم تكشف عنها نتائج التجربة الأولى .

ج - التجربة الثالثة - تعاد صياغة الاختبار وذلك بتقسيمه إلى اختبارات  
متكافئة ، ثم يجرب على عينة مناسبة من المختبرين لتحديد ثبات وصدق كل  
اختبار من هذه الاختبارات وضبط الزمن المناسب ، وحساب المعايير  
الإحصائية النفسية ، وغير ذلك من الخواص المختلفة .

وهكذا يصبح الاختبار بعد هذه الخطوات مقياساً صالحاً لتقويم  
المختبرين ، ولا ينتهي التحليل عند هذا الحد بل يستمر ستة بعد أخرى لضبط  
المعايير كلما كثرت البيانات العددية الخاصة بالاختبار .

وبما أن هذه الخطوات تعتمد اعتماداً مباشراً على نوع المقياس ونوع  
المفردات وعلى الوسائل الإحصائية لتحليل تلك المفردات ، إذن سنحاول في  
الفقرات الباقية من هذا الفصل أن نوضح الأنواع المختلفة للمقاييس النفسية ،  
وانواع مفرداتها ، وطريقة صياغة تعليماتها ، ومفتاح التصحيح ، ووسائل  
حساب صعوبة المفردات وثباتها وتميزها ، وصدقها وثباتها ، والزمن  
المناسب لها تمهيداً لصياغة الاختبار في صورته النهائية ، واختيار المفردات  
الصحيحة ، وتقسيم الاختبار إلى صورته المتكافئة وحساب معايير  
تلك الصور .

### أنواع المقاييس النفسية

تطورت المقاييس النفسية تطوراً سريعاً منذ أوائل هذا القرن فأصبحت من  
الكثرة والسعة والشمول بحيث دعت الباحثين أخيراً إلى تصنيفها وتقسيمها ،  
وقد أسفرت هذه المحاولات عن نشره دراسات جديدة تهدف إلى توضيح

المعالم الرئيسية لهذه التصنيفات ؛ وقد تناول مؤتمر علم النفس الإحصائي الذي انعقد بباريس سنة ١٩٥٥ والذي اشترك فيه مؤلف هذا الكتاب بحث هذه التصنيفات لتنظيمها في منهج منطقي واضح ، وبذلك نشأ التحليل التصنيفي (١) للمقاييس النفسية ، وبمجل بعض الباحثين إلى تسمية هذه الأنواع بالامتدادات أو الأبعاد العلية للاختبارات (٢) . ومهما يكن من أمرها فهي في صورتها الراهنة لا تخرج عن الأسس التصنيفية التالية : —

## ١ — بالنسبة لميدان القياس :

يحدد ميدان القياس النواحي المختلفة التي يهدف الاختيار أو المقياس إلى تقويمها وتقديرها تمهيداً للحكم على المستويات المختلفة للمختبرين . وتنقسم هذه الميادين إلى ما يلي : —

### ١ — المقاييس العقلية المعرفية (٣) :

ومن أهمها الأنواع التالية : —

١ — اختبارات التحصيل (٤) : وهي التي تهدف إلى قياس التعلم الماضي للفرد أو الخبرة السابقة .

٢ — اختبارات القدرات (٥) : وهي التي تهدف إلى قياس القدرات العامة والعاطفية ، أي النشاط العقلي الممر في كماله قائم فعلاً ، وكما يبدو في النشاط الذي يؤديه المختبر .

---

Facet Analysis	(١) التحليل التصنيفي
Dimensions	(٢) الامتدادات أو الأبعاد
Cognitive	(٣) العقلية المعرفية
Attainment or Achievement	(٤) التحصيل
Abilities	(٥) القدرات

٣ - اختبارات الاستعدادات (١) - وهي التي تهدف إلى التنبؤ بما يستطيع الفرد أن يقوم به في المستقبل .

٤ - مقاييس الشخصية والنواحي المراجعة (٢)  
ومن أهمها الأنواع التالية :-

١ - الامتلاء (٣) - وهو يهدف إلى معرفة رأى المختبر في موضوع ما ويهدف أيضاً إلى جمع بعض البيانات الاجتماعية والاقتصادية والشخصية وغيرها من البيانات الأخرى ويتطور في هذه الحالة إلى ما يسمى باستمارة جمع البيانات، هذا ويصلح الاستفتاء لقياس الاتجاهات والميول والرأى العام .

٢ - المقاييس الإسقاطية (٤) - وهي تهدف إلى الكشف عن النواحي المزاجية للحكم على مدى تكيف المختبر لحياته القائمة ، وما يشوبها من جنوح وشذوذ

٣ - المقابلة (٥) - ويصلح هذا النوع لقياس النواحي التي لا تصلح لها المقاييس الأخرى للحكم العام على مدى صلاحية الفرد لعمل ما ، أو على نواحي جنوحه وقوته .

٤ - المواقف (٦) - الموقف صورة مصغرة لنوع النشاط الذي فيه الفرد له ويختاره للقيام به ، فهو بهذا المعنى عينة ممثلة للحياة المقبلة . وتصلح المواقف لقياس القدرة على التصرف ، والكشف عن صفات الزعامة والازان الانفعالي ، وغير ذلك من الصفات المختلفة .

---

(١) الاستعداد Aptitude

(٢) المزاجية والشخصية Temperamental and Personality

(٣) استفتاء Questionnaire (٤) الإسقاطية Projective

(٥) المقابلة Interview (٦) المواقف Situations

## ١ - بالنسبة للمختبر

تنقسم المقاييس النفسية بالنسبة للمختبر إلى ما يلي :

### ١ - اختبارات فردية<sup>(١)</sup>

وهي تهدف إلى قياس المختبرين فرداً فرداً ، وتتميز بالدقة ، ومن أنواعها :  
المعروفة بقياس يبله للذكاء . ويعاب عليها أنها تستغرق من الباحث وقتاً طويلاً وجهداً شديداً فالاختبار الذي يستغرق ساعة واحدة في تطبيقه على فرد واحد يستغرق مائة ساعة في تطبيقه على مائة فرد ، ولذا لا يستخدم هذا النوع الآن إلا في الحالات التي لا يصلح لها الاختبار الجماعي .

### ب - اختبارات جماعية<sup>(٢)</sup>

وهي تهدف إلى قياس جماعة من المختبرين مرة واحدة ، وتتميز بالسرعة وإن أعوزتها دقة الاختبارات الفردية ، وقد شاعت فكرة المقاييس الجماعية منذ أن طبقت الاختبارات النفسية على الجنود خلال الحرب العالمية الأولى والثانية .

## ٣ - بالنسبة لطريقة الأداء

تنقسم طريقة الإجابة على الاختبارات إلى الأنواع التالية : -

### ١ - كتابية<sup>(٣)</sup>

وتسمى مقاييسها أحياناً باختبارات الورقة والقلم ، وتنقسم مادة الكتابة إلى ما يلي .

---

Group	جماعية (٢)	Individual	فردية (١)
Paper and Pencil		الكتابة أو الورقة والقلم	(٣)

١ - لفظية (١) - ومن أهمها الاختبارات التي تقوم في بنائها الشكلي على  
الالفاظ والعبارات مثل اختبارات القدرة اللفظية .

٢ - عددية (٢) - ومن أهمها الاختبارات التي تقوم في بنائها الشكلي على  
الأعداد مثل اختبارات سلاسل الأعداد ، والعمليات الحسابية المختلفة ، مثل  
اختبارات القدرة العددية .

٣ - مكابة (٣) - ومن أهمها الاختبارات التي تقوم في بنائها على الأشكال  
والرسوم والصور ، ومن أهمها اختبارات القدرة المسكابة .

ب - حماية (٤)

وهي تصلح للأداء البدوي ، ولقياس قدرات الآمين والأطفال الصغار ،  
وتصلح أيضاً لقياس القدرة الميكانيكية .

٢ - بالنسبة للزمن

تنقسم الاختبارات بالنسبة للزمن المحدد لها إلى ما يلي :-

١ - اختبارات موقوته (٥)

وهي التي حدد لها زمن تعليماتها والزمن المناسب للإجابة . وتسمى أحياناً  
باختبارات السرعة لاعتمادها المباشر على سرعة الأداء ، ولذا فإن مفرداتها  
تنتشر في الاتجاه المستعرض أكثر مما تنتشر في الاتجاه الطولي أي أن جميع  
مفرداتها تمثل مستوى واحداً من مستويات الصعوبة .

Verbal لفظية (١)

Spatial مكانية (٢)

Speed Tests السرعة (٥) موقوته أو اختبارات السرعة

Numerical عددية (٢)

Performance حماية (٤)



## ب - اختبارات غير موقوفة (١)

وهي التي رتب مفرداتها ترتيباً دقيقاً بالنسبة لتدرج صعوبتها ، ونسمى أحياناً اختبارات القوة ، ولذا فهي تمتد في الاتجاه الطولي للقدرة أكثر مما تمتد في الاتجاه المستعرض .

وهكذا نرى أن هذه الأسس توضح الأنواع المختلفة للمقاييس النفسية توضيحاً تنظيمياً لكنها لا تفصل هذه الأنواع فصلاً حاداً شديداً بل تتداخل وتتشابك فقد يصلح الاختبار الجماعي لأن يكون اختباراً فردياً ، وأغلب الاختبارات الموقوفة تتأثر بالترتيب التصاعدي لصعوبة المفردات ، وأغلب الاختبارات غير الموقوفة تصلح أيضاً لأن تكون اختبارات موقوفة وخاصة في الحالات التي تتطلب تحديد زمن الاختبار لسرعة تقدير مستويات القدرة .

ولهذه الأسس أهميتها في تحليل مفردات الاختبارات لأنها تحدد نوع المفردات ومادتها ، وعلى الباحث أن يدرس نوع الاختبار ونوع المفردات التي تصلح له في بنائه لمقاييسه النفسية .

## أنواع المفردات

تهدف الأنواع المختلفة للمفردات إلى تيسير عملية تأليف الأسئلة وصياغتها وسهولة فهم تعليمات الإجابة على تلك الأسئلة ، وسرعة الإجابة على تلك المفردات ، والاقتصاد في عملية الطبع والتصحيح ، والاقتراب من موضوعية المقياس كلما أمكن بحيث يصبح ذلك المقياس أداة علمية دقيقة لا تتأثر بالحالة

---

(١) غير موقوفة أو اختبارات القوة Power Tests

المزاجية للمصحح أو بالعوامل الذاتية الأخرى أسوة بالمقاييس المسادة المختلفة كقاييس الأطوال والأوزان والزمن .

وقد توصل الباحثون إلى تحديد الأنواع الرئيسية التالية للمفردات .  
التي تحقق إلى حد كبير أهم الأهداف السابقة .

#### ١ - اختيار إجابة من إجابتين <sup>(١)</sup>

والمثال التالي يوضح فكرة هذا النوع

$$8 + 7 = 14 \quad \text{صح خطأ}$$

وعلى المختبر أن يكتب علامة × تحت الإجابة التي يختارها . فإن كتبته تلك العلامة تحت كلمة صح ، فإجابته خاطئة ودرجته تساوي صفراً ، وإن كتبها تحت كلمة خطأ فإجابته صحيحة ودرجته تساوي ١ .

ولهذا النوع صور مختلفة كمثل الإجابة بنعم أو لا وغير ذلك من النواحي التي تحقق فكرة الاختيار من احتمالين .

ويتأثر هذا النوع تأثيراً شديداً بالتخمين ، ولذا تصحح درجاته النهائية تصحيحاً إحصائياً يخلصها من أثر هذا التخمين . وسندرس طريقة تصحيح الدرجات من أثر التخمين في دراستنا لوسائل تصحيح الأسئلة .

#### ٢ - اختيار إجابة واحدة من إجابات متعددة <sup>(٢)</sup>

والمثال التالي يوضح فكرة هذا النوع

$$8 + 7 = 12 , 13 , 14 , 15 , 16$$

Two Alternatives or True False

(١) الاختيار من إجابتين أو احتمالين

Multiple Choice (٢) الاختيار من إجابات متعددة

وعلى المختبر أن يكتب علامة  $\times$  تحت الإجابة التي يراها صحيحة . فإن كتب تلك العلامة تحت ١٥ إجابته صحيحة ودرجة تساوى ١ . وإن كتبها تحت أى عدد آخر مثل ١٢ أو ١٣ أو ١٤ أو ١٦ إجابته خاطئة ودرجة تساوى صفراً

ويشترط في بناء تلك الإجابات المتعددة أن تحتوى على إجابة واحدة صحيحة حتى تصبح عملية التصحيح سهلة سريعة دقيقة ، وأن تحتوى تلك الإجابات على إجابة قريبة من الصحيحة ولكنها ليست صحيحة (١) ، حتى يصبح تمييز السؤال للمستويات العليا من القدرة قوياً واضحاً ، فيحصل تلامذ بين مستوى القدرة الذى يصل إلى ٩٠٪ والمستوى الذى يعاونه ويصل إلى ٩٥٪ .

هذا ويجب أن يخضع ترتيب الإجابات الصحيحة في الأسئلة المتعاقبة للتوزيع العشوائى حتى لا يكشف المختبر أى فكرة عن الترتيب المنتظم للإجابات الصحيحة .

ويتأثر هذا النوع إلى حد ما بالتخمين . ويزداد تأثره بذلك التخمين كلما فر عدد الإجابات المحتملة لكل سؤال ، ويقل كلما زاد عدد تلك الإجابات ، ولذا تصحح درجانه النهائية أيضاً من أثر التخمين .

### ٣ - التكملة (٢)

المثال التالى يوضح فكرة هذا النوع

$$= 7 + 6$$

Distracter

(١) الاحتمالات الخاطئة

Completion

(٢) التكملة

وعلى الفرد أن يكتب إجابة هذا السؤال . وبالرغم من أن هذا النوع لا يتأثر بالتخمين إلا أنه يستغرق وقتاً أكبر من النوعين السابقين ؛ ويعاب عليه أنه أقل موضوعية منها وخاصة إذا كانت التكلفة لفظية .

#### ٤ - المطابقة <sup>(١)</sup>

المثال التالي يوضح فكرة هذا النوع

$$(7 \times 8) \quad (6 \times 4) \quad (5 \times 3)$$

$$(28) \quad (24) \quad (15) \quad (36) \quad (12)$$

وعلى المختبر أن يصل كل سؤال من أسئلة السطر الأول بالإجابة التي تناسبه في السطر الثاني ، فإذا رسم خطأ يصل بين  $(5 \times 3)$  ،  $(15)$  فإجابته صحيحة ودرجته تساوى ١ وإن رسم ذلك الخط يصل بين  $(5 \times 3)$  ،  $(12)$  فإجابته خاطئة ودرجته تساوى صفراً ، وهكذا بالنسبة للفردات الأخرى

ويتأثر هذا النوع بالتخمين ويقترب إلى حد ما في موضوعيته من مستوى النوع الأول والثاني ، ويعاب عليه أن مفرداته أكثر تعقيداً من الأنواع السابقة لأن درجة السؤال أكثر من الواحد الصحيح . ولأن احتمال الإجابة على السؤال الأول  $(5 \times 3)$  أصعب من احتمال الإجابة على السؤال الأخير  $(7 \times 8)$  وذلك لأن تحديد إجابة السؤال الأول ينقص عدد الاحتمالات الباقية للإجابة إحتمالاً واحداً . وهكذا تستمر عملية تناقص الإحتتمالات الممكنة للإجابة وبذلك يتغير الموقف الاختبارى من سؤال لآخر ، ويتأثر تبعاً لذلك موضوعية الإجابة باختلاف تلك الظروف التجريبية .

## • - الاستجابة الحرة (١)

المثال التالي يوضح فكرة هذا النوع :

أكتب المرادفات التي تعرفها لكلمة طالب وعلى المختبر أن يكتب كلمات مثل تلميذ ، ودارس ، وغير ذلك من المرادفات . وتحسب درجته تبعاً لعدد المرادفات الصحيحة ، ولكل مرادف درجة واحدة ، وهكذا نرى صعوبة هذا النوع في التصحيح وتأثره بالنواحي الذاتية .

وقد يصلح للاختبارات الإسقاطية أكثر مما يصلح لاختبارات القدرات ، ويكاد تطبيقه يصبح مقصوراً على اختبارات القدرة اللغوية .

## ٦ - إعادة الترتيب

والمثال التالي يوضح فكرة هذا النوع :

٢ ٣ ٦ ٥ ٤

وعلى المختبر أن يضع دائرة حول كل رقم يعوق فكرة ترتيب تلك السلسلة الرقمية . فإذا وضع دائرة حول ٦ وأخرى حول ٤ فلجأته صحيحة . ودرجته تساوى ١ لأن استبدال مكان الرقم ٦ بمكان الرقم ٤ يؤدي إلى إعادة ترتيب هذه الأرقام بحيث يسفر الترتيب الجديد عن تسلسلها المنتظم .

وتأثر هذا النوع بالتخمين ضعيف جداً لكثرة عدد الاحتمالات الممكنة لهذا الازدواج كما يدل على ذلك الجدول التالي .

---

(١) الاستجابة الحرة Free Response or Simple Recall

(٢) إعادة الترتيب Rearrangement

العدد	صور الاحتمالات
٤	(٣٠٢) (٦٠٢) (٥٠٢) (٤٠٢)
٣	(٦٠٣) (٥٠٣) (٤٠٣)
٢	(٥٠٦) (٤٠٦)
١	(٤٠٥)
١٠	المجموع

مثال يوضح كثرة عدد الاحتمالات الازدواجية لأسئلة إعادة الترتيب

أى أن عدد الاحتمالات الازدواجية في مثالنا هذا المكون من ٥ أرقام يساوى ١٠ احتمالات . والاحتمال الازدواجى الصحيح هو (٤٠٦) وإذا لا تصحح لإجابات مثل هذا النوع من أثر التخمين .

وهكذا نذكر الخواص الرئيسية لكل نوع من هذه الأنواع ومميزاتها وعبوبها لنستطيع اختيار الأنواع التى تناسب كل ميدان من ميادين القياس ، والجدول التالى يلخص أهم تلك المميزات والعيوب كما بينها جرين (١) E. B. Greene فى مقارنته لخواص المفردات الاختيارية .

(١) — Greene, E.B., Measurements of Human Behavior, 1952, pp 60 - 62.

مخرجات وعيوب المخرجات	الاختبار من اعداد	الاختبار من اشارات محددة	الدرجة	الملاحظة	الاستجابة الموحدة	تعداد الترتيب
سورة التائيب والضيافة	٢	٣	٢	٢	١	٢
سورة فهم للمعاملات	١	١	١	٢	١	٢
الاقتصاد في الزمن بالنسبة للسؤال	١	١	٣	١	٤	١
الاقتصاد في عملية الطبخ	٢	٢	٢	١	١	٣
سورة التصحيح	١	١	٢	١	٣	١
عدم التأثر بالتخمين	٣	١	١	١	٣	١
تفكير التفكير	٤	٤	٤	١	١	١
وضوح الأمثلة	٢	١	٣	١	٢	١
الاتحاد على الاستبعاد أكثر من الترتيب	٣	٣	٢	٢	١	٢
تحليل النتائج	٢	١	٢	٢	١	٢

( جدول ١٢١ )

ترتيب مخرجات وعيوب الأوامر المحددة لمخرجات الاختبارات التفصيلية

حيث يدل العمود الأول على ميزات وعيوب الأنواع المختلفة لمفردات الاختبارات النفسية ، ويدل كل عمود من الأعمدة التالية على ترتيب هذه الأنواع بالنسبة لتلك الصفات .

وحث يرمز الرقم ١	لأعلى رتبة
ويرمز الرقم ٢	لرتبة المتوسطة
ويرمز الرقم ٣	لأقل رتبة
وترمز العلامة ؟	للك في مستوى الرتبة

### تعليمات الاختبار

يتكون الاختبار من تعليمات (١) ومفردات . وتهدف التعليمات إلى شرح فكرة الاختبار وتدريب المختبرين على مفرداته . وتنقسم هذه التعليمات إلى قسمين رئيسيين : تعليمات المختبرين أو الذين يطبقون الاختبار ؛ وتعليمات المختبرين أو الذين يجيبون على الاختبار

### تعليمات المختبرين

تقوم فكرة هذه التعليمات على شرح فكرة الاختبار الذين يقومون بإجرائه وتطبيقه شرحاً دقيقاً ثابتاً بحيث لا تتغير عباراته من فرد لآخر فتغير معها موضوعية الاختبار لتغير الموقف التجريبي . ويلجأ بناء الاختبارات الحديثة إلى تجربة هذه التعليمات عدة مرات وتطويرها وتصحيحها حتى تصل في النهاية إلى صورتها الدقيقة الصحيحة .



وتبين هذه التعليمات زمن الاختبار إن كان اختباراً موقوفاً ، وتوضح ترتيب الخطوات الأدائية للاختبار . وقد تقسم أحياناً إلى وحدات إجرائية لتوضح عملية الاشراف على الاختبار وشرح فكرته مثل قل وافعل . بحيث تبين للمختبر مايقوله للمختبرين وتوضح له مايفعله أمامهم . هذا وتختلف صور تلك التعليمات تبعاً لاختلاف الاختبارات ومقرراتها هذا وقد تكون التعليمات لفظية ، وقد تكون عملية ، وقد تنطوي على كلا النوعين . ويمكن أحياناً صياغة تعليمات المختبرين والمختبرين معاً حتى يتابع الذي يطبق الاختبار خطوات شرح فكرته الذين يهيئون عليه . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

[ يهدف هذا الاختبار إلى قياس قدرتك العددية ، أى مهارتك فى إجراء العمليات الحسابية الرئيسية ( قل : اقرأ المثال الأول ) وهذا المثال يوضح طريقة إجراء عملية الجمع . . . ]

وقد فصلت تعليمات المختبر وحدها بين قوسين لتحديد مايفعله ويقوله للمختبرين .

### تعليمات للمختبرين

تتضمن هذه التعليمات إلى وحدات رئيسية تتكامل فى صورة عامة متناسقة . وتقوم صياغتها على أسس عليية تهدف إلى تيسير فهمها وتبسيط معناها لتحقيق بذلك هدفاً ؛ وتعمل على تنشيط الأفراد لإجراء الاختبار وحفزهم على الاستجابة الدقيقة السريعة لمقرراته .

### ب الوحدات

تتلخص وحدات تعليمات المختبرين فى البيانات الخاصة بالأفراد المختلفين .

في توضيح فكرة الاختبار وهدفه وزمنه ؛ وفي الأسئلة المحولة التي توضح الموقف الاختباري للأفراد ؛ وفي الأسئلة غير المحولة التي تدرب الأفراد على ذلك الموقف الاختباري .

## ١ - البيانات الخاصة بالأفراد

تخضع هذه البيانات في نوعها وعددها ومدى شمولها لهدف الباحث من الاختبار ، فبعض الباحثين مثلاً على الاسم والعمر الزمني ، ويحتاج البعض الأخر إلى معرفة المدرسة ، والفصل ، والترتيب الميلادى ، والجلس ذكر أو كان أم أمي ، وغير ذلك من البيانات المختلفة .

والجدول التالى يوضح إحدى الصور الممكنة لتلك البيانات .

الإسم :	..	..	..	..	..	تاريخ اليوم :	يوم	شهر	سنة
المدرسة :	..	..	..	..	..	تاريخ الميلاد :	..	..	..
الفصل :	..	..	..	..	..	العمر :	..	..	..

جدول ١٢٢

وضع هذا الجدول طريقة البيانات الخاصة بالفرد

وعلى المعتبر أن يكتب هذه البيانات إن كان متعلماً ؛ أو تكتب له إن كان أمياً .

## ٢ - فكرة الاختبار وزمنه

توضيح فكرة المقياس عملية أساسية في بناء الاختبارات النفسية الحديثة

لأنها تمهد الفرد للحالة العقلية (١) المناسبة للموقف الاختباري القائم، إذ بها  
 وفهما تستبين المطالع الرئيسية للاختبار وضمنه كما يدل على ذلك المثال التالي :

[ يهدف هذا الاختبار إلى قياس قدرتك العددية . والمطلوب منك أن  
 تكتب العلامات المحذوفة في عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة والزمن  
 المحدد لك لإجراء الاختبار ٥ دقائق ] .

### ٣ - الأمثلة المحولة (٢)

تهدف هذه الأمثلة إلى شرح مفردات الاختبار شرحاً عملياً يوضح طريقة  
 الإجابة بالتفصيل . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة (٣) :

$$14 = 2 \quad 12$$

لاحظ أن العلامة المحذوفة في هذا المثال هي علامة الجمع + لأن  $12 + 2 = 14$   
 أكتب علامة الجمع + في المكان الخالي بين ١٢ ، ٢

### ٤ - الأمثلة التدريبية (٤)

تساعد هذه الأمثلة على تدريب الفرد تدريجياً على الموقف الاختباري  
 القائم . ولذا يجب أن تمثل ميدان الاختبار تمثيلاً إحصائياً صحيحاً ، ومن أهم  
 وظائفها النفسية تركيز انتباه الأفراد في الاختبار .

(١) الحالة العقلية Mental Set

(٢) الأمثلة المحولة Worked Examples

(٣) تعتمد هذه الأمثلة التوضيحية على اختبار القدرة العددية - العلامات المحذوفة - وأواب  
 هذا الكتاب ، يوليو سنة ١٩٥٧ .

(٤) الأمثلة التدريبية Exercise or Practice

والأمثلة التالية توضح هذه الفكرة .

( اكتب العلامة المحذوفة في كل عملية من العمليات التالية ) :

$$\left[ \begin{array}{cc|cc} ٧٣ = ٦ & ١٢ & ٧ = ١ & ١ \\ ١١ = ١٣ & ٢٤ & ٤ = ٢ & ٨ \end{array} \right]$$

وتمثل هذه الأسئلة في صعوبتها المتدرجة ، تدريج صعوبة الاختبار .

### ٥ - تعليقات بدء الاختبار

تتمهى التعليقات ببعض العبارات التي تؤدي إلى ضبط عملية بدء الاختبار والتحكم الدقيق في زمنه .

والمثال التالي يوضح هذه الفكرة :

صنع القلم ، لاقلب الصفحة حتى تسمع النداء بقلب الصفحة والبدء في الاختبار .

### ب - صياغة التعليقات

تهدف التعليقات إلى شرح فكرة الاختبار في أبسط صورة ممكنة لها ، ولذا يجب أن تكون الصياغة اللفظية لتلك التعليقات موجزة سهلة واضحة . ولاشك أن الاستطراد اللغوي الطويل يؤدي إلى غموض المعنى لكثرة ما يدور حوله من ألفاظ وتعبيرات مختلفة . وبذلك تصبح تلك التعليقات معقدة صعبة الإدراك ، وبما عليها أنها :

١ - تستغرق وقتاً طويلاً من المختبرين والمختبرين .

٢ - تؤدي إلى الغموض والتعقيد ، والغموض يثير الأسئلة الكثيرة التي تخل بالنظام ، وتعمق تأدية الاختبار تأدية صحيحة .

٣ - تعتمد إلى حد كبير على مدى تذكر المختبرين للخطوات المتعددة:  
التي تتكون منها التعليمات ، وقد تؤدي كثرتها إلى الخلط بين النواحي  
الرئيسية والنواحي الثانوية .

٤ - تحول دون التقنين الصحيح للاختبار لأنها ترهق المختبر إذ عليه  
أن يضبط زمن الإجراء ، ويحول دون النش ، وأن يوزع الاختبار ، وغير  
ذلك من الأمور التي تحتاج إلى تدريب طويل والنباه شديد ودقة بالغة .  
ولذا يجب أن تكون التعليمات من الإيجاز والبساطة والوضوح بحيث تساعد  
على تطبيق الاختبار تطبيقاً موضوعياً صحيحاً .

والإيجاز الخل يؤدي إلى الغموض والتعقيد ، وكثرة أسئلة المختبرين  
التي تحول دون الضبط العلى الدقيق للموقف الاختباري القائم .

ولذا يجب أن تكون الصياغة اللفظية لتعليمات الاختبار واضحة سهلة  
ميسورة بحيث لا تبيل إلى الاستطراد الطويل أو الإيجاز الخل أو تعتمد على  
الألفاظ الغريبة النائية أو الأساليب الملتوية العجاجة .

## ح - إثارة حافز الإجابة

تتأثر الدرجة إلى حد كبير بمستوى القدرة وبالزمن المحدد للإجابة وبقوة  
الحافز الذي يدفع الفرد إلى بذل أقصى جهده في الإجابة . ويؤثر هذا الحافز  
تأثيراً مباشراً في الكشف عن المستويات المختلفة للقدرة . وقد حاول بعض  
العلماء في المراحل الأولى للشوء الاختبارات النفسية أن يثيروا الدافع  
للإجابة عند الأفراد المختلفين بإثابة مادية ، مثل مكافأة המתار منهم .  
وقد تواترت نتائج الأبحاث التي تلت هذه المرحلة على تأكيد أهمية التعليمات  
في حفر الأفراد على الاستجابة للفردات الاختبارية . فالتعليمات الجيدة التي

تحدد هدف الاختبار وفكرته وتدريب الأفراد على مفرداته تحفرهم حفراً قوياً للإجابة .

وقد وجد بعض الباحثين أن أهل المختبر في معرفة درجته بعد الإجابة يشوقه إلى الاختبار ويحفزه على الأداء القوي في الموقف الاختباري القائم .  
ووجد البعض الآخر أن الاعتماد على المختبرين في تصحيح إجاباتهم أو إجابات زملائهم يشير فيهم الحراس المناسب للاختبار .

### مفتاح الإجابة وتصحيح المفردات

من أهم ميزات الاختبارات النفسية الحديثة سرعة ودقة تصحيحها . ولذا تسمى أحياناً بالاختبارات الموضوعية (١)، أي التي لا تتأثر بمزاج المصحح أو بذاتية . ويعرف الاختبار الموضوعي بأنه الاختبار الذي لا تختلف طريقة تصحيحه من مصصح لآخر ، بل تبقى درجته كما هي مهما اختلف المصححون ، وسنحاول في الفقرات التالية أن نوضح شروط الإجابة الموضوعية ، ووسائلها ، ومفاتها . وطرق تصحيحها وأثر التخمين على تلك الإجابات والطرق الإحصائية المعروفة لمعالجة هذا الأثر .

### ١ - شروط الإجابة الموضوعية

يجب أن تكون الصور المختلفة لتسجيل إجابات الاختبارات النفسية بسيطة موجزة ، وأن يكون مكانها في ورقة الإجابة محدداً تحديداً واضحاً دقيقاً كأن تكون الإجابات في يسار الورقة أو في يمينها أو في وسطها حتى تصبح عملية التصحيح سريعة سهلة دقيقة .

ومن أم الأمور التي تساعد على دقة التصحيح تفرد السؤال بإجابة صحيحة . وذلك لأن ازدواج الإجابات الصحيحة أو كثرتها بالنسبة لسؤال الواحد يحول دون التصحيح الموضوعي الدقيق .

### ب - وسائل الإجابة الموضوعية

كلما كانت وسيلة الإجابة قصيرة ضعف تأثيرها بالنواحي الخارجية الثانوية الذاتية ، وزاد تبعاً لذلك تعديدها واقترابها من الموضوعية التي نهدف إليها . ومن أهم الوسائل الحديثة التي تحقق تلك الأهداف صياغة السؤال صياغة تجعل الإجابة عنه محددة بأى استجابة من الاستجابات التالية : -

- ١ - جملة أو كلمة : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة الحرة .
  - ٢ - حرف : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة الحرة ، وإعادة الترتيب .
  - ٣ - عدد : كمثل أسئلة التكملة ، والاستجابة الحرة ، وإعادة الترتيب .
  - ٤ - ومن : كمثل أسئلة الاختيار من احتياين ، أو من احتمالات متعددة ، والتكملة ، والمطابقة ، والاستجابة الحرة ، وإعادة الترتيب .
- وقد يكون هذا الرمز دائرة أو علامة صح أو خطأ ، أو أى علامة ترمز إلى اختيار وتحديد الإجابة الصحيحة .

### ج - مفتاح الإجابة وطرق التصحيح

تتلخص طريقة التصحيح في مقارنة الإجابات المختلفة بمفتاح الاختيار<sup>(١)</sup> . ثم يرصد بعد ذلك عدد الإجابات الصحيحة ، وقد يرصد أيضاً عدد الإجابات

الحاطة والمحفوفة والمتروكة إذا أريد تحليل مفردات الاختبار تحليلاً إحصائياً دقيقاً لبناء اختبار جديد .

وقد تطورت مفاتيح الإجابة تطوراً هادفاً غايته تحقيق دقة وسرعة التصحيح . وتتلخص أهم الصور المختلفة للمفاتيح الاختبارية فيما يلي : —

١ — مفتاح الاختبار المصحح : وتصلح هذه الطريقة لتصحيح الإجابات المحددة تحديداً مكانياً دقيقاً ، حتى تصبح عملية مقارنة إجابات الأفراد بالمفتاح عملية سهلة سريعة وقد تصبح عملية التصحيح بهذا النوع من المفاتيح عملية شفافة طويلة عندما يزداد عدد المختبرين زيادة كبيرة تحول دون السرعة والدقة التي نهدف إليها .

٢ — المفتاح الشفاف : وتقوم فكرته على تسجيل الإجابات الصحيحة على ورقة شفافة ، ثم تصحح الإجابات المختلفة وذلك بمقارنتها بالإجابات المكتوبة على الورقة الشفافة التي تملأها . وهذه الطريقة أسرع وأدق من الطريقة السابقة .

٣ — المفتاح المنقوب : وتقوم فكرته على تسجيل الإجابات الصحيحة على ورقة سميك نوعاً ما ، ثم تثقب هذه الورقة بثقوب مستديرة في الأماكن التي تحدد تلك الإجابات بحيث تؤدي إلى رؤية الإجابات الصحيحة في كل ورقة إجابة . وتصلح هذه الطريقة لتصحيح الأسئلة التي تعتمد إجاباتها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو من إجابات متعددة . وتتميز بالسرعة ، وإن كان يعاب عليها عجزها عن تسجيل إجابات الأفراد الذين يختارون أكثر من إجابة للسؤال الواحد بحيث تصبح إحداها صحيحة ، وإلا إجابات الأخرى خاطئة .



ولذا يجب أن يبحث التصحيح عن هذا النوع من الإجابات قبل بدء التصحيح حتى لا يختلط عليه الأمر. وإجابات هذا النوع خاطئة لأنها تدل على عجز المختبر عن الاختيار الصحيح للإجابة المحددة.

٤ - مفتاح الكربون : يختلف هذا النوع عن الأنواع السابقة في أنه يصاحب ورقة الإجابة وذلك بتحديد أماكن الإجابات الصحيحة على ورقة مستقلة تلتصق من أطرافها في ظهر ورقة الإجابة بحيث تصبح بياناتها مستقرة تماماً بالنسبة للمختبر. ويظهر على ظهر ورقة الإجابة بطلاء أسود بحيث يترك أثراً لأية كتابة تسجل على ورقة الإجابة وتعتمد طريقة رصد إجابات هذا النوع على نزح المفتاح الحلفي بعد إجراء الاختبار ثم عد العلامات القائمة في الأماكن التي تحدد الإجابات الصحيحة. وبعد هذا النوع أسرع وأدق من الأنواع السابقة، إلا أن تكلفته المرتفعة قد تحول أحياناً دون الاستمارة به.

٥ - المفتاح الآلي : تطورت طرق تصحيح الاختبارات النفسية حتى أصبحت الآن في صورتها الأخيرة آلية ميكانيكية كهربائية. وقد أدت التطبيقات الواسعة لتلك الاختبارات في الميادين الحرة إلى اختراع آلاف المجتدين يومياً. ولذا لجأ العلماء إلى تصميم آلات كهربائية تصحيح وتصنيف الإجابات المختلفة في سرع ودقة فائقة، وتعتمد فكرة هذه الآلات على تصميم ورقة الإجابة تصميماً يصلح لهذا التصحيح والتصنيف، وعلى رصد الإجابة بقلم تميز كتابته بحساسية كهربائية تصلح لهذا التسجيل.

## ٦ - تصحيح أثر التخمين

تتأثر المفردات التي تقوم في بنائها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو من إجابات متعددة بالتخمين (١). ويزداد أثر هذا التخمين كلما قل عدد

الاحتمالات المحددة لكل سؤال ، ويقل كلما زاد هذا العدد . ويبلغ التخمين أقصاه عندما يصل هذا العدد إلى احتمالين ، ويضعف أثره عندما يصل هذا العدد إلى ستة احتمالات . ولذا يصبح أثر التخمين للمفردات التي تستمد فكرتها على احتمالين أو ثلاثة أو أربعة أو خمسة ، ولا يصبح للاحتتمالات التي تزيد عن خمسة .

وعندما تصبح جميع مفردات الاختبار قائمة على اختيار إجابة واحدة من إجابتين فإن توزيع الإجابات الصحيحة يجب أن يساوى بين هذين الاختيارين . حتى يصبح بناء الاختبار سليماً من الناحية الإحصائية ، وبذلك تصبح النسبة المئوية للإجابات الصحيحة لجميع الأسئلة مساوية لـ ٥٠ ٪ للاحتمال الأول ومساوية لـ ٥٠ ٪ أيضاً للاحتمال الثاني على أن تتوزع تلك الإجابات الصحيحة توزيعاً عشوائياً لكل اختيار من هذين الاختيارين كما يدل على ذلك المثال التالي:

السؤال	الاحتمال الأول	الاحتمال الثاني
$= ٧ \times ٣$	٢٦	٢٤
$= ٤ \times ٢$	٩	٨
$= ٣ \times ٥$	١٧	١٥
$= ٢ \times ٢٤$	٤٨	٢٨

ويدل هذا النوع من المفردات على أن إجابة السؤال الأول  $٧ \times ٣$  إما أن تساوى ٢٦ أو تساوى ٢٤ والإجابة الأولى صحيحة والثانية خاطئة. وقد رسمنا خطأً تحت العدد ٢٦ لنبين أنه الإجابة الصحيحة لهذا السؤال . وكذلك بالنسبة للأسئلة الأخرى . فإذا فرضنا أن أحد الأفراد أجاب بطريقة تخمينية عن هذه الأسئلة فربما رسم خطأً تحت كل إجابة من إجابات العمود الأول ، فإن درجته في

هذا الاختبار تساوى ٢ . وحرى بنا أن نعاقبه على تخمينه حتى لا يختلط الأمر بين الذين يعلنون والذين لا يعلنون . ولذا نرصد أيضاً الإجابات الخاطئة لمثل هذا الفرد وبذلك يصبح عددها هي الأخرى مساوية ٢ . ثم نطرح الإجابات الخاطئة من الإجابات الصحيحة لنحصل على الدرجة المصححة من أثر التخمين ، أى أن :

الدرجة المصححة من أثر التخمين =

عدد الإجابات الصحيحة - عدد الإجابات الخاطئة

$$= ٢ - ٢$$

$$= ٠$$

= صفر في مثالنا هذا

هذا ويمكن أن نصوغ هذه المعادلة في الصورة التالية (١) :

$$\text{الدرجة المصححة من أثر التخمين} = ٢ - \frac{٢}{١-٢}$$

وبما أن عدد الاحتمالات في مثالنا هذا يساوى ٢ ، إذن

$$\text{الدرجة المصححة من أثر التخمين} = ٢ - \frac{٢}{١-٢}$$

بحيث يبدل الرمز ٢ على عدد الاحتمالات . وهذه هي الصورة العامة لمعادلة التخمين .

فإذا كان عدد الاحتمالات مساوياً ٢ فإن معادلة التخمين تتطور إلى الصورة

التالية : -

---

(١) لجأنا إلى هذا التحليل البسيط لتوضيح فكرة المعادلة . والبرهان الرياضى الصحيح تلك المعادلة يعتمد على نظرية الاحتمالات ، وهو ما لا ينسب له مجال من الكتب

$$\frac{2}{1-1} - 9 = \text{الدرجة الصحيحة من أثر التخمين}$$

$$\frac{2}{1} - 9 =$$

وهكذا بالنسبة للاحتتمالات الأخرى .

ولنفرض أن عدد الدرجات الصحيحة التي حصل عليها فرد ما كان مساويا ٩ وعدد الدرجات الخاطئة كان مساويا ٦ وأن عدد احتمالات أى سؤال من أسئلة ذلك الاختبار كان مساويا ٤ .

$$\frac{6}{1-1} - 9 = \text{إذن الدرجة الصحيحة من أثر التخمين لهذا الفرد}$$

$$\frac{6}{1} - 9 =$$

$$-3 =$$

فإذا كان عدد الدرجات الخاطئة مساويا لـ ٣٧ بدلا من ٦ فإن درجة مثل هذا الفرد تصبح مساوية للصفر كما تدل على ذلك المعادلة التالية :

$$\frac{37}{1-1} - 9 = \text{الدرجة الصحيحة من أثر التخمين}$$

$$\frac{37}{1} - 9 =$$

$$= \text{صفر}$$

وعندما يزداد عدد الدرجات الخاطئة في مثالنا هذا حتى يصبح مساويا لـ ٣٠.

تتأثر الدرجة الصحيحة من أثر التخمين تصبح في هذه الحالة سالبة ، كما تدل على بذلك المعادلة التالية :

$$\frac{30}{1-1} - 9 = \text{الدرجة الصحيحة من أثر التخمين}$$

$$\frac{30}{1} - 9 =$$

$$-9 =$$

هذا ويحد بعض الأفراد صعوبة في فهم معنى الدرجة للسالية وذلك لأن أى اختيار يهدف إلى قياس أى لون من ألوان النشاط النفسى يبدأ تدريجه من الصفر ثم تزايد درجاته في الاتجاه الموجب أى أنه يحدد المستويات بما يتراكم ويتجمع فيها من درجات . لكن هذه الوحدات الاختيارية لا تخرج في جوهرها عن وحدات اصطلاحية وهي بذلك تختلف من اختبار لآخر ، ولذا فالصفر الذى يحدده أى اختيار لا يعنى قط المعنى الدقيق للصفر المطلق أى أنه صفر اصطلاحى ولو اشتمل الاختبار على مفردات أسهل من التى يحتوى عليها لا يحد موضع الصفر في التدرج الاختيارى للدرجات إلى أسفل ولا أصبحت الدرجة المساوية لـ ١ مساوية لـ ١ أو لـ ٢ أو لـ ٣ أو لـ ٤ أو لـ ٥ عدد آخر موجب يحتمله التدرج الجديد للاختيار .

ولذا يلجأ بعض الباحثين إلى دراسة جميع درجات المختبر من بعد تصحيحها من أثر التخمين للكشف عن القيمة العددية لأكبر درجة سالية ولتكن مثلاً ٦ - ثم إضافة ٦ + إلى جميع درجات المختبرين لتحويلها كلها إلى درجات موجبة . والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الدرجات المصححة : ٦ - ، ٤ - ، ١ - ، صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

الدرجات بعد التعديل : صفر ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

هذا ولا يتأثر شكل التوزيع التكرارى بهذا التعديل لأن إضافة أى عدد ثابت إلى جميع درجات الاختبار يؤدي إلى انزلاق هذا التوزيع فوق قاعدته إلى الناحية اليمنى . وإن طرح أى عدد ثابت من جميع درجات الاختبار ينزلق به فوق قاعدته إلى الناحية اليسرى .

وبما أن عملية تصحيح أثر التخمين لتشكل درجة من درجات الاختبار

تتطلب التعويض في معادلة التخمين ثم تقريب الكسور العشرية التي تلتج أحياناً من هذا التعويض إلى أعداد صحيحة لذلك قد يجد بعض الباحثين مشقة في تصحيح جميع الدرجات . وقد حسبت القيم المختلفة لتلك المعادلة ورصدت في ملحق الجداول الإحصائية النفسية ( جدول رقم ٢٣ ) حتى لا يجد الباحث عناء أو مشقة في تصحيح التخمين . فإذا كان عدد الاحتمالات مساوياً ٥ وكان عدد الإجابات الصحيحة مساوياً ٤ وعدد الإجابات الخاطئة مساوياً ١٩ فإن الدرجة للصحة من أثر التخمين تساوى ٣٦ كما يدل على ذلك جدول الدرجات المصححة من أثر التخمين المبين بصفحة ١١٣ بملحق الجداول الإحصائية النفسية . وهكذا بالنسبة للاحتتمالات الأخرى التي تبدأ بـ ٣ احتمالات وتنتهى بهذه احتمالات . ولم تحسب الدرجات المصححة للاحتتمالات المساوى لـ ٢ لأن عملية التصحيح في هذه الحالة تتحول إلى مجرد الدرجات الخاطئة من الدرجات الصحيحة .

### معاملات سهولة وصعوبة المفردات

يمل بعض الباحثين إلى حساب معاملات صعوبة المفردات عن طريق حساب . هولتها وخير لنا أن نعالج هذه المشكلة معالجة مباشرة فتدرس السهولة ثم ترتب المفردات الاختيارية ترتيباً تنازلياً بالنسبة لتلك المعاملات يدل أن ترتيباً ترتباً تصاعدياً بالنسبة للصعوبة .

والعلاقة بين السهولة والصعوبة علاقة عكسية مباشرة .. فإذا كان معامل السهولة مساوياً لـ ٤ , فإن معامل الصعوبة يساوى ٦ , أى أن معامل السهولة = ١ - معامل الصعوبة .

ويمكن أن نعوض هذه المعاملات في نسب مئوية وبذلك تصبح النسبة المثوية .

للمهولة مساوية لـ ٤٠ ٪ في مثالنا هذا ، وتصبح النسبة المئوية للمهولة -  
مساوية لـ ٦٠ ٪

### ١ - حساب معاملات المهولة

نقاس مهولة أى سؤال بحساب المتوسط الحسابى للإجابات الصحيحة .  
وبما أن المختبرين يتركون أحياناً بعض المفردات دون أن يجيبوا عليها ، إذن  
فعلينا أن نحسب المتوسط الحسابى للذين أجابوا فعلاً على السؤال لإجابات  
صحيحة أو خاطئة ، وأن نستبعد المفردات الممنوعة والمتروكة .

والجدول التالى يوضح طريقة رصد إجابات ٥ أفراد على ٣ مفردات .

الأفراد	السؤال الأول	السؤال الثانى	السؤال الثالث
أ	ص	ص	ص
ب	ص	ص	ص
ج	ص	و	خ
د	ص	خ	خ
هـ	ص	ك	ك
مجموع الأفراد = ٥	ص = ٥ خ = صفر و = صفر ك = صفر	ص = ٢ خ = ١ و = ١ ك = ١	ص = ٢ خ = ٣ و = صفر ك = ١

( جدول ١٢٤ )

تسجيل الاستجابات المختلفة للمفردات موطئة لحساب المهولة

حيث يدل الرمز هـ	على الاستجابات الصحيحة
ويدل الرمز خ	على الاستجابات الخاطئة
ويدل الرمز و	على المفردات المخدرة
ويدل الرمز ك	على المفردات المتروكة

وهكذا نرى أن جميع الأفراد قد أجابوا إجابة صحيحة على السؤال الأول ، وبذلك بحسب معامل سهولة هذا السؤال بالطريقة التالية :

$$\text{معامل سهولة السؤال الأول} = \frac{4}{5}$$

$$= 1$$

وعدد الإجابات الصحيحة على السؤال الثاني يساوى ٢ وعدد الإجابات الخاطئة يساوى ١ وبذلك يصبح عدد الذين أجابوا إجابات صحيحة وخاطئة على السؤال الثاني ٣ .

$$\therefore \text{معامل سهولة السؤال الثاني} = \frac{2}{1+2}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$= 0,67 \text{ تقريباً}$$

وعدد الإجابات الصحيحة على السؤال الثالث يساوى ٢ وعدد الإجابات الخاطئة يساوى ٢ وبذلك يصبح عدد الذين أجابوا إجابات صحيحة وخاطئة على السؤال الثالث ٤ .

$$\therefore \text{معامل سهولة السؤال الثالث} = \frac{2}{4}$$

$$= 0,50$$

$$\text{أى أن معامل السهولة} = \frac{\text{الإجابات الخاطئة}}{\text{الإجابات الصحيحة} + \text{الإجابات الخاطئة}}$$

$$= \frac{2}{2+2}$$



ب - معاملات السهولة المصححة من أثر التخمين

تأثر معاملات سهولة المفردات بالتخمين وخاصة عندما يعتمد بناء الأسئلة على الاحتمالات الاختيارية . ويصحح أثر هذا التخمين بنفس الطريقة . الى صححت بها الدرجات كما يدل على ذلك التحليل التالي :

$$١٠. \text{ معامل السهولة } = \frac{٢}{٢+٤}$$

$$١٠. \text{ الدرجة المصححة من أثر التخمين } = \frac{٤}{١+٢}$$

$$١٠. \text{ فمعامل السهولة المصحح من أثر التخمين } = \frac{\frac{٢}{٢+٤}}{\frac{٤}{١+٢}}$$

فإذا كان عدد الإجابات الصحيحة مساوياً لـ ٢ وعدد الإجابات الخاطئة مساوياً لـ ١ وعدد الاحتمالات الاختيارية للسؤال يساوى ٤

$$١٠. \text{ } ٢ = ٤ , \quad ١ = ٢ , \quad ٤ = ٤$$

$$\text{إذن معامل السهولة } = \frac{٢}{٢+٤}$$

$$= \frac{٢}{١+٢}$$

$$= ٠,٦٧$$

كما سبق أن بينا ذلك في مثالنا السابق بالنسبة للسؤال الثاني :

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \text{إذن معامل السهولة المصحح من أثر التخمين} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{1}{2} =$$

∴ معامل السهولة المصحح من أثر التخمين = 0.56 تقريباً

هذا وقد حسبت معاملات السهولة المصححة من أثر التخمين (١) ورصدت في الجدول المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم (٢٤) صفحة ١١٤ و صفحة ١١٥ ، الذي يدل عموده الأول على معاملات السهولة غير المصححة ، وتدل الأعمدة التالية على المعاملات المصححة من أثر التخمين لكل عدد من الاحتمالات الاختيارية التي يتكون منها السؤال . أى لكل قيم  $n$  وبذلك تدل تلك الأعمدة على القيم التالية لـ  $n$

$$n = 2 , n = 3 , n = 4 , n = 5$$

وهكذا نستطيع أن نستعين بذلك الجدول في معرفة معامل السهولة المصحح من أثر التخمين لمائتا السابق وذلك بالطريقة التالية :

$$\text{معامل السهولة} = 0.67$$

$$\text{عدد الاحتمالات الاختيارية} = 4$$

$$\therefore \text{معامل السهولة المصحح من أثر التخمين} = 0.56$$

كما يدل على ذلك جدول (٢٤) صفحة ١١٥

(1) Guilford J. P. Psychometric Methods, 1954, P.421. Table 15 }

## ج - المعاملات المعيارية السهولة

تدل معاملات السهولة على نسب عشرية ، وقد تدل أيضا على نسب مئوية . وهذه المعاملات بصورتها القائمة لا تصلح إلا لترتيب المفردات ترتيبا تمهيدا . وذلك لعدمها عن تحديد الفروق القائمة بين مراتب سهولة تلك المفردات ، وهذه الفروق أهميتها في الاختيار النهائي للمفردات وفي التدرج المنتظم للسهولة ويرجع ذلك العجز إلى اعتماد تلك المعاملات على تقسيم التوزيع التكرارى إلى مساحات متعاقبة . والتدرج الذى يخضع لفكرة المساحات المتساوية لا يؤدي إلى وحدات طولية متساوية لاختلاف مساحات التوزيع التكرارى تبعا لقربها أو بعدها من أطراف هذا التوزيع .

وقد سبق أن درسنا هذه المشكلة في تحليلنا للفروق القائمة بين المئينيات . والمعايير الثمانية ؛ وبيننا أن المئينيات تقسم المنحنى التكرارى إلى مساحات متساوية وأن المعايير الثمانية تقسم قاعدة المنحنى التكرارى إلى وحدات طولية متساوية ، وأن هذه الخاصية تجعل الميار الثانى مقياسا طوليا كالتر والباردة .

وبما أن معاملات السهولة تقوم على نسبة الإجابات الصحيحة إلى جميع إجابات السؤال ؛ إذن فهم تدل بهذا المعنى على مصاحات اعتدالية عندما تنسب إلى المنحنى الاعتدالى المعيارى (١) لأنها تدل على احتمال الحدوث أو احتمال النجاح . وبما أن النسب الاعتدالية تحدد بدرجات معيارية إذن يمكن تحويل معاملات السهولة إلى الدرجات الاعتدالية المعيارية المقابلة لها . وبذلك يتحول التدرج الذى يقوم على المساحات إلى تدرج طولى يقوم فى جوهره على التقسيم المعيارى لقاعدة المنحنى الاعتدالى المعيارى .

---

(١) راجع الفصل السادس من هذا الكتاب

فإذا كان معامل السهولة مساوياً لـ ٠,٣٤، فإن الدرجة المعيارية التي تقابل تلك المساحة الإعتدالية تساوى - ٠,٤١، كما يدل على ذلك جدول المساحات الإعتدالية المعيارية المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم (٤) صفحة ١٥، وقد وضعنا علامة سالبة أمام تلك الدرجة لأن المساحة التي أدت إليها تقل عن ٥٠، أى تقع في الطرف الأيسر أو الأدنى للمنحنى كما سبق أن بينا ذلك في دراستنا لخواص التوزيع الاعتدالى المعيارى .

وتؤدى نتائج هذه الطريقة إلى حساب المعاملات المعيارية الطولية للسهولة، وقد يناب عليها كثرة علاماتها السالبة. ولذا نحول جميع تلك الدرجات المعيارية السالبة التى تحدد مستويات السهولة إلى درجات معيارية موجبة وذلك بإضافة ٥ درجات معيارية إلى كل منها، وبذلك يصبح المعامل المعيارى للسهولة الذى حسبناه للنثال السابق مساوياً لنتيجة العملية التالية :

$$\text{معامل السهولة المعيارى المعدل} = - ٠,٤١ + ٥ = ٤,٥٩$$

وإضافة ٥ درجات معيارية لكل معامل من المعاملات المعيارية للسهولة يؤدى إلى إعادة ترميم درجات التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى بحيث يصبح بدء التدرج مساوياً للصفر بدلا من - ٥ ويصبح المتوسط مساوياً لـ ٥ بدلا من الصفر وتصبح نهاية التدرج مساوية لصفر بدلا من ٥؛ أى أن مدى المنحنى الاعتدالى المعيارى يساوى ١٠ درجات معيارية .

وقد شاع هذا النوع من التعديل فى بعض الميادين الحيوية وخاصة ميدان المبيدات الحشرية (١)، وأنشئت له جداول خاصة. تيسر على الباحث قراءة الدرجة المعيارية المعدلة مباشرة، ومن أهم هذه الجداول جدول بليس

C. I. Bliss<sup>(١)</sup> الخاص بمنحنى المييدات الحشرية، ويقوم هذا النوع من الدراسة على نفس الأسس التي تقوم عليها فكرة معاملات السهولة. وتتلخص تلك الفكرة في الكشف عن أثر تركيز المادة السامة في نسبة الحشرات المفترلة إلى الحشرات التي تعرضت لتلك المادة، كما تلخصت فكرة معاملات السهولة في علاقة الإجابات الصحيحة إلى الإجابات الصحيحة والخاطئة.

ولذا سنعتمد على جدول بلير في قراءة معاملات السهولة المعيارية المعدلة. وقد سجلنا بياناته العددية في ملحق الجداول الإحصائية النفسية، جدول رقم (٢٥) وسميناه جدول معاملات السهولة المعيارية.

وإذا بحثنا في هذا الجدول عن معامل السهولة المعياري المعدل المقابل لمعامل السهولة المساري ٢٤، فوجدنا أنه يساوي ٤,٥٨٧٥، أو ٤,٥٩ تقريباً. كما سبق أن حسبناه في مثالنا السابق.

## د - علاقة ترتيب المفردات بالتوزيع التكراري للدرجات

يستطيع الباحث بعد معرفته لجميع المعاملات المعيارية السهولة أن يترتب المفردات ترتيباً تنازلياً بالنسبة لتلك المعاملات بحيث يصبح أول سؤال من أسئلة الاختبار أكبرها سهولة وآخر سؤال أقلها سهولة.

وللفروق القائمة بين القيم العددية لمعاملات السهولة المتتالية أثر مباشر في التنبؤ بشكل التوزيع التكراري لدرجات الاختبار. وقد دلت أبحاث ووكر

(1) Fisher, B. A. and Yates. F., Statistical Tables, Table 1x, P, P, 50 — 52.

D.A. Walker على أن تساوى تلك الفروق يؤدي إلى اعتدال التوزيع التكرارى للدرجات ، والمثال التالى يوضح هذه الفكرة .

الترتيب النهائى للدرجات	الامارات المعيارية لسهولة	الفرق	فرق الفرق
١	٦,٤٦٩		
٢	٦,٢٢٧	٠,٢٢٢	صفر
٣	٦,٠٠٥	٠,٢٢٢	صفر
٤	٥,٧٧٣	٠,٢٢٢	صفر
٥	٥,٥٤١	٠,٢٢٢	

جدول ١٢١

رسم هذا الجدول فكرة مساوى فروق الامارات المعيارية لسهولة وتلاتى فرق فرق وأثر ذلك على اعتدال التوزيع التكرارى للدرجات الاختيار

وعندما تتناقص القيم العددية لالامارات السهولة المعيارية تنافصاً سريعاً فى أول الاختبار أو فى آخره يلتوى التوزيع التكرارى للدرجات .

وهكذا ندرك أهمية ذلك الترتيب فى الضبط العلى لشكل التوزيع التكرارى وللتنبؤ به .

(1) Walker, D. A., Answer - Pattern and Score - Scatter in Tests and Examinations, B. J. P. 1936, P. P. 301 - 308, 1939. P. P. 73 - 89.

(2) Walker, D. A. A Theoretical and Experimental Study of the Nature and Extent of Predetermination of Score - Scatter by the Type of the Test Paper used, Ph.D. Thesis. Edinburgh, 1937.

## هـ - أهمية معامل السهولة في بناء الاختبارات المتكافئة

تعتمد فكرة الاختبارات المتكافئة في إحدى نواحيها على تساوى معاملات سهولة المفردات المتناظرة في ذلك النوع من الاختبارات ، بحيث يصبح معامل سهولة السؤال الأول في الاختبار الأول مساوياً أو قريباً من معامل سهولة السؤال الأول في الاختبار الثانى ، وهذا بدوره يساوى أو يقترب من معامل سهولة السؤال الأول في الاختبار الثالث . وهكذا بالنسبة لجميع رتب المفردات في كل تلك الصور المتكافئة .

### الانحراف المعيارى للمفردات

يرتبط الانحراف المعيارى للمفردات ارتباطاً مباشراً بمعاملات السهولة والصعوبة وخاصة عندما تصبح درجات المفردات إما ( ١ ) أو ( صفر ) . وتتلخص طريقة حساب هذا الانحراف في الصورة التالية : -

$$\text{الانحراف المعيارى للسؤال} = \sqrt{\text{معامل السهولة} \times \text{معامل الصعوبة}}$$

$$\text{فإذا فرضنا أن معامل سهولة سؤال ما} = ٠,٨$$

$$\text{إذن فمعامل صعوبة هذا السؤال} = ١ - ٠,٨$$

$$= ٠,٢$$

$$\text{وبذلك يصبح الانحراف المعيارى لهذا السؤال} = \sqrt{٠,٨ \times ٠,٢}$$

$$= \sqrt{٠,١٦}$$

$$= ٠,٤$$

ولا تختلف طريقة حساب الانحراف المعيارى للمفردات عن الطريقة

العامه لحساب الانحراف المعياري لدرجات الاختبار إلا في النواحي الخاصة التي تميز درجات المقدرات عن درجات الاختبار ، كما يدل على ذلك الجدول التالي .

الأفراد	درجات السؤال الأول	درجات درجات السؤال الأول
أ	١	١
ب	١	١
ج	١	١
د	١	١
هـ	صفر	صفر
مجموع الأفراد = ٥	مجموع الدرجات = ٤ المتوسط = $\frac{4}{5}$ أو = ٠.٨	مجموع مربعات الدرجات = ٤ متوسط مربعات الدرجات = ٠.٨

جدول ١٢٥

حساب الانحراف المعياري لدرجات أحد الأسئلة

وبما أن المعادلة العامة للانحراف المعياري

$$= \sqrt{\text{متوسط مربعات الدرجات} - \text{مربع متوسط الدرجات}}$$

∴ الانحراف المعياري لهذا السؤال

$$= \sqrt{0.8 - 0.8^2}$$

$$= \sqrt{0.64 - 0.8^2}$$

$$= \sqrt{0.16}$$



١٠. الانحراف المعياري لهذا السؤال = ٠,٤.

وهذه هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بحساب الجذر التربيعي لحاصل ضرب معامل السهولة في معامل الصعوبة وذلك لأن متوسط درجات السؤال يساوي متوسط مربعات نفس هذا السؤال .

وبما أن التباين يساوي مربع الانحراف المعياري ، إذن فتباين درجات أى مفرد من مفردات الاختيار يساوي حاصل ضرب معامل السهولة في معامل الصعوبة ، أى أن

$$\text{التباين} = \text{معامل السهولة} \times \text{معامل الصعوبة}$$

وتدل القيمة العددية للتباين على مدى اقتراب أو ابتعاد الفروق الفردية التي يقيسها السؤال ، وبما أن معاملات السهولة في صورتها المباشرة كسور عشرية ومعاملات الصعوبة مكملات عشرية لها ، إذن فالتباين يصل إلى نهايته العظمى عندما يساوي معامل السهولة ٠,٥ وبذلك يصبح معامل الصعوبة مساوياً أيضاً لـ ٠,٥ أى أن

$$\text{النهاية العظمى لتباين السؤال} = ٠,٥ \times ٠,٥$$

$$= ٠,٢٥$$

وقد يتضح معنى هذه الفكرة عندما نحاول أن نحسب تباين المفردات التي تزيد معاملات سهولتها عن ٠,٥ أو تنقص عن ذلك . فمثلاً إذا كانت القيمة العددية لمعامل السهولة مساوية لـ ٠,٩ أى أكبر من ٠,٥

$$\text{١. معامل الصعوبة} = ١ - ٠,٩$$

$$= ٠,١$$

$$\text{٢. التباين} = ٠,٩ \times ٠,١$$

$$= ٠,٠٩$$

وهذا التباين أقل في قيمته من ٠,٢٥  
وإذا كانت القيمة العددية لمعامل السهولة مساوية لـ ٠,١ أى أقل من ٠,٥

$$\therefore \text{معامل الصعوبة} = 1 - 0,1$$

$$= 0,9$$

$$\therefore \text{التباين} = 0,9 \times 0,1$$

$$= 0,09$$

وهذا التباين أقل في قيمته أيضاً من ٠,٢٥

ولهذا التباين أهميته الإحصائية في اختيار مفردات الاختبار وذلك لأن  
أقل الأسئلة تمييزاً للفروق الفردية القائمة بين مستويات النشاط الذى يقيسه  
الاختبار هى الأسئلة السهلة والأسئلة الصعبة . وأكبر هذه الأسئلة تمييزاً  
لتلك الفروق هى تلك التى تصل في سهولتها إلى النصف أى ٠,٥ أو تقرب  
من هذه القيمة .

وفي الاختيار الصحيح لمفردات الاختبار يجب أن تتخفف من الأسئلة  
السهلة والصعبة ، وأن تزيد من عدد الأسئلة المتوسطة في سهولتها وصعوبتها  
حتى يصبح الاختيار في صورته النهائية وسيلة قوية للتمييز الدقيق بين مستويات  
النشاط المختلفة .

هذا ويستطيع القارئ أن يحسب الانحراف المعياري للأسئلة المختلفة  
مباشرة من جدول (١٠) المبين بملحق الجداول الإحصائية النفسية وبحسب أيضاً  
التباين ، وذلك بالطريقة التى ترمز إلى معامل السهولة بالرمز  $\delta$  الذى يدل في  
ذلك الجدول على النسبة العشرية الصغرى أو المساحة الاعتدالية المعيارية  
الصغرى ، وترمز إلى معامل الصعوبة بالرمز  $\sigma$  الذى يدل على النسبة العشرية  
الكبرى أو المساحة الاعتدالية المعيارية الكبرى .

فإذا كان معامل السهولة  $1 = 0,21$

∴ معامل الصعوبة  $0,79 = 1 - 0,21$

∴ التباين  $0,1609 = 0,79 \times 0,79$

∴ الانحراف المعياري  $0,4073 = \sqrt{0,1609}$

كما تدل على ذلك أعمدة ذلك الجدول . حيث يدل العمود الأول على القيم العددية المختلفة لـ 1 أو لمعاملات السهولة في هذه الحالة ، ويدل العمود الثاني على القيم العددية لـ  $1 \times 0,79$  أو التباين ويدل العمود الثالث على  $\sqrt{0,1609}$  أو الانحراف المعياري ، ويدل العمود الأخير على 1 أو معامل الصعوبة .

## صدق المفردات

يعتمد صدق الاختيار اعتماداً مباشراً على صدق مفرداته ، وذلك لأن أي زيادة في صدق المفردات تؤدي إلى زيادة صدق الاختيار . ويقاس صدق المفردات بحساب معاملات ارتباطها بالميزان . وقد يكون الميزان داخلياً أو خارجياً . ونعني بالميزان الداخلي الاختيار الذي يشتمل على تلك المفردات ، ونعني بالميزان الخارجي الميزان الذي نقيس به صدق الاختيار نفسه ويسمى الصدق الداخلي أحياناً بالتجانس الداخلي (١) للاختيار لأنه يقاس مدى تماسك المفردات باختبارها ولا تختلف طريقة حساب الصدق الداخلي عن طريقة حساب الصدق الخارجي وإن اختلف مفهوم كل منهما اختلافاً واضحاً.

وهذا وتتلخص أهم الطرق الإحصائية لحساب صدق المفردات في الارتباط الثنائي الأصيل ، والمقارنة الطرفية ، والفروق الطرفية .

---

(١) التجانس الداخلي Internal Consistency

## ١ - حساب الصدق بطريقة الارتباط الثنائي الأصيل

تعتمد هذه الطريقة على حساب معامل الارتباط الثنائي الأصيل للدرجات التابعة للميزان الخارجى أو الداخلى وللدرجات الثنائية للأشئلة أو المفردات، وتقوم فكرة هذه الطريقة على المعادلة التالية :-

$$r_{\text{م}} = \frac{m - m'}{n \times 1} \sqrt{\frac{m - m'}{n}}$$

حيث يدل الرمز م	ع	على معامل الارتباط الثنائى الأصيل .
والرمز م'	م	على متوسط الصواب
والرمز م'	م	على متوسط الخطأ
والرمز م'	ا	على نسبة الصواب
والرمز م'	ب	على نسبة الصواب
والرمز م'	ع	على الانحراف المعيارى لدرجات الميزان

وقد سبق أن طبقنا هذه المعادلة فى دراستنا لمعاملات الارتباط وحسبنا معامل الارتباط الثنائى الأصيل القائم بين درجات الاختبار وسؤال من أسأته فى الفصل الثامن من هذا الكتاب .

وعندما تصبح درجات الميزان ثنائية فى تدرجها، فإن تلك الطريقة تتحول إلى حساب الارتباط الرباعى بين الميزان والسؤال .

وهذه الطرق من أدق الوسائل المعروفة لحساب معاملات صدق المفردات لكنها تستغرق من الباحث وقتاً كبيراً وجهداً بالفاشديداً وخاصة عندما يزداد عدد المفردات وعدد الأفراد إلى الحد الذى يحول بين الباحث وبين الوصول إلى نتائج سريعة ودقة . ولذا ففكر العلماء فى طرق أخرى سريعة لحساب هذا الصدق .

## ب - حساب الصدق بطريقة المقارنة الطرفية

تقوم فكرة هذه الطريقة على تقسيم درجات الميزان إلى مستويين: ممتاز، وضعيف؛ ثم مقارنة درجات السؤال في المستوى الضعيف للميزان. وكلما زادت درجات السؤال في المستوى الميزاني الممتاز عن درجاته في المستوى الميزاني الضعيف، زاد تبعاً لذلك صدق السؤال. وكلما نقصت درجات السؤال في المستوى الميزاني الممتاز عن درجاته في المستوى الميزاني الضعيف نقص تبعاً لذلك صدق السؤال إلى الحد الذي يصبح فيه سالباً، وإذا تساوت درجات السؤال في المستوى الميزاني الممتاز بدرجته في المستوى الميزاني الضعيف فلا شيء تبعاً لذلك الصدق وأصبح ارتباط السؤال بالميزان مساوياً للصفر.

وتعتمد فكرة تقسيم المستويات الميزانية على ترتيب درجات الميزان ترتيباً تنازلياً وقصلاً الجزء العلوي لهذه الدرجات من الجزء السفلي ثم مقارنة درجات السؤال في هذين القسمين.

ويصلح الوسيط لهذا التقسيم. وهكذا يتكون المستوى الميزاني الممتاز من الدرجات التي تزيد عن وسيط التدرج، ويتكون المستوى الميزاني الضعيف من الدرجات التي تنقص عن ذلك الوسيط. وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى الممتاز مساوية لـ ٥٠٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الضعيف مساوية لـ ٥٠٪. لكن هذه القسمة الوسيطة لا توفر على الباحث جهده ووقته لأنها تحتفظ بجميع درجات الميزان.

ويجاء بعض الباحثين إلى القسمة الإرباعية التي تعتمد على مقارنة درجات السؤال في الإرباعي الثالث للميزان بدرجته في الإرباعي الأول لهذا الميزان. وبذلك تصبح النسبة المئوية لدرجات المستوى الميزاني الممتاز مساوية لـ ٢٥٪ والنسبة المئوية لدرجات المستوى الميزاني الضعيف مساوية لـ ٢٥٪.

وقد لجأ بعض الباحثين إلى القسمة الثلاثية التي تعتمد على مقارنة درجات السؤال في الثلث العلوى للبيان بدرجات الثلث السفلى لهذا الميزان وبذلك تصبح النسبة المثوية لدرجات المستوى الميزاني الممتاز مساوية لـ ٣٣٪ والنسبة المثوية لدرجات المستوى الميزاني الضعيف مساوية لـ ٣٣٪.

وقد دلت أبحاث كيلي T. L. Kelley (١) على أن أكثر التقسيمات تميزاً لمستويات الامتياز والضعف هي التي تعتمد على تقسيم درجات الميزان إلى طرفين علوى وسفلى، بحيث يتألف القسم العلوى من الدرجات التي تكون نسبة ٣٧٪ من الطرف الممتاز، ويتألف القسم السفلى من الدرجات التي تكون نسبة ٣٧٪ من الطرف الضعيف. فإذا كان عدد الأفراد الذين طبق عليهم الاختبار مساوياً لـ ١٠٠ فرد فإننا نستطيع أن نصحح ذلك الاختبار ثم نرتب درجاته ترتيباً تنازلياً بحيث تصبح رتبة أكبر درجة الأولى، ورتبة أصغر درجة الأخيرة أو المائة. ثم نفصل ٣٧ درجة من درجات الجزء العلوى و ٣٧ درجة من درجات القسم السفلى ونقارن درجات السؤال في الجزء العلوى بدرجاته في الجزء السفلى أى أننا في هذه الحالة نستبقى ٤٤ درجة من درجات الاختبار للمقارنة الطرفية ونستبعد ٤٦ درجة من تلك الدرجات. ولهذا الدرجات التي نستبقىها دلالة قوية في المقارنة الطرفية، ولسر درجات الوسطى التي نستبعدها دلالة ضعيفة جداً ولهذا لا تؤثر تأثيراً واضحاً في العملية النهائية لتلك المقارنة.

وتتلخص العملية الحسابية الصديق في مقارنة معامل سهولة السؤال في الجزء العلوى بمعامل سهولته في الجزء السفلى. فإذا كان عدد الذين أجابوا إجابة صحيحة على هذا السؤال في الجزء العلوى مساوياً ٢٠ فرداً

(1) T. L. Kelley, the Selection of Upper and Lower Groups for the Validation of Test Items. J. Educ. Psychol. 1939, 30. P. P. 17-24,

. . معامل السهولة العلوى للسؤال  $\frac{2.0}{1.7} =$

$$= 1.17 \text{ تقريباً}$$

وإذا كان عدد الذين أجابوا على هذا السؤال إجابة صحيحة في الجزء السفلى مساوياً ١٢ فرداً .

. . معامل السهولة السفلى للسؤال  $\frac{1.2}{1.7} =$

$$= 0.71 \text{ تقريباً}$$

وقد استطاع فلاناجان J. C. Flanagan<sup>(١)</sup> أن يحسب معاملات ارتباط الاختبارات بأسئلتها حساباً سريعاً وذلك بالاستدانة بمعاملات السهولة العلوية والسفلية للسؤال ، وأنشأ لذلك جداول تيسر على الباحث معرفة هذه المعاملات بطريقة مباشرة سريعة . وقد رصدنا هذه النتائج في ملحق الجداول الإحصائية النسبية جداول رقم (١٩) حيث يدل السطر الأفقى الأول في جميع تلك الجداول على نسبة الناجحين في السؤال من الجزء العلوى للاختبار المساوى لـ ٢٧٪ من العدد الكلى للأفراد ، ويدل العمود الرأسى الأول في جميع تلك الجداول على نسبة الناجحين في السؤال في الجزء السفلى للاختبار المساوى لـ ٢٧٪ من العدد الكلى للأفراد ، وتدل الخلايا الداخلية لتلك الجداول على معاملات الارتباط . أى أن السطر الأفقى الأول يدل على معامل السهولة العلوى ، والعمود الرأسى الأول يدل على معامل السهولة السفلى ، وتدل الخلايا الداخلية لتلك

(a) Flanagan, J. C. General Considerations in the Selection of Test Items and a Short method of Estimating the Product — Moment Coefficient From the Tails of the Distribution, J. Educ. Psychol., 1939, 36, P. P. 974 - 980,

(b) Thorndike R. Personnel Selection, 1949, Appendix B, P. P. 345 - 351.

الجدول على معاملات ارتباط السؤال بالميزان ، أو بمعنى آخر معامل صدقه الدأخلى أو الخارجى .

وهكذا نستطيع أن نحسب معامل صدق سؤال مثالنا السابق وذلك بالبحث فى جدول فلا تاجان عن الارتباط المقابل لمعاملات السهولة السابقة . وسنرى أن الجدول المبين بصفحة ٦٩ من صفحات ملحق الجدول الإحصائية النفسية يدل على أنه عندما تكون النسبة الأفقية مساوية ٠,٧٤ ، والنسبة الرأسية مساوية ٠,٤٤ ، يصبح الارتباط مساويا ٠,٣٢ . أى أن معامل صدق ذلك السؤال يساوى ٠,٣٢ .

هذا وتدل مداخل هذا الجدول على القيم العددية الزوجية لمعاملات السهولة العلوية والسفلية . وعندما تصبح إحدى هذه القيم أو كليهما فردية فإن الطريقة الصحيحة لمعرفة المقابلات الارتباطية لتلك المعاملات تعتمد على حساب القيم الزوجية المجاورة لها ، والمثال التالى يوضح هذه الفكرة :

إذا كان معامل السهولة العلوى يساوى ٠,٦٦ ، ومعامل السهولة السفلى يساوى ٠,٣٩ ، فإننا نبحث عن القيم الزوجية المجاورة لـ ٠,٣٩ ، لنحسب من ذلك معامل الارتباط بالطريقة التالية :

إذا كان معامل السهولة العلوى = ٠,٦٦

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٣٨

٠. معامل الارتباط = ٠,٢٩ ، كما يدل على ذلك جدول

١٦ صفحة ٦٩

وإذا كان معامل السهولة العلوى = ٠,٦٦

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٤٠

٠. معامل الارتباط = ٠,٢٧ ، كما يدل على ذلك جدول

١٦ صفحة ٦٩



وعندما يكون معامل السهولة العلوى = ٠,٦٦

ومعامل السهولة السفلى = ٠,٣٩

∴ معامل الارتباط =  $\frac{0.66 + 0.39}{2}$

= ٠,٥٢٥

وهكذا بالنسبة للقيم الفردية الأخرى لمعاملات السهولة العلوية والسفلية.

### ح - طريقة الفروق الطرفية

تعتمد طريقة الفروق الطرفية على نفس الفكرة التي اعتمدت عليها طريقة المقارنة الطرفية في تقسيمها لدرجات الميزان إلى المستوى الممتاز المساوى لنسبة ٢٧٪ والمستوى الضعيف المساوى لنسبة ٢٧٪.

وقد دلت أبحاث جونسون A. P. Johnson<sup>(١)</sup> على أن معادلة الفروق الطرفية تؤدي إلى نفس النتائج التي أدت إليها جداول فلاناغان السابقة، ويمكن أن نلخص هذه المعادلة في الصورة التالية : -

$$\text{معامل صدق السؤال} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{0.27}$$

حيث يدل الرمز ص على إجابات السؤال الصحيحة في المستوى الميزان العلوى

ويدل الرمز ص على إجابات السؤال الصحيحة في المستوى الميزان السفلى

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد الذين أجابوا على هذا الاختبار  
هذا ويمكن أن نعيد معادلة جونسون في الصورة التالية : -

1 - Johnson, A. P. Notes on Suggested Index of Item Validity :  
The U - L Index . J. Educ. Psychol. , 1951, 42, P. 499 - 504,

$$. . \text{معامل صدق السؤال} = \frac{ص٠ - ص١}{٧٧ و٠}$$

$$. ٠ \text{معامل صدق السؤال} = \frac{ص١}{٧٧ و٠} - \frac{ص٢}{٧٧ و٠}$$

اكن  $\frac{ص٢}{٧٧ و٠}$  يدل على معامل السهولة العلوى لانه يعتمد على قسمة  
عدد الإجابات الصحيحة في القسم العلوى على عدد أفراد هذا القسم .

وبالمثل  $\frac{ص١}{٧٧ و٠}$  يدل على معامل السهولة السفلى لانه يعتمد على قسمة  
عدد الإجابات الصحيحة في القسم السفلى على عدد أفراد هذا القسم .

وبذلك تتحول معادلة جونسون إلى الصيغة البسيطة التالية .

معامل صدق السؤال = معامل السهولة العلوى - معامل السهولة السفلى  
فإذا أعدنا حساب معامل صدق المثاليين السابقين وجدنا أنه عندما كانت  
معاملات السهولة في مثالنا الأول مساوية للقيم التالية .

$$٠,٧٤ = \text{معامل السهولة العلوى}$$

$$٠,٤٤ = \text{ومعامل السهولة السفلى}$$

$$٠,٧٤ - ٠,٤٤ = \text{معامل الصدق}$$

$$٠,٣٠ =$$

وسبق أن حسبنا معامل صدق هذا السؤال بطريقة فلاناجان الى دلت  
على أنه يساوى ٠,٣٣ ، وهى قريبة جداً من تلك القيمة التى أدت إليها طريقة  
الفروق الطرفية .

و عندما كانت معاملات السهولة في مثالنا الثاني مساوية للقيم التالية

$$\begin{aligned} \text{معامل السهولة العلوى} &= 0,66 \\ \text{ومعامل السهولة السفلى} &= 0,39 \\ \therefore \text{معامل الصدى} &= 0,66 - 0,39 \\ &= 0,27 \end{aligned}$$

وقد سبق أن حسبنا معامل صدى هذا السؤال بطريقة فلانا جان التي دللت على أنه يساوى 0,28 . وهى قريبة جداً من تلك القيمة التي أدت إليها أيضاً طريقة الفروق الطرفية .

هذا ونستطيع أن نعدل هذه الطريقة ونحولها إلى جمع المعاملات الطرفية بدل أن كانت قائمه على طرح تلك المعاملات لنحصل بذلك على معاملات سهولة الأسئلة . ويقترح جونسون المعادلة التالية لحساب تلك السهولة .

$$\text{معامل سهولة السؤال} = \frac{ص + ع}{٢ \times ٢ - ٠ \times ٠}$$

حيث تدل هذه الرموز على مادلت عليه في معادلة الصدى السابقة . وهذا ويمكن أن نعيد صياغة معادلة جونسون للسهولة في الصورة التالية :-

$$\text{معامل سهولة السؤال} = \left( \frac{ص}{٠,٢٧} + \frac{ع}{٠,٢٧} \right) \div ٢$$

$\therefore$  (معامل السهولة العلوى  $+$  معامل السهولة السفلى) .

$$= \frac{\text{معامل السهولة العلوى} + \text{معامل السهولة السفلى}}{٢}$$

٢. معامل سهولة السؤال = متوسط معامل السهولة العلوى والسفلى

وإذا كان معامل السهولة العلوى = ٠.٧٤

ومعامل السهولة السفلى = ٠.٤٤

٣. معامل سهولة السؤال =  $\frac{0.74 + 0.44}{2}$

= ٠.٥٩

### ثبات المفردات

يعتمد ثبات الاختبار اعتماداً مباشراً على ثبات مفرداته كما اعتمد صدقة على صدق مفرداته . ولعل أول من أهتم بهذا المفهوم الجديد للمفردات هو لوزنجر K, J, Holzinger (١) الذى حاول فى سنة ١٩٣٢ أن يحسب هذا الثبوتات بطريقته التى سماها دالة الفروق (٢) ، لكنها لم تصلح للتطبيق العملى المباشر .

وتتلخص أهم الطرق الإحصائية لحساب ثبات المفردات فى طريقة إعادة الاختبار (٣) ، وطريقة الاحتمال المتوالى (٤) .

### ١ - طريقة إعادة الاختبار

لا تختلف هذه الطريقة فى ناحيتها العملية عن الطريقة العادية لحساب ثبات

(١) Holzinger, K. J. Reliability of Single Test Item, J, Ed P, 1932, Vol. X X III, No. 9 P.P. 411-417

(٢) دالة الفروق : Difference Function

(٣) إعادة الفروق Test Re - Test

(٤) الاحتمال المتوالى Modal Probability

الاختبار التي تعتمد في جوهرها على تطبيق الاختبار على نفس مجموعة الأفراد التي طبق عليها أولاً ثم مقارنة نتائج المرة الأولى بنتائج المرة الثانية .

وبما أن الخواص الإحصائية لدرجات الاختبار تختلف إلى حد كبير عن الخواص الإحصائية لدرجات المفردات ، لأن الدرجات الاختبارية متتابعة ، ودرجات المفردات ثنائية . إذن فالطريقة الإحصائية لحساب ثبات الاختبار لا تصلح كما هي لحساب ثبات المفردات .

وخير طريقة لحساب ارتباط المتغيرات الثنائية هي الارتباط الرباعي ، كما سبق أن بينا ذلك في دراستنا لمعاملات الارتباط في الفصل الثامن من هذا الكتاب

وبذلك تتلخص طريقة حساب ثبات المفردات في الخطوات التالية .

- ١ - تطبيق الاختبار على مجموعة من الأفراد .
- ٢ - إعادة تطبيق الاختبار على نفس المجموعة السابقة .
- ٣ - رصد إجابات المختبرين من كل سؤال من أسئلة الاختبار رصدًا يسجل نتائج المرة الأولى والثانية في توزيع تكرارى رباعى
- ٤ - حساب معاملات الارتباط الرباعية التي تدل على معاملات ثبات المفردات .

### ب - طريقة الاحتمال المتوالى

تصلح هذه الطريقة لحساب ثبات المفردات التي تعتمد إجابتها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو من عدة إجابات محتملة ؛ كما تصلح أيضاً لحساب ثبات أسئلة الاستفتاءات التي تقوم فكرتها على الاحتمال الاختيارى .

وتنخصص معادلة الثبات (١) في الصورة التالية : -

$$\text{معامل الثبات} = \frac{L}{L - \frac{1}{n}}$$

حيث يدل الرمز  $n$  على عدد الاحتمالات الاختيارية السؤال  
ويدل الرمز  $L$  على الاحتمال المتوالي . أى على أكبر تكرار  
نسبي لأى احتمال اختياري من الاحتمالات  
التي يحتوى عليها السؤال .

فإذا فرضنا مثلاً أن المطلوب حساب معامل ثبات السؤال التالى (٢) . -  
وكتب جندي إلى أبيه من ميدان القتال يقول : أكتب إليك هذا الخطاب  
وفي إحدى يدي سيف ، وفي الآخر مسدس ،

هذا الكلام ضعيف وغير معقول ، والمطلوب منك أن تضع علامة X  
أمام أحسن جملة تبين سخافته من الجمل الآتية :  
..... (١) المسدس قد ينطلق من يد الجندي  
..... (ب) لا يمكنه أن يكتب بالسيف  
..... (ج) لا يمكنه أن يكتب إذا كانت كلتا يديه مشغولتين  
..... (د) من الجائز أن أباه لا يعرف القراءة .

فعلينا أن نمثل تكرار استجابات الأفراد على كل احتمال من الاحتمالات  
الاختيارية لذلك السؤال ، ثم نحول هذا التكرار إلى تكرار نسبي ، ونختار

(1) Guttman, L. Problems of Reliability, in Studies in Social Psychology in World War II, 1950, Vol. IV, Measurement and Prediction, P.P. 277-311

(٢) استعملنا هذا السؤال من اختبار الذكاء الثانوى للاستاذ احماعيل الهباني . سؤال رقم ١٢  
لتوضيح فكرة هذه الطريقة

أعلى تكرار نسبي يدل على الاحتمال المتوالى ، كما ستوضح ذلك في الجدول التالي :

الاحتمالات الاختيارية للاجابة	تكرار الاستجابات	التكرار النسبي
أ	٢٠	٠,١٠
ب	١١٦	٠,٥٨
ج	٣٠	٠,١٥
د	٣٤	٠,١٧
	المجموع = ٢٠٠	١,٠٠

( جدول ١٩٦ )

يوضح هذا الجدول طريقة حساب الاحتمال المتوالى

وهكذا نرى أن الاحتمال المتوالى لمثلنا هذا يساوى ٠,٥٨ ، لأنه أعلى تكرار نسبي .

$$\text{إذن ل} = ٠,٥٨ =$$

وبما أن عدد الاحتمالات الاختيارية في مثلنا هذا يساوى ٤ أى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ .

$$\text{إذن م} = ٤ =$$

$$\therefore \text{معامل الثبات} = \frac{٤}{١ - ٠,٥٨} = \frac{٤}{٠,٤٢}$$

$$= \frac{٠,٢٥ - ٠,٥٨}{٠,٤٢}$$

$$= ٠,٢٣ \times \frac{١}{٠,٤٢}$$

$$\therefore \text{معامل الثبات} = ٠,٤٤$$

## الزمن المناسب<sup>(١)</sup> للاختبار

تتأثر درجات الاختبارات الموقوته تأثراً مباشراً بزمن الإجابة ، وبذلك تصبح مشكلة تحديد الزمن من أهم المشاكل العملية التي يواجهها الباحث في إعداد الاختبارات الجديدة .

وبناءً على مؤلف هذا الكتاب في تحديده للزمن المناسب إلى تجربة الاختبار على عينة ممثلة من الأفراد ثم حساب عدد الأسئلة التي يجب عليها كل فرد في كل دقيقة بمعنى ذلك بأن يطلب إلى هؤلاء الأفراد كتابة علامة X أمام السؤال الذي يجاب عنه ، عند سماع الأمر بكتابة تلك العلامة التي تحدد إنقضاء دقيقة من زمن الاختبار .

وهكذا نستطيع أن نقدر متوسط الزمن الاختباري، والمثال التالي يوضح هذه الفكرة .

عدد الأسئلة التي يجب عليها الأفراد في ..				الأفراد
الدقيقة الأولى	الدقيقة الثانية	الدقيقة الثالثة	الدقيقة الرابعة	
٣	٤	٤	٤	أ
٢	٤	٣	٥	ب
٤	٥	٥	٥	ج
٢	٤	٣	٥	د
٤	٤	٥	٥	هـ
١٥ = $\sum$	٢٠ = $\sum$	٢٠ = $\sum$	٢٠ = $\sum$	المجموع = ٥٥
المتوسط	المتوسط	المتوسط	المتوسط	
$\frac{15}{5} =$	$\frac{20}{5} =$	$\frac{20}{5} =$	$\frac{20}{5} =$	
٣ =	٤ =	٤ =	٤ =	

( جدول ١٢٧ ) الطريقة الجزئية لحساب زمن الاختبار

(١) الزمن المناسب Optimum Time Limit



وهكذا نرى أن متوسط إجابات الأفراد في الدقيقة الأولى يساوي ٣ أسئلة ومتوسط إجاباتهم في الدقيقة الثانية والدقيقة الثالثة يساوي ٤ أسئلة ومتوسط إجاباتهم في الدقيقة الرابعة يساوي ٥ أسئلة .

$$\frac{٥ + ٤ + ٣ + ٢}{4} = \text{إذن المتوسط الوزني}$$

$$\frac{14}{4} =$$

$$= ٣.٥ \text{ أسئلة}$$

وبذلك يصبح المتوسط الزمني للسؤال = ٣.٥

$$= ١٥ \text{ ثانية}$$

$$= ٤٨ \text{ سؤالا} \quad \text{فإذا كان عدد أسئلة الاختبار}$$

$$= ١٥ \times ٤٨ \quad \text{. المتوسط الزمني للاختبار}$$

$$= ٧٢٠ \text{ ثانية}$$

$$= ١٢ \text{ دقيقة}$$

وتدل هذه النتيجة على المتوسط الزمني لسرعة الإجابة أكثر مما تدل على الزمن المناسب للإجابات الصحيحة ؛ وقد كشفت أبحاث مؤلف (١) هذا الكتاب عن المعادلة الرياضية التي تحدد العلاقة القائمة بين متوسطات الدرجات ، والأزمنة المناسبة ، ومعاملات السهولة . وتعتمد الصورة العامة لتلك المعادلة على ما يسمى رياضيا التفاضل الجزئي (٢) ؛ ولا يتسع مجال هذا الكتاب إلى تحليل

1 - Fouad El-Bahay El-Sayed, The Cognitive Factors in Geometrical Ability : A Study in Spatial Abilities, Ph. D. Thesis. 1951, P.P. 280-231

Partial Differential Equation

(٢) معادلة التفاضل الجزئي

للناحية الرياضية لتلك المعادلة، ولذا سنقتصر في حسابنا للزمن المناسب على إحدى الصور الرياضية البسيطة التالية لتلك المعادلة .

$$z_p = \frac{z^2}{1^2} \times z_p$$

حيث يدل الرمز  $z_p$  على الزمن المناسب للاختبار  
والرمز  $z$  على الزمن التجريبي للاختبار  
والرمز  $m$  على المتوسط المرتقب للدرجات  
والرمز  $1^2$  على المتوسط التجريبي للدرجات  
فإذا فرضنا مثلاً أن

عدد أسئلة الاختبار  $48 =$

إذن المتوسط المرتقب  $m = 24$  أى خارج قسمة  $48$  على  $2$

والمتوسط التجريبي  $1^2 = 36$

والزمن التجريبي  $z = 12$  دقيقة كما دلت على ذلك نتائج

المثال السابق

$$\frac{12 \times 24}{36} = \text{إذن الزمن المناسب } z_p$$

$$= 8 \text{ دقائق}$$

هذا ويمكن أن نعيد تجربة الاختبار ونطبق هذه المعادلة الزمنية على نتائجنا الجديدة حتى تختفي الفروق القائمة بين المتوسطات التجريبية والمتوسطات المرتقبة إن وجدت .

والجدول التالي (١) يوضح نتائج إحدى التجارب التي دلت على القيمة العمالية لتلك المعادلة .

---

(١) هذا الجدول مستعار من المرجع السابق صفحة ٦٧ بعد أن قربت جميع كسوره إلى أعداد صحيحة .

الاختبار	المتوسط التجريبى لدرجات	المتوسط المرجح لدرجات	متوسط الدرجات بعد تطبيق المادة	المتوسط المعدل بعد المادة	الزمن التجريبى	الزمن المناسب
أ	٢٨	١٨	١٨	صفر	٩	٦
ب	١٧	١٥	١٥	صفر	٨	٧
ج	٢٢	١٥	١٧	٢ -	١٣	٩
د	٢١	١٥	١٨	٣ -	٩	٦

( جدول ١٧٨ )

نتائج إحدى الدراسات التجريبية على معادلة الزمن

وهكذا نرى أن الزمن المناسب للاختبارين أ ، ب لا يحتاج إلى تعديل ،  
وأن الزمن المناسب للاختبارين ج ، د يحتاج إلى تعديل آخر .

### تحليل الاحتمالات الاختيارية للمفردات

تطورت الدراسة الإحصائية للمفردات حتى شملت أخيراً تحليل أجزاء  
الأسئلة وخاصة التي تعتمد فكرتها على اختيار إجابة واحدة من إجابتين أو  
من عدة إجابات . ويعتمد هذا التحليل على دراسة الاستجابات المختلفة لكل  
احتمال اختياري من احتمالات السؤال

وتقوم هذه الطريقة في جوهرها على نفس الفكرة التي قامت عليها  
طريقة المقارنة الطرفية في تقسيمها لدرجات الميزان إلى المستوى الممتاز  
المساوى النسبة ٢٧ ٪ والمستوى الضعيف المساوى للنسبة ٢٧ ٪ .

وهي تعتمد بذلك في تسجيل تكرار استجابات الأفراد عن كل احتمال

عن احتمالات السؤال في الجزئين العلوى والسفلى ، وتسجيل تكرار الاستجابات المخرقة والمتركة وتحويل الأنواع المختلفة لهذا التكرار إلى تكرار نسبي وذلك بقسمته على المجموع السكلى لتكرار جميع الاستجابات في كل مستوى من تلك المستويات كما يدل على ذلك الجدول التالى :

الاحتمالات الاختيارية للسؤال	تكرار استجابات المستوى العلوى	تكرار استجابات المستوى السفلى	التكرار النسبي للمستوى العلوى	التكرار النسبي للمستوى السفلى
أ	٨	٨٨	٠,٠٤	٠,٤٤
ب	٥٠	٣٦	٠,٢٥	٠,١٨
ج	١١٢	٤٤	٠,٥٦	٠,٢٢
د	٢	صفر	٠,٠١	صفر
هـ	٢٦	٢٨	٠,١٣	٠,١٤
مخوف والمتركة	٢	٤	٠,٠١	٠,٠٢
المجموع	٢٠٠	٢٠٠	١,٠٠	١,٠٠

( جدول رقم ١٢٩ )

مدره التكرار النسبي للاحتمالات السؤال الاختيارية في المستوى اليزانى العلوى والسفلى

ونستطيع أن نستهين بهذا الجدول للوصول إلى النتائج التالية ، إذا علمنا أن الإجابة الصحيحة لهذا السؤال هي ( ج ) وأن جميع الاحتمالات الأخرى خاطئة .

(١) يميز الاحتمال الاختيارى الأول (١) في الانجاء الصحيح لأن التكرار النسبى للمستوى الميزانى السفلى يساوى ٠,٤٤ وهذا أكبر من التكرار النسبى للمستوى الميزانى العلوى الذى يساوى ٠,٠١ ويصلح مثل هذا الاحتمال لإعداد الصورة النهائية للسؤال .

(٢) يميز الاحتمال الاختياري الثاني (ب) في الاتجاه الخاطئ. لأن التكرار النسبي للمستوى الميزاني السفلى يساوي ٠,١٨. وهذا أقل من التكرار النسبي للمستوى الميزاني العلوى الذى يساوي ٠,٢٥. ولا يصلح مثل هذا الاحتمال لإعداد الصورة النهائية للسؤال ويجب حذفه أو تغييره .

(٣) يميز الاحتمال الاختياري الثالث (ج) في الاتجاه الصحيح لأن التكرار النسبي للمستوى الميزاني السفلى يساوي ٠,٢٢. وهذا أقل من التكرار النسبي لمستوى الميزاني العلوى الذى يساوي ٠,٥٦. وقد أصبح هذا التمييز صحيحاً لأن هذا الاحتمال هو الإجابة الصحيحة لهذا السؤال . ونستطيع أن نستعين بذلك للسبب العاوية والسفلية في حساب معامل صدق هذا السؤال ونسجد أنه يساوي ٠,٣٤. بطريقة الفروق الطرفية ويساوي ٠,٢٢. بطريقة المقارنة الطرفية . ويصلح هذا الاحتمال لإعداد الصورة النهائية للسؤال .

(٤) لا يميز الاحتمال الاختياري (د) في الاتجاه الصحيح أو الخاطئ. لأن تكراره النسبي العلوى يساوي ٠,١. وتكراره النسبي السفلى يساوي صفراً ولذا يجب أن تعدل صياغة مثل هذا الاحتمال تعديلاً يؤدي به إلى استنارة المختبرين للاستجابة القوية والضعيفة ، وبذلك يجذب انتباه الافراد ولا يبقى ماطلاً كما هو قائم الآن.

(٥) الاحتمال الاختياري (هـ) غير واضح في تمييزه لتقارب التكرار النسبي العلوى الذى يساوي ٠,١٣. من التكرار النسبي السفلى الذى يساوي ٠,١٣.

(٦) لا يتأثر هذا السؤال تأثراً قوياً بزمناً الاختيار لأن التكرار النسبي العلوى للاستجابات المحذوفة والمثروكة يساوي ٠,٠١ ، والتكرار النسبي السفلى لذلك النوع من الاستجابات يساوي ٠,٠٢. وهذه النسب أضعف من أن تدل على مدى تأثر هذا السؤال بالزمن الاختياري .

وهكذا ندرك طريقة هذا النوع من التحليل في بحث الاحتمالات الاختيارية ، وأهمية هذه الدراسة في صياغة وبناء المفردات المختلفة .

### اختيار المفردات

تعتمد الصياغة النهائية للاختيار على اختيار الاسئلة الصالحة . وترتبط هذه العملية ارتباطاً مباشراً بالخواص الإحصائية للمفردات . ويمكن أن تلخص أهم الشروط العملية لاختيار هذه المفردات في النواحي التالية : —

١ — يجب أن يكون نوع مفردات الاختبار واحداً حتى لا يؤثر اختلاف النوع في النتائج النهائية للقياس ، وحتى تصبح الصياغة الشكلية للاختبار خاضعة للضبط العلمي الدقيق ، ويصبح التحليل الإحصائي للاختبار ومفرداته سهلاً ميسوراً .

٢ — بما أن الفروق القائمة بين المعاملات المعيارية لسهولة المفردات تؤثر تأثيراً مباشراً في شكل التوزيع التكرارى لدرجات الاختبار . إذن يجب أن يصبح تدرج هذه المفردات منتظماً متناسفاً حتى تؤدي إلى التوزيع الاعتمالى المرتقب ، كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لترتيب النتائج للمفردات .

٣ — يجب أن تستبعد جميع المفردات التى تقل نتائج تحليلها على نبات أو صدق خارجى سالب ؛ ثم ترتب المفردات الباقية ترتيباً تنازلياً بالنسبة لمعاملات الصدق الخارجية والنبات ونختار أكثرها صدفاً ونباتاً .

٤ — عندما نستطيع أن نحسب جميع معاملات ارتباط المفردات بعضها ببعض فعلياً أن نختار أقلها ارتباطاً لتؤكد من شمول القياس لجميع نواحي الميدان الاختبارى ؛ وحتى تقيس تلك المفردات جميع الامتدادات لذلك الميدان ، وذلك لأن الارتباط المرتفع يقارب بين تلك المفردات . فيقتصر ميدان القياس على نواحي محدودة ضيقة .

## تمارين على الفصل الثالث عشر

١ - وضع المعنى العلمى للفردات الاختبارية ، والأهمية الإحصائية النفسية لتحليل تلك المفردات .

٢ - ما هى أهم الخطوات العلمية لبناء وتحليل المفردات ؟

٣ - ما هى أهم الأسس التى تعتمد عليها فى تقسيم المقاييس النفسية إلى أنواع مختلفة ؟

وما هى أم تلك الأنواع ومميزات كل نوع وميادين تطبيقه ؟

٤ - بين أهم تلك الأنسام الرئيسية للفردات الاختبارية ومميزات وعيوب كل نوع من هذه الأنواع .

٥ - طلب إليك أن تصوغ تعليمات اختبار تحصيلى فى مادة تخصصك . بين الخطوات الرئيسية التى تتبعها فى صياغة تعليمات المختبرين والمختبرين ، ووضح هذه الأفكار بأمثلة من عندك .

٦ - ناقش مزايا وعيوب الأنواع المختلفة لمقاييس الإجابة .

٧ - لحسب الدرجة المصححة من أثر التخمين إذا علمت أن :

$$\text{مجموع الإجابات الصحيحة} = 15$$

$$\text{مجموع الإجابات الخاطئة} = 9$$

$$\text{عدد الاحتمالات الاختيارية} = 4$$

٨ - لحسب معامل سهولة السؤال التالى ، إذا علمت أن

$$\text{مجموع الإجابات الصحيحة} = 20$$

$$\text{مجموع الإجابات الخاطئة} = 30$$

٩ - إحصيب معامل سهولة السؤال السابق إذا علمت أن عدد الاحتمالات الاختيارية لذلك السؤال يساوى ٤

١٠ - إحصيب معامل السهولة المعيارى للتمرين السابق رقم ٩ ، وبين المعنى الإحصائى النفسى لهذا المعامل .

١١ - بين إلى أى حد يؤثر ترتيب المفردات بالنسبة لمعاملات سهولتها فى التوزيع التكرارى لدرجات الاختبار .

١٢ - إحصيب الانحراف المعيارى للسؤال الذى معامل سهولته يساوى ٠,٦ واحسب أيضاً تباين هذا السؤال .

١٣ - إلى أى حد يؤثر تباين المفردات فى معرفة الفروق الفردية لذلك للشايط الذى تقيسه تلك المفردات

١٤ - ترتبط عملية اختيار المفردات ارتباطاً كبيراً بالقيمة العددية لتبينها، ناقش هذه الفكرة موضحاً المعنى النفسى الإحصائى للنهاية العظمى للتباين.

١٥ - ناقش مزاي وعيوب أهم الطرق الإحصائية لحساب صدق المفردات.

١٦ - ماهى الفروق الجوهرية بين معاملات صدق المفردات والاختبارات.

١٧ - إحصب معامل صدق الأسئلة التالية بطريقة المقارنة الطرفية: -

السؤال الأول: معامل السهولة العلوى = ٠,٨٨

معامل السهولة السفلى = ٠,٢٢

السؤال الثانى: معامل السهولة العلوى = ٠,٤٤

معامل السهولة السفلى = ٠,٤٤

السؤال الثالث: معامل السهولة العلوى = ٠,٢٣

معامل السهولة السفلى = ٠,٥٤

ووضح الفروق الجوهرية القائمة بين القيم العددية لتلك المعاملات .

١٨ - إحصب معامل صدق الأسئلة السابقة بطريقة الفروق الطرفية.



- ١٩ - إحصاء معاملات سهولة الأسئلة السابقة بطريقة الإضافة الطولية .  
 ٢٠ - ما هي أم الطرق الإحصائية لحساب ثبات المفردات . وضع  
 مميزات وعيوب كل طريقة من تلك الطرق ، وأهمية هذا الثبات في بناء  
 الاختبارات النفسية .

٢١ - إحصاء ثبات السؤال التالي بطريقة الاحتمال المنوال .

الإحتمالات الاختيارية	١	ب	ج	د
تكرار الاستجابة	١٣٥	٢٤٠	٧٥	٥٠

- ٢٢ - أذكر أهم الخطوات العملية لحساب الزمن المناسب للاختبار .  
 ٢٣ - اختبار عدد أسئلته يساوي ٥٠ ومتوسطه التجريبي يساوي ١٢  
 والزمن التجريبي يساوي ٥ دقائق . احسب الزمن المناسب لهذا الاختبار إذا  
 علمت أن المتوسط المرتقب يساوي ٢٥ .  
 ٢٤ - الجدول التالي يدل على تكرار استجابات الأفراد في المستويين  
 العلوي والسفلي لكل احتمال من الاحتمالات الاختيارية للسؤال الأول في  
 اختبار القدرة المسكنة .

المستويات الميزانية	الاحتمالات الاختيارية					محدود ومتنوع
	١	ب	ج	د	هـ	
المستوى الميزاني العلوي:	٢٤	٤٥	٨	١	٢١	١
المستوى الميزاني السفلي:	٢٠	٢٢	٢٥	صفر	٣١	٢

- فإذا علمت أن الاحتمال الثاني (ب) هو الإجابة الصحيحة ، فبين مدى  
 صلاحية كل احتمال من هذه الاحتمالات للصياغة النهائية لهذا السؤال .  
 ٢٥ - بين أم الشروط العلية لاختبار المفردات الاختيارية .

## الفصل الرابع عشر

# تحليل التباين

### مقدمة

دلت الأبحاث الإحصائية التي قام بها فيشر<sup>(١)</sup> R, A, Fisher على أهمية التباين في الميادين المختلفة لعلوم الحياة ، وخاصة في الكشف عن مدى تجانس العينات ، ومدى اتساقها إلى أصل واحد أو أصول متعددة . وقد كان لـ C. Burt فضل تطبيق هذه الطريقة في ميدان العلوم النفسية والربوية .

ويصلح تحليل التباين<sup>(٢)</sup> لمعرفة الفروق القائمة بين البنين والبنات في الذكاء والقدرات العقلية الطائفية ، وفي السمات المزاجية ، وفي النواحي التحصيلية المختلفة ، كما يصلح أيضاً لقياس مدى تجانس عينات المختبرين ، وعينات المفردات التي تتألف منها الاختبارات النفسية .

هذا وتختلف طرق تحليل التباين تبعاً لاختلاف التنظيم التجريبي للمشكلة ، ولذا تعددت طرق ووسائل هذا النوع من التحليل . وسندرس في هذا الفصل الأنواع العملية البسيطة التي تنصل اتصالاً مباشراً بميادين الاختبارات النفسية وقياس العقل البشري .

---

1 - (a) R, A, Fisher, Statistical Method for Research Workers, 1925, R, A, Fisher, the Design of Experiments, 1935, Analysis of Variance

(٢) تحليل التباين

## الخواص الإحصائية للتباين

### ١ - التباين والانحراف المعياري

تعتمد فكرة هذا النوع من التحليل على الخواص الإحصائية التالية :

التباين = متوسط مربعات الانحرافات .

= مربع الانحراف المعياري .

$\sigma^2$

حيث يدل الرمز  $\sigma$  على الانحراف المعياري

### ٢ - قياس التباين للفروق الفردية والجماعية

يقيس التباين الفروق الفردية والجماعية لأنه يقوم في جوهره على حساب مدى انحراف كل فرد عن متوسط الأفراد ؛ أو مدى انحراف كل جماعة عن متوسط الجماعات ؛ أو انحراف كل عينة عن الأصل الذي تنسب إليه .

### ٣ - جمع التباين

عندما تؤثر عوامل مختلفة في ظاهرة ما فإن تباين هذه الظواهر يساوي حاصل جمع تباين تلك العوامل .

فإذا فرضنا أن الظاهرة  $S$  تتكون من العوامل  $A, B, C$  .

$$\sigma^2_S = \sigma^2_A + \sigma^2_B + \sigma^2_C$$

حيث  $\sigma^2_S = A + B + C$

هذا ويرجع الأساس الإحصائي للشأن هذا النوع من التحليل إلى

تلك الخاصة الجبرية للتباين ؛ ولذا يخضع هذا التباين لتحليل الجبري لمكوناته ، ولا يخضع الانحراف المعياري لمثل هذا النوع من التحليل لأن .

$$ع م لا تساوي ع م + ع م + ع م$$

والمثال العددي التالي يوضح هذه الفكرة

$$إذا كانت ٢ = ٣ + ٤$$

$$فإن ٤ لا تساوي ٣ + ٤$$

وبذلك يقوم تحليل التباين في جوهره على تحليل مربعات الأعداد كما سنبين ذلك في دراستنا الإحصائية لهذا النوع من التحليل .

#### ٤ - التباين الوزني ومكوناته

يسمى تباين المجموعات أو العينات المجمعة التباين الوزني كما يسمى متوسط تلك المجموعات للمتوسط الوزني أو متوسط المتوسطات . ولحساب التباين الوزني مثلاً لدرجات النبات والبنين في اختبار ما ، نستعين بالمعادلة التالية :

$$\frac{٢٥٣٧ + ٢٧١٧}{٣٧ + ١٧} + \frac{٢٤٣٧ + ٢٤١٧}{٣٧ + ١٧} = \text{التباين الوزني}$$

حيث يدل الرمز  $٢٤$  على تباين درجات النبات ؛ أي تباين درجات المجموعة الأولى .

ويدل الرمز  $٢٣$  على تباين درجات البنين ؛ أي تباين درجات المجموعة الثانية .

وبذلك يدل الحد  $\frac{٢٤٣٧ + ٢٤١٧}{٣٧ + ١٧}$  على التباين الداخلي للمجموعتين ؛

أو حاصل جمع تباين درجات كل مجموعة من تلك المجموعات بالنسبة لمتوسطها، وهكذا بحسب تباين البنات بالنسبة لمتوسط درجات البنات، وبحسب تباين البنين بالنسبة لمتوسط درجات البنين. ويسمى هذا النوع التباين داخل المجموعات (١).

وبدل الرمز  $\sigma^2$  على انحراف متوسط درجات المجموعة الأولى عن المتوسط الوزني للمجموعتين.

فإذا رمزنا لمتوسط المجموعة الأولى بالرمز  $\bar{m}$  وللمتوسط الوزني بالرمز  $\bar{m}$  إذن  $\bar{m} = \bar{m} - \bar{m}$

وبدل الرمز  $\sigma^2$  على انحراف متوسط درجات المجموعة الثانية عن المتوسط الوزني للمجموعتين فإذا رمزنا لمتوسط المجموعة الثانية بالرمز  $\bar{m}$  وللمتوسط الوزني بالرمز  $\bar{m}$  إذن  $\bar{m} = \bar{m} - \bar{m}$ .

وبذلك يدل الحد  $\frac{\sum \sigma^2 + \sum \sigma^2}{n + n}$  على تباين المجموعتين بالنسبة لمتوسطها الوزني، ويسمى هذا النوع التباين بين المجموعات (٢).

وهكذا ندرك أن التباين الوزني يتكون من التباين القائم داخل المجموعات والتباين القائم بين المجموعات، إذن

التباين الوزني = التباين داخل المجموعات + التباين بين المجموعات .  
وبذلك يمكن تحليل التباين الوزني أو الكلي إلى نوعيه الرئيسيين، أي أكان

(١) داخل المجموعات Within Groups

(٢) بين المجموعات Between Groups

عدد هذه المجموعات . وبما أن هذه الإضافة تقوم في جوهرها على جمع المربعات ، إذن يمكن أن نعيد صياغة المعادلة السابقة لنبدل على ذلك المجموع السكلي (١) في الصورة التالية .

المجموع السكلي للمربعات = مجموع المربعات داخل المجموعات + مجموع المربعات بين المجموعات .

ولهذه الخاصية أهميتها القصوى في الطرق الإحصائية لتحليل التباين .

## ٥ - النسبة الفائية والدلالة الإحصائية

يعتمد تحليل التباين في صورته النهائية على قياس مدى اقتراب التباين الداخلي من التباين الخارجي أو مدى ابتعاده عنه . وتقاس هذه الناحية بالنسبة التباينية أو النسبة الفائية (٢) لنبدل بذلك على فيشر ، الرائد الأول لهذا النوع من التحليل . وتتلخص هذه النسبة في المعادلة التالية .

$$\text{النسبة الفائية} = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

وذلك يدل بسط هذه المعادلة على أكبر التباينين في القيمة العددية ، ويدل مقامه على أصغر التباينين في القيمة العددية .

فإذا كانت الدلالة الإحصائية لهذه النسبة الفائية صغيرة إلى الحد الذي يقترب بها من الصفر ، أمكننا أن نستنتج تجانس المجموعات المختلفة التي نحلل تباينها ؛ وأمكننا أن نرجعها جميعاً إلى أصل واحد . وإذا كانت هذه الدلالة أكبر بكثير من الصفر ، أمكننا أن نستنتج عدم تجانس تلك المجموعات . وأمكننا أن نرجعها إلى أصولها المختلفة التي تنتمي لها .

(١) مجموع السكلي للمربعات Total Sum of Squares

(٢) النسبة الفائية F, Ratio

وبذلك نستطيع مثلاً أن نقارن بين القدرة اللغوية للبنات والبنين لنعلم مدى دلالة فروقهما الإحصائية في هذه القدرة . وكذلك نستطيع أن نبحث أثر البيئة على الذكاء ، وغير ذلك من المشاكل التي تنصل اتصالاً مباشراً بمبادئ العلوم النفسية .

هذا ونقاس هذه الدلالة بمجداول خاصة أنشأها اسنيدكور G. W. Snedecor للحساب مستويات الثقة بالنسبة لـ ٩٥٪ ثقة و ٩٠٪ شك ؛ وبالنسبة لـ ٩٩٪ ثقة و ٩٠٪ شك . وسنستعين بتلك الجداول في تفسير النتائج النهائية للأمنه التي سندرسها . وقد رصدنا جداول الدلالة الإحصائية الفائية في ملحق الجداول الإحصائية النفسية جدول رقم ٢٦ ليستعين به القارئ في تحليل التباين

### الطريقة الإحصائية لتحليل التباين

- تعتمد الطريقة الإحصائية لتحليل التباين على الخطوات التالية : —
- ١ — حساب التباين الداخلي ، وذلك بحساب المربعات داخل المجموعات
  - ٢ — حساب التباين الخارجى ، وذلك بحساب المربعات بين المجموعات .
  - ٣ — حساب درجات الحرية لتحويل تلك المربعات إلى التباين المقابل لها ، وللكشف عن الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية .
  - ٤ — حساب النسبة الفائية ، والكشف عن دلالتها الإحصائية ، وذلك لمعرفة مدى تجانس واختلاف تلك المجموعات .
- وسندرس في الفقرات التالية تحليل التباين لمجموعتين ، ولثلاث مجموعات ، لنوضح بذلك التطبيقات العملية لتلك الطريقة ، وأفضليتها على طريقة حساب الدلالة الإحصائية لفروق المتوسطات ، وفروق الانحرافات المعيارية (١)

---

(١) راسم الفصل العاشر من هذا الكتاب الفصل الخامس بنظرية الميقات والدلالة الإحصائية

## تحليل التباين لمجموعتين

إذا أردنا أن نقارن درجات البنين بدرجات البنات في أحد الاختبارات النفسية لمعرفة الفروق الجوهرية بين تلك الدرجات ، وللكشف عن مدى دلالة تلك الفروق نوظف للجمع بينهما في عينة واحدة أو لفصلهما إلى عينتين متمايزتين ، فعلينا أن نبين هذه المشكلة بطريقة تحليل التباين كما تدل على ذلك الخطوات التالية .

### ١ - حساب مجموع المربعات داخل المجموعات

نفرض أن الجدول رقم ١٣٠ يدل على درجات هـ وبين وهـ بنات في ذلك الاختبار النفسى وعلى مربعات تلك الدرجات .

وبذلك يمكن حساب المربعات داخل المجموعتين من المعادلة التالية : -  
مجموع المربعات داخل المجموعتين =  $\sum h^2$  +  $\sum w^2$   
وذلك لأن

$$\frac{\sum h^2}{n} = \bar{h}$$

$$\frac{\sum h^2}{n} = \bar{h}^2$$

$$\sum h^2 = n \bar{h}^2$$

أى أن

$$\sum h^2 = n \bar{h}^2$$

$$\therefore \text{مجموع المربعات داخل المجموعة الأولى} = n \bar{h}^2$$



أسماء البنين	درجات البنين س	مجمعات درجات البنين س <sup>٢</sup>	أسماء البنات	درجات البنات س	مجمعات درجات البنات س <sup>٢</sup>
أحمد	١٨	٣٢٤	نعيمة	١٩	٣٦١
زكي	١٩	٣٦١	سحر	١٩	٣٦١
محمد	١٩	٣٦١	فاثن	١٨	٣٢٤
سالي	٢١	٤٤١	سماد	١٤	١٩٦
عمر	٢٣	٥٢٩	ليلي	١٥	٢٢٥
هـ	١٠٠ = مجم	١٠٠٠٠ = مجم <sup>٢</sup>	هـ = مجم	٨٥ = مجم ٨٥ = ١٧ = ٧٢٢٥ = (مجم <sup>٢</sup> )	١٤٢٧ = مجم <sup>٢</sup>

(جدول ١٢٠)

مجمعة بنين و بنات في أحد الاختبارات العلمية ومرتبات هذه المجموعات

وبمجموع المربعات داخل المجموعة الثانية  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 20$   
وبذلك تعتمد تلك المربعات الداخلية على حساب تباين درجات البنين ،  
وتباين درجات البنات ، كما تدل على ذلك الخطوات التالية : -

بما أن  $\sum_{i=1}^n x_i^2 =$  متوسط مربعات الدرجات - مربع متوسط الدرجات.

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{2011}{20} =$$

$$\frac{2000 - 2011}{20} =$$

$$\frac{-11}{20} =$$

$$\therefore \sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{-11}{20} \times 20 =$$

$$-11$$

$$\text{وبالمثل } \sum_{i=1}^n y_i^2 = \frac{117}{20} -$$

$$\frac{117}{20} =$$

$$\frac{1150 - 117}{20} =$$

$$\frac{1033}{20} =$$

$$\therefore \sum_{i=1}^n y_i^2 = \frac{1033}{20} \times 20 =$$

$$1033$$

لكن مجموع المربعات داخل المجموعتين  $\sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2 =$

$$1033 + 11 =$$

$$1044 = \therefore \text{مجموع المربعات داخل المجموعتين}$$

## ٢ - حساب مجموع المربعات بين المجموعات

يعتمد مجموع المربعات بين المجموعات على مربعات انحرافات كل متوسط من متوسطات تلك المجموعات عن المتوسط الوزني لها جميعاً كما يدل على ذلك الحد الثاني في معادلة ذلك المتوسط الوزني أي أن

$$\text{مجموع المربعات بين المجموعتين} = \text{م}^2 \text{م} + \text{م}^2 \text{م}$$

وبذلك يعتمد حساب تلك المربعات على معرفة القيمة العددية لـ  $\text{م}^2$  ، كما يدل على ذلك الخطوات التالية : -

$$\text{بما أن المتوسط الوزني لدرجات المجموعتين} = \frac{\text{م}^2 \text{م} + \text{م}^2 \text{م}}{\text{م} + \text{م}}$$

$$\text{وبما أن م} = ٥$$

$$\text{م}^2 = ٢٠$$

$$\text{م} = ٥$$

$$\text{م}^2 = ١٧$$

$$\therefore \text{المتوسط الوزني م} = \frac{١٧ \times ٥ + ٢٠ \times ٥}{٥ + ٥}$$

$$= \frac{٨٥ + ١٠٠}{١٠}$$

$$\therefore \text{م} = ١٨,٥$$

$$\text{وبما أن م} = \text{م} - \text{م}$$

$$\therefore \text{م} = ١٨,٥ - ٢٠ =$$

$$\begin{aligned}
 1,0 &= \\
 \text{وبما أن } S &= S - S \\
 18,0 - 17 &= \\
 1,0 &= S
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{لكن مجموع المربعات بين المجموعتين} &= S^2 + S^2 \\
 (1,0 - 0) \times 0 + (1,0) \times 0 &= \\
 2,20 \times 0 + 22,0 \times 0 &= \\
 11,20 + 11,20 &= \\
 22,40 &= \therefore \text{مجموع المربعات بين المجموعتين}
 \end{aligned}$$

### ٣ - درجات الحرية

يحسب التباين داخل المجموعات بقسمة مجموع المربعات الداخلة على درجات حريتها ؛ كما يحسب التباين بين المجموعات بقسمة مجموع المربعات البينية على درجات حريتها .

ونعتمد فكرة درجات الحرية على القيود الإحصائية التي نلتزمها في حسابنا لتلك القيم المختلفة ، كما سبق أن بينا ذلك في دراستنا لـ  $\chi^2$  أو قياس حسن المطابقة .

وسنوضح طريقة حساب تلك الدرجات في الخطوات التالية .

## ١ - درجات حرية مجموع المربعات الداخلية

$$\begin{aligned}
 & \text{بما أن عدد درجات المجموعة الأولى} = 5 \\
 & \text{وبما أنها جميعاً قد نسبت إلى متوسطها} \\
 & \text{إذن فعدد القيود التي التزمناها} = 1 \\
 & \text{أي أن هذا القيد هو صفر} \\
 & \text{إذن درجات الحرية} = 5 - 1 \\
 & = 4
 \end{aligned}$$

وكذلك بالنسبة للمجموعة الثانية ، كما يدل على ذلك التحليل التالي :

$$\begin{aligned}
 & \text{بما أن عدد درجات المجموعة الثانية} = 5 \\
 & \text{وبما أنها جميعاً قد نسبت إلى متوسطها} \\
 & \text{إذن فعدد القيود التي التزمناها} = 1 \\
 & \text{أي أن هذا القيد هو صفر} \\
 & \text{إذن درجات الحرية} = 5 - 1 \\
 & = 4 \\
 & \text{إذن القيمة العددية لدرجات الحرية الداخلية} = 4 + 4 \\
 & = 8
 \end{aligned}$$

هكذا ويمكن أن نصل إلى نفس هذه النتيجة إذا حسبنا درجات الحرية مباشرة للمجموعتين بالطريقة التالية .

$$\begin{aligned}
 & \text{بما أن عدد الدرجات} = 10 \\
 & \text{وعدد الالتزامات أو القيود} = 10 - 2
 \end{aligned}$$

إذن القيمة العددية لدرجات الحرية الداخلية  $= 10 - 2$

$$= 8$$

وهي نفس القيمة التي حصلنا عليها بالطريقة السابقة

ب - درجات حرية مجموع المربعات البينية

$$\text{بما أن عدد المتوسطات} = 2$$

وهي م ، م

$$\text{وبما أن عدد الالتزامات أو القيود} = 1$$

$$\therefore \text{درجات الحرية بين المجموعتين} = 2 - 1$$

$$= 1$$

٤ - حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات

$$\text{بما أن التباين} = \frac{\text{عدد درجات الحرية}}{\text{مجموع المربعات}}$$

$$\text{إذن التباين داخل المجموعتين} = \frac{28}{1}$$

$$= 28$$

$$\text{والتباين بين المجموعتين} = \frac{2250}{1}$$

$$= 2250$$

٥ - حساب النسبة الفائية

تحسب النسبة الفائية بقسمة التباين الكبير على التباين الصغير .

وبما أن التباين الكبير = ٢٢,٥٠

والتباين الصغير = ٤,٧٥

∴ النسبة الفائية =  $\frac{٢٢,٥٠}{٤,٧٥}$

= ٤,٧٣٦٨

## ٦ - الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

ينتهي بنا هذا التحليل إلى استنتاج دلالة الفروق القائمة بين درجات البنين والبنات في ذلك الاختبار . وتعتمد هذه الفكرة على النسبة الفائية . ونحسب دلالتها بما يسمى افترض الصفرى (١) ؛ فإذا كانت النسبة الفائية أكبر من الصفر ، أمكننا أن نستنتج وجود فرق جوهري بين درجات البنين والبنات ، أى أن لكل مجموعة من هاتين المجموعتين أصل منفصل مستقر ينسب إليه . وإذا كان الفرق مساوياً للصفر أمكننا أن نستنتج تجانس العينة المختلطة المكونة من البنين والبنات ، أى أنهما ينتسبان إلى أصل واحد رغم ما بينهما من فروق صغيرة لا تتجاوز في قيمتها الإحصائية الصفر أو الصدفة .

هذه وتعتمد جداول الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية على درجات حرية التباين الكبير ، والصغير .

وبما أن درجات حرية التباين الكبير (٢) = ١

ودرجات حرية التباين الصغير (٣) = ٨

(١) افترض الصفرى Null Hypothesis

(٢) درجات حرية التباين الكبير Degree of Freedom for Greater Variance

(٣) درجات حرية التباين الصغير Degrees of Freedom for Smaller Variance

أذن الدلالة الإحصائية للنسبة الفئوية  $= 0,32$

بدرجة ٩٥ ٪ ثقة ، ٥ ٪ شك ، كما تدل على ذلك جداول الدلالة .  
للنسبة الفئوية المبينة بملحق الجداول الإحصائية النفسية ، جدول ( ٢٦ )

والدلالة الإحصائية للنسبة الفئوية  $= 11,26$

بدرجة ٩٩ ٪ ثقة ، ١ ٪ شك ، كما تدل على ذلك نفس الجداول السابقة .

وبما أن النسبة الفئوية في مثالنا هذا  $= 4,74$

إذن فهذه النسبة أقل من أن تدل على اختلاف عينة البنين عن عينه البنات .  
في هذا الاختبار ، لأنها أصغر من  $0,32$  وبالتالي أصغر من  $11,26$  .

أى أن هذه النسبة لا تختلف في جوهرها الإحصائي عن الصفر ، وترجع  
إلى الصدفة .

## تحليل التباين لثلاث مجموعات

ينأى فى المثال السابق الخطوات الإحصائية لتحليل تباين مجموعتين ،  
ودرسنا كل خطوة من هذه الخطوات بالتفصيل . وسنحاول فى مثالنا الزاين  
أن نوضح صلاحية هذه الطريقة لأى عدد من المجموعات .

فإذا فرضنا مثلاً أننا نبحث الفروق القائمة بين ثلاث مجموعات من  
الأفراد فى أحد تجارب التعلم ، فعلىنا أن نحسب النسبة الفئوية لهذه المجموعات  
لنعلم مدى دلالتها الإحصائية . كما يدل على ذلك جدول ١٣١ .





١ - حساب مجموع المربعات داخل المجموعات

بما أن مجموع المربعات داخل المجموعات

$$= \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{j=1}^n y_j^2 + \sum_{k=1}^n z_k^2$$

وبما أن  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = \text{متوسط مربعات الدرجات} \times \text{مربع متوسط الدرجات}$

$$= \frac{10}{10} \times 10 = 10$$

$$= 10$$

$$\text{وبالمثل } \sum_{j=1}^n y_j^2 = \frac{12}{10} \times 10 = 12$$

$$= 12$$

$$\text{وبالمثل } \sum_{k=1}^n z_k^2 = \frac{14}{10} \times 10 = 14$$

$$= 14$$

$$\therefore \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{j=1}^n y_j^2 + \sum_{k=1}^n z_k^2 =$$

$$= \frac{10}{10} \times 10 + \frac{12}{10} \times 10 + \frac{14}{10} \times 10 =$$

$$= 10 + 12 + 14 =$$

$$36$$

٢ - حساب المربعات بين المجموعات

بما أن مجموع المربعات بين المجموعات

$$= \sum_{i=1}^n x_i y_i + \sum_{j=1}^n y_j z_j + \sum_{k=1}^n z_k x_k$$

$$= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})(z_j - \bar{z}) +$$

$$+ \sum_{k=1}^n (z_k - \bar{z})(x_k - \bar{x})$$

∴ مجموع المربعات بين المجموعات

$$\begin{aligned} &^2(7-4)5 + ^2(7-7)5 + ^2(7-10)5 = \\ &45 + 50 + 45 = \\ &90 = \end{aligned}$$

٣ - درجات الحرية

$$\begin{aligned} &\text{درجات الحرية داخل المجموعات} = 3 - 1 = 2 \\ &12 = \\ &\text{درجات الحرية بين المجموعات} = 1 - 3 = -2 \\ &2 = \end{aligned}$$

٤ - حساب التباين داخل المجموعات وبين المجموعات

$$\begin{aligned} &\frac{94}{12} = \text{التباين داخل المجموعات} \\ &4,5 = \\ &\frac{9}{3} = \text{التباين بين المجموعات} \\ &3 = \end{aligned}$$

٥ - النسبة الفائية

$$\begin{aligned} &\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \text{النسبة الفائية} \\ &\frac{45}{45} = \\ &1 = \end{aligned}$$

## ٦ - الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

بما أن درجات الحرية للتيارين الكبير  $\nu = 2$

و درجات الحرية للتيارين الصغير  $\nu = 12$

إذن الدلالة الإحصائية للحد المساوى ٩٥ ٪ ثقة ، ٥ ٪ شك  $= 3,88$

والدلالة الإحصائية للحد المساوى ٩٩ ٪ ثقة ، ١ ٪ شك  $= 6,93$

لكن النسبة الفائية أكبر من ٦,٩٣

إذن فالفرق القائمة بين درجات هذه المجموعات فروق جوهرية لها

دلالتها الإحصائية وعلى الباحث بعد ذلك أن يفسر معنى هذه الفروق وأسبابها.

## تمارين على الفصل الرابع عشر

١ - ماهى أم الخواص الإحصائية للتيارن التى أدت إلى نشوء فكرة تحليل التيارن .

٢ - ماهى أم الخطوات الإحصائية لتحليل التيارن .

٣ - ماهى العلاقة الإحصائية بين التيارن الوزن وتحليل التيارن .

٤ - إلى أى حد يعتمد تحليل التيارن على المتوسط الوزن .

٥ - إذا علمت أن

$$n = 5$$

$$n = 10$$

$$n = 1$$

$$n = 8$$

فاحسب مجموع المربعات الداخلية

٦ - إذا علمت أن

$$n = 10$$

$$n = 15$$

$$n = 20$$

$$n = 30$$

فاحسب المتوسط الوزن لهذه القيم ، ثم احسب من ذلك مجموع المربعات القائمة بين المجموعات .

٧ - تدل النتائج التالية على درجات مجموعتين من الأفراد ، بنين وبنات ،  
في اختبار القدرة العددية .

درجات البنات	درجات البنين
٧	٧
٢	١٥
٨	١٥
٧	١١
٦	١٢

احسب الدلالة الإحصائية للفروق القائمة بين تلك الدرجات بطريقة  
تحليل التباين ، وبين مدى تقارب أو تباعد درجات البنين والبنات .

٨ - تدل الدرجات التالية على نتائج أربع مجموعات من الطلبة في  
التمصيل اللغوي .

درجات المجموعة الأولى	درجات المجموعة الثانية	درجات المجموعة الثالثة	درجات المجموعة الرابعة
٤٩	٦٨	٦٤	٦٧
٥٩	٥٥	٦٣	٥٥
٦١	٦٠	٥٤	٦٥
٦٠	٦٧	٥٢	٦٤
٦١	٦٠	٦٢	٥٩

إحسب الدلالة الإحصائية للفروق القائمة بين تلك الدرجات بطريقة تحليل  
التباين ، وبين مدى تجانس هذه المجموعات بالنسبة لأصل واحد أو  
لأصول متعددة .

## الفصل الخامس عشر التحليل العملى

### مقدمة

يهدف التحليل العامل (١) إلى الكشف عن العوامل المشتركة التي تؤثر في أى عدد من الظواهر المختلفة . وينتهى إلى تلخيص المظاهر المتعددة التي يحللها إلى عدد قليل من العوامل فهو بهذا المعنى ينحدر نحو الإيجاز العلمى الدقيق .

وقد استعان به علماء النفس بادية ذى بدء في تحليل النشاط العقلى المعرفى إلى قدراته . ثم انتشرت مفاهيمه ووسائله إلى فروع علم النفس الأخرى ، وميادين البحث العلمى المختلفة .

وأدى التطبيق المتصل المتواتر لهذا النوع من التحليل إلى نتائج كثيرة وهامة دفعت المشتغلين بالدراسات النفسية إلى صياغة نظرياتهم التي تفسر النشاط العقلى المعرفى . وقد تضاربت هذه النظريات في نشأتها الأولى ، ثم استقرت في مسلك واحد عندما عرفت المعالم الرئيسية لهذا الميدان .

هذا ودراسة نتائج التحليل العلمى والنظريات التي أسفرت عنها تلك النتائج أكبر من أن تنسج لها صفحات هذا الفصل لأنها تمثل تجارب مئات العلماء في أكثر من نصف قرن ولذا سنقتصر دراسة هذا الفصل على معنى التحليل العامل ونشأته ، وأهميته وميادينه ، وأساسه العلمية ، واختياراته التي تصلح للتحليل ، ثم أثاره إلى توضيح الخطوات الحسابية لطريقة التحليل الجديدة التي يقترحها



مؤلف هذا الكتاب يعالج بذلك أهم عيوب الطرق المعروفة التحليل . و تنتهى .  
بإدارة العوامل لتحويلها إلى قدرات لها دلالتها النفسية .

### معنى التحليل العاملى ونشأته

يقوم هذا النوع من التحليل على معرفة المكونات الرئيسية للظواهر التى  
تخضعها للقياس ، ولذا يعد أدق وأقوى وسيلة لمعرفة الصدق الذى يسمى باسمه ،  
أى الصدق العاملى .

وقد اقترن التحليل العاملى منذ نشأته الأولى بأبحاث الذكاء والقدرات  
العقلية ، ولذا يخالط كثير من العلماء بين العامل (١) والقدرات (٢) فى كتاباتهم المختلفة  
ويرادون بينهم مثل ثيرستون L. J. Thurstone والكسندر W.P. Alexander  
وهو لرنجر K.J. Holzinger وأغلبهم من الذين عاصروا النشأة الأولى لهذا التحليل  
وسلكوا منهاجه فى أبحاثهم فاختلط عليهم الأمر لتصور نشاطهم على  
الناحية النفسية .

لكن التطبيقات الواسعة لخصبة التحليل العاملى فى ميادين التجارة والطب  
والعلوم الطبيعية والعلوم الاجتماعية وغيرها من الميادين المختلفة تؤكد ضرورة  
الانفارقة العالمة الواضحة بين العامل والقدرة .

فالعامل يلخص الارتباطات القائمة بين الظواهر المختلفة ؛ وتفسر القدرة ،  
هذا العامل فى ميدان النشاط العقلى المعرفى ، كما تفسر السمة ذلك العامل فى  
النواحي المزاجية للشخصية ، فالعامل بهذا المعنى هو الصورة الإحصائية .  
الرياضية للقدرات ولغيرها من النواحي التطبيقية الأخرى ، والقدرات هى .

Factor  
Ability

(١) العامل  
(٢) القدرة

إحدى التفصيرات النفسية للعوامل . والمثال التالي يوضح هذه الفكرة :  
إذا حللنا العدد ٦ إلى عوامله الأولية فإننا نحصل على المعادلة التالية :

$$١ \times ٢ \times ٣ = ٦$$

وتسمى الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ عوامل العدد ٦ أو مكوناته الرئيسية  
وعندما يدل العدد ٦ على مساحة ما ، فإن ٣ قد تدل على الطول ، ٢ قد تدل  
على العرض ، وقد لا يدل الواحد على أي شيء في مثالنا هذا  
وعندما يدل العدد ٦ على حجم ما ، فإن ٣ قد تدل على الطول ، ٢ قد تدل  
على العرض ، وقد يدل الواحد الصحيح في هذه الحالة على الارتفاع  
وهكذا ندرك أن مثل عوامل العدد ٦ ومعانيها العلمية ، كتل العوامل  
الإحصائية وتطبيقاتها النفسية في القدرات ، أو غير النفسية في أسمائها الأخرى  
التي يبنعها بها علماء كل ميدان من تلك الميادين العلمية .

ولعل سيرمان C.Spearman هو أول من استعان بهذا المفهوم الجديد في  
أبحاثه التي نشرها سنة ١٩٠٤ وأعلن فيها نتائج دراساته للذكاء ، والتي تعد بحق  
البداء العلمي الحقيقي للتحليل العاملي ونظريات التكوين العقلي المعرفي والمزاجي  
وتغيره من النظريات التي أرسى قواعدها وأقامت دعائمها على مسائل ونتائج  
هذا التحليل .

وقد بدأت فكرة سيرمان بتحديد مفهوم العامل على أنه السبب المباشر  
لوجود الارتباط الموجب القائم بين أي ظاهرتين (١) فإذا فرضنا أن الظاهرة ١  
ترتبط بالظاهرة ب ارتباطاً موجباً فإن سيرمان يرجع هذا الارتباط إلى  
العامل المشترك ش الذي يؤثر تأثيراً إيجابياً في الظاهرتين ١ ، ب . وعندما يختلف  
تأثير العامل ش في ١ ، ب فإن ارتباطهما يتلاشى . هذا ويمكن أن نوضح هذه  
الفكرة بالاستعانة بالارتباط الجزئي الذي يبين أثر ش في الارتباط القائم بين  
١ ، ب كما يدل على ذلك المثال التالي :

١ — Spearman, C. The Proof and Measurement of the Association  
Between Things. Amer J. Psychol. Vol. XV, 1904, P.P. 74-75

إذا فرضنا أن  $r_{12} = 0.8$

$r_{13} = 0.4$

$r_{23} = 0.2$

فإن تثبت أثر ش يؤدي إلى معادلة الارتباط الجوزي التالية :

$$r_{12} = \frac{r_{13} - r_{12} \times r_{23}}{\sqrt{[1 - (r_{13})^2][1 - (r_{23})^2]}}$$

$$= \frac{0.8 - 0.4 \times 0.2}{\sqrt{(1 - 0.16)(1 - 0.04)}} = 0.816 = \text{صفر}$$

لأن بسط هذه المعادلة يساوى صفرأ في هذه الحالة .

و بذلك يتلشى الارتباط القائم بين الظاهرة ١ ، ب عند عزل أثر الظاهرة ش ، أى أن ش هو العامل الذى أدى إلى ظهور ذلك الارتباط .

هذا وقد تطور مفهوم العامل عند سبيرمان بعد ذلك في البحث (١) الذى نشره في نفس تلك السنة ، وأعلن فيه أن العامل هو السبب المباشر لوجود الارتباطات الموجبة القائمة بين أى عدد من الاختبارات أو المقاييس . وقد دلت نتائج أبحاثه على أن الارتباطات القائمة بين الاختبارات العقلية عوجية . وهكذا أدت به هذه النتائج إلى تعميم فكرته العامية ، فذهب إلى أن جميع ضروب النشاط العقلى المعرفى ترجع في جوهرها إلى عامل يؤثر فيها بنسب ودرجات مختلفة . وفسر هذا العامل تفسيراً نفسياً بحيث جعله يدل على القدرة العقلية المعرفية العامة التى تهيمن على جميع نواحي ذلك النشاط .

(1) Spearman, G. General Intelligence, Objectively Determined and Measured, Amer J. Psychol. 1904 Vol. XV, P.P. 201 — 293.

وفد استطاع مبيرمان أن يستعين بفكرة الارتباط الجزئي في صياغة معادلة الفروق الرباعية (١) التي تهدف إلى الكشف عن ذلك العامل العام .  
وتتلخص فكرة هذه المعادلة في الصورة التالية :

$$مرا ب \times م ر و ح - م ر ا ح \times م ر و د = صفر$$

وبما أن هذه المعادلة ننتج من التناسب التالي وتؤدي إليه أيضاً .

$$مرا ب \times م ر و ح = م ر ا ح \times م ر و د$$

$$\therefore \frac{مرا ب}{م ر و د} = \frac{م ر ا ح}{م ر و ح}$$

إذن فالارتباطات التي تكشف عن هذا التناسب تشير إلى وجود ذلك العامل العام ، كما تبدل على ذلك مصفوفة الارتباطات المبينة بجدول رقم ١٢٢ .

الاختيارات	ا	ب	ح	د	هـ	و
ا		٠,٧٢	٠,٦٣	٠,٥٤	٠,٤٥	٠,٣٦
ب	٠,٧٢		٠,٥٦	٠,٤٨	٠,٤٠	٠,٣٢
ح	٠,٦٣	٠,٥٦		٠,٤٢	٠,٣٥	٠,٢٨
د	٠,٥٤	٠,٤٨	٠,٤٢		٠,٣٠	٠,٢٤
هـ	٠,٤٥	٠,٤٠	٠,٣٥	٠,٣٠		٠,٢٠
و	٠,٣٦	٠,٣٢	٠,٢٨	٠,٢٤	٠,٢٠	

( جدول ١٢٢ )

مصفوفة لمعاملات الارتباط التي تبدل على العامل العام

Tetrad Difference Equation

(١) معادلة الفروق الرباعية

$$\text{فثلا} = 0,72$$

$$\text{مكس} = 0,48$$

$$\text{ساح} = 0,63$$

$$\text{مروح} = 20,4$$

أى أن :

$$\frac{0,72}{0,48} = \frac{0,63}{0,42}$$

لأن  $0,72 \times 0,42 = 0,48 \times 0,63 = 0,3024$  ،  $0,3024 = 0,3024$  صفر  
وبدل هذا الجدول أيضاً على أن معاملات ارتباط الاختيار 1 ترتبط  
بمعاملات ارتباط الاختيار 2 بنسبة ثابتة فثلا :

$$\frac{0,72}{0,63} = \frac{0,48}{0,42} = \frac{0,40}{0,36} = \frac{0,36}{0,32}$$

وكذلك بالنسبة للاختيارات الأخرى ح ، د ، هـ ، و .

هذا ويسفر القيم العددية لجميع تلك المعاملات عن الترتيب التنازلى الذى  
يبدأ كبيراً فى أعلى الجدول ثم ينتهى صغيراً فى آخره ، وبذلك ينظم الترتيب  
التنازلى لمعاملات ارتباط الاختيار 1 فى النسق التالى :

$$0,72, 0,63, 0,54, 0,48, 0,40, 0,36, 0,32$$

ويسمى هذا الترتيب بالترتيب الهرمى (١) .

هذا ويضيف سبيرمان فى تحليله لتلك الاختبارات عاملاً آخر يسميه مجازاً  
بالعامل الخاص لأنه لا يتعدى حدود اختياره . ولذا تسمى نظرية سبيرمان  
بنظرية العاملين (٢) لأنها تعتمد فى تحليلها الإحصائى وبنائها النظرى على  
عاملين نلخصهما فيما يلى : —

(١) الترتيب الهرمى Hierarchical Order

(٢) نظرية العاملين Two Factors Theory

- ١ - العامل العام (١) - وهو العامل المشترك بين جميع الاختبارات .  
 ٢ - العامل الخاص (٢) - وهو الذى يميز النواحي الخاصة التى ينفرد بها الاختبار عن غيره من الاختبارات الأخرى . ولذا فعامل ارتباط أى عاملين خاصين يساوى صفراً .

ولسنا هنا بصدد تطبيق أو نقد نظرية العاملين ، لأنها أصبحت فى تطورنا المعاصر فكرة تاريخية بعد أن كانت وسيلة قوية من وسائل البحث العلمى فى الربع الأول من هذا القرن . وقد دلت الأبحاث العملية المختلفة على أن هذه الوسيلة وتلك النظرية عن تفسير النواحي التجريبية المتعددة .

وقد عدل هولزنجير K. J. Holzinger وبيرت C. Burt وغيرهما من العلماء نظرية العاملين وأضافا لها نوعاً جديداً من العوامل يسمى بالطائفي (٣) لوجوده فى طائفة من الاختبارات دون غيرها . والمثال البدى التالى يوضح فكرة العامل العام والعوامل الطائفية والخاصة . ونقوم فكرته على تحليل بعض الأعداد إلى عواملها الحسية الأولية لمعرفة العوامل العامة والطائفية والخاصة ، كما تدل على ذلك الأعداد التالية :

$$\begin{array}{rcl}
 17 \times 3 \times 2 = 102 & & 7 \times 5 \times 2 = 70 \\
 19 \times 3 \times 2 = 114 & & 13 \times 5 \times 2 = 130 \\
 23 \times 3 \times 2 = 138 & & 11 \times 5 \times 2 = 110
 \end{array}$$

وهكذا نرى أن جميع هذه الأعداد تشترك فى العامل المساوى لـ ٢ وبذلك يصبح هذا العامل عاملاً عاماً بالنسبة لها جميعاً . وأن الأعداد ٧٠ ، ١٣٠ ، ١١٠ تشترك فى العامل المساوى لـ ١٠ وبذلك يصبح هذا العامل طائفيًا بالنسبة لها .

General Factor	(١) العامل العام
Specific Factor	(٢) العامل الخاص
Group Factor	(٣) العامل الطائفي

وأن الأعداد ١.٠٢، ١.٠٤، ١.٣٨ تشترك في المعامل المساوي لـ ٢، وبذلك يصبح هذا المعامل طائفيًا بالنسبة لها. وأن لكل عدد من تلك الأعداد معامل خاص به؛ فمثلاً المعامل الخاص بالعدد ٧٠ يساوي ٧ والمعامل الخاص بالعدد ١٣٠ يساوي ١٣، وهكذا بالنسبة للأعداد الأخرى. وبذلك تتلخص معاملات مثالنا هذا في الأنواع التالية:

$$١ - \text{المعامل العام} = ٥$$

$$٢ - \text{المعاملات الطائفية} = ٣، ٥$$

$$٣ - \text{المعاملات الخاصة} = ٧، ١٣، ١١، ١٧، ١٩، ٢٣$$

هذا وقد أكدت الأبحاث الأولى لثيرستون L. L. Thurstone أهمية العوامل الطائفية والخاصة وأنكرت وجود العامل المشترك وبذلك ظهرت نظرية العوامل المتعددة (١) ثم عادت أبحاثه الأخيرة لتؤكد وجود العامل الدم على أنه عامل العوامل الطائفية، أي القدر المشترك بين تلك العوامل وخاصة عندما يسفر التحليل عن العلاقات القائمة بين تلك العوامل، ولذلك يسمى بعامل الدرجة الثانية (٢) لأنه ينشأ من التحليل العاملي للعوامل الأولية كما نشأت تلك العوامل من التحليل العاملي للاختبارات.

### أهمية التحليل العاملي ومبادئه

أكد البحث الذي قام به كندل M. O. Kendall (٣) وسميث B. B. Smith سنة ١٩٥٠ أهمية التحليل العاملي في الأبحاث الإحصائية المختلفة وبين علاقته

Multiple Factor Analysis

(١) نظرية العوامل المتعددة

Second Order Factor

(٢) عامل الدرجة الثانية

(3) Kendall, M. O., and Smith, B. B., Factor Analysis ( Read before the Research Section of The Royal Statistical Society January 27 th, 1950.

بالوسائل العلمية الأخرى . وهكذا امتدت فروع الدراسة حتى جاوزت حدود ميدانها النفسى إلى ميادين العلوم الرياضية .

وتتلخص أهم التطبيقات الإحصائية لتحليل العامل فى معرفة معاملات الارتباط المتعدد (١) والارتباط الجزئى المتعدد (٢) والانعقاد المتعدد (٣) بطريقة سريعة ودقيقة .

هذا وقد تفنينا النتائج النهائية لتحليل العامل عن جميع هذه المعاملات لأنها تصلح لما تصلح له هذه المعاملات . وتصلح أيضاً لما تعجز عن تحقيقه جميع تلك المعاملات .

ونذكر أن نشأة التحليل العامل فى أحضان العلوم النفسية آثارها الواضحة فى تحليل النشاط العقلى المعرفى إلى قدراته المختلفة ، وتحليل الشواحي المزاجية للشخصية إلى سماتها المتعددة وتحليل الاتجاهات والقيم الاجتماعية ، والمبول المهنية . وقد أفاد أيضاً فى تحليل النتائج العملية لتجارب التعلم ، وتحليل الاستجابات المختلفة للحيوانات ؛ وهكذا امتدت تطبيقاته إلى أغلب الميادين المعاصرة لعلم النفس الحديث .

هذا ، ويعتمد بناء الاختبارات الحديثة على التحليل العامل فى دراسة مفردات الاختبارات المختلفة وحساب صدقها العاملى توطئة لصياغتها صياغة موضوعية دقيقة صادقة .

ويصلح التحليل العامل لدراسة الظواهر المعقدة التى تتأثر بعد كبير من المؤثرات والعوامل المختلفة ، ولذا أفاد فى أبحاث العلوم السياسية ، والدراسات التجارية كتسجيل العوامل المؤثرة فى أسعار السلع المختلفة ، والأوراق المالية ،

---

Multiple Correlation	(١) الارتباط للمتعدد
Multiple Partial Correlation	(٢) الارتباط الجزئى المتعدد
Multiple Regression	(٣) الانعقاد للمتعدد



وأجور العمل، والنقل؛ واستعانته به الأبحاث الطبية في تحليل الظواهر المرضية المختلفة وتصنيفها تصنيفاً علمياً مميزاً؛ وطبق بنجاح في أبحاث العلوم الطبيعية وخاصة في دراسة مدى تأثير الأشعة الكونية بالضغط ودرجات الحرارة والارتفاع والعوامل الأخرى التي تتصل بها من قريب أو بعيد.

وهكذا ندرك الأهمية العلمية للتطبيقية للتحليل العامل.

### الأسس العلمية للتحليل العامل

تقوم فكرة التحليل العامل على المسج الاستقرائي، ولذا تنطوي وسائله تحت إطار العلوم التجريبية. وهو يعتمد في تدعيم هذا المسج على بعض الأسس الإحصائية الرياضية التي تقوم في جوهرها على معادلة جبرية بسيطة لا تنتدى في صورتها الأولى معادلة الدرجة الأولى.

ومئين أم تلك الأسس في الفقرات التالية: -

### المنهج العلمى للتحليل العامل منهج استقرائى

تنقسم مناهج البحث العلمى إلى نوعين رئيسين: المنهج التجريبي، والمنهج الرياضى. ويبدأ المنهج التجريبي بالجزئيات لينتهى منها إلى الكلّيات. أى أنه يبدأ بالملاحظة العلمية والتجارب العددية. ثم يستخلص من نتائج هذه الأبحاث المفاهيم الرئيسية التي تربطها جميعاً في فكرة واحدة أو قانون واحد، ويسمى هذا النوع من البحث بالمنهج الاستقرائى<sup>(١)</sup>، لأنه يحاول أن يستغرق خواص الجزئيات ليصل من ذلك إلى كلياتها العامة.

ويبدأ المنهج الرياضى بالكلّيات وينتهى إلى الجزئيات، أى أنه يبدأ

(١) الاستقراء Deduction

بالمفاهيم والأفكار الرئيسية ثم ينتهى إلى نواحيها الخاصة . فالهندسة مثلاً تبدأ بالبدئية (١) ، والتعريف (٢) ، والمسلمات (٣) ، لتنتهى من ذلك كله إلى نظرياتها المعروفة ، ويسمى هذا النوع من البحث بالمنهج الاستنباطى (٤) ، لأنه يقوم على استنباط الجزء من الكل .

ويعتمد التحليل الطائفي على المنهج التجريبي أى المذج الاستقرائى لأنه يقوم فى جوهره على الملاحظة الجزئية للسلوك ، وينتهى إلى استنتاج العوامل والقدرات التى تؤثر على هذا السلوك .

ويبدأ التحليل الطائفي بحساب معاملات الارتباط وتسجيلها فى مصفوفة . تصالح لهذا النوع من التحليل وينتهى إلى الكشف عن العوامل التى أدت إلى ذلك الارتباط . لكنه فى اعتقاده المباشر على الارتباط يعتمد بطريقة غير مباشرة على درجات الاختبارات التى أدت إلى ذلك الارتباط ويعتمد أيضاً على مفردات تلك الاختبارات التى حُسبت درجاتها وهكذا يرقى صُمداً من المفردات إلى الاختبارات إلى الارتباط والعوامل ، ثم ينتهى إلى القدرات ، أو غير ذلك من النواحي التطبيقية المختلفة . أى أنه يتخفف فى كل خطوة بخطوها نحو غايته الأخيرة من الخواص الجزئية للظاهرة التى يبحثها لينتهى من ذلك كله إلى مميزات العامة الرئيسية ، كما تدل على ذلك الخطوات المتعاقبة التالية : —

#### ١ — المفردات والاختبارات : لنفرض أن الدراسة التحليلية لبيان

(١) البدئية Axiom . وهى قضية أعترف بها ولا يحتاج فى تأييدها إلى قضايا أبسط منها .  
مثل أنصاف الأشياء المتساوية متساوية .

(٢) التعريف Definition . وهو تحديد المعنى بذكر خواصه المميزة .

(٣) المسلمات Postulates . وهى قضية مسلم بصحتها فى علم ما مثل بين نقطتين لا يمكن رسم غير مستقيم واحد .

(٤) الاستنباط Induction

البحث أدت إلى اختبار أو تأليف ١٠ اختبارات . بحيث يتألف كل اختبار من ١٠٠ سؤال .

$$\begin{aligned} \text{إذن عدد المفردات} &= 10 \times 100 \\ &= 1000 \end{aligned}$$

وبذلك نستطيع أن نقيس في المختبر الواحد ١٠٠٠ استجابة لنستغرق بذلك أهم نواحي الظاهرة التي ندرسها .

$$\begin{aligned} ٢ - \text{الاختبارات والأفراد : ولنفرض أن عدد المختبرين يساوي ٢٠٠} \\ \text{إذن عدد استجابات ٢٠٠ فرد} &= 1000 \times 200 \\ &= 200000 \end{aligned}$$

٣ - معاملات الارتباط : - ونستطيع بعد ذلك أن نحسب معاملات ارتباط المفردات لنبحث الظاهرة بحثاً عميقاً شاملاً ، ونستطيع أيضاً أن نحسب معاملات ارتباط الاختبارات التي تلخص درجاتها نتائج استجابات الأفراد على المفردات المختلفة .

وبما أن عدد الاختبارات يساوي ١٠

$$\therefore \text{عدد معاملات الارتباط} = \frac{10(10-1)}{2}$$

$$= 45$$

$$\text{وبذلك لأن عدد معاملات الارتباط} = \frac{10(10-1)}{2}$$

حيث يدل الرمز ١٠ على عدد الاختبارات

|| - : - فإذا أدى تحليل مثل هذا الارتباط إلى ٣ عوامل لها دلالتها الإحصائية ، فإننا نستطيع أن نلخص جميع نواحي تلك الظاهرة في هذا العدد

الصغير من العوامل . وقد نستطيع أن نحلل هذه العوامل لنصل من ذلك كله إلى عامل واحد عام يسيطر عليها جميعاً .

وهكذا يتطور التحليل من الجزئيات الكثيرة المختلفة إلى الشكل العام الشامل الذي يفسرها جميعاً : فالمنهج العاملي بهذا المعنى منهج استقرائي .

## ٢ - المعادلة الأساسية للتحليل العاملي

يعتمد تحليل درجات الاختبارات المختلفة إلى مكوناتها العامية على الجمع البسيط لتلك المكونات ، وبذلك تصبح درجة الفرد في اختبار ما مساوية لمجموع العوامل التي تؤثر في ذلك الاختبار . فإذا فرضنا مثلاً أن عدد العوامل التي تؤثر في مادة كالحساب يساوي ٣ فإننا نستطيع أن نحلل درجة أي فرد في الحساب إلى عواملها الأولية في الصورة التالية :

$$d = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m$$

حيث يدل الرمز  $d$  على الدرجة المعيارية للفرد في اختبار الحساب .

والرمز  $a_1$  على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الأول .

والرمز  $a_2$  على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الثاني .

والرمز  $a_3$  على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الثالث .

والرمز  $a_m$  على تشيع اختبار الحساب بالعامل الأول .

أي معامل ارتباط اختبار الحساب بالعامل الأول

والرمز  $a_2$  على تشيع اختبار الحساب بالعامل الثاني .

أي معامل ارتباط اختبار الحساب بالعامل الثاني .

والرمز  $a_3$  على تشيع اختبار الحساب بالعامل الثالث .

أي معامل ارتباط اختبار الحساب بالعامل الثالث .

وهكذا ندرك أن التحليل العاملي يعتمد على التدرجات المعيارية في الاختبارات والعوامل ، في صياغة معادلاته الأساسية التي تنطوي تحت معادلات الدرجة الأولى .

### ٣ - تبين الاختبار يساوي مجموع مربعات تشبعاته

تدل النشيعات (١) على معاملات ارتباط الاختبار بالعوامل ، وقد سبق أن رمونا لها بالرمز  $a$  . وسنوضح فيما يلي أن مجموع مربعات هذه النشيعات يساوي تبين درجات الاختبار أي أن :

$$r_{xx} = \sum a_i^2$$

$$= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \quad \text{في مثالنا السابق}$$

لكن هذا التبين يساوي واحداً صحيحاً لأن درجات الاختبار درجات معيارية ، وتبين الدرجات المعيارية يساوي واحداً صحيحاً .

$$1 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$$

وهكذا بالنسبة لأي عدد من تلك النشيعات . وسنحاول في التحليل التالي أن نبرهن على أساس هذه الفكرة ، سنقتصر تحليلنا على نشيعات عاملين  $x_1, x_2$  ، وللأساطة والإيجاز .

$$1 = a_{11}^2 + a_{12}^2$$

$$= a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{21}^2 + a_{22}^2$$

$$= a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{21}^2 + a_{22}^2$$

$$= \frac{a_{11}^2}{n} + \frac{a_{12}^2}{n} + \frac{a_{21}^2}{n} + \frac{a_{22}^2}{n}$$

(١) النشيعات Saturations

وذلك بتربيع المعادلة الأولى وقد جمعنا هذه الحدود بالنسبة لجميع الأفراد وتركنا تشبعات الاختيار بالعوامل خارج هذا المجموع لأنه لا يتأثر مباشرة بالفرد ، ثم حسبنا المتوسط بقسمة المعادلة على  $m$  أى على عدد الأفراد .

$$\text{لكن } \frac{4}{m} = \text{تباين الدرجات المعيارية د}$$

$$\therefore 1 = \frac{4}{m}$$

$$\text{وكذلك } \frac{1}{m} = \text{تباين الدرجات المعيارية س}$$

$$\therefore 1 = \frac{1}{m}$$

وكذلك  $\frac{4}{m} = 1$  لأنها أيضاً تدل على تباين الدرجات المعيارية  $m$  .

ولكن  $\frac{1}{m} = \text{معامل ارتباط العامل الأول بالعامل الثانى لأن}$

$m$  ،  $s$  ، درجات معيارية .

$$\therefore \frac{1}{m} = \text{صفر لأن هذه العوامل غير مرتبطة .}$$

وعندما نموض تلك القيم في المعادلة السابقة نرى أن :

$$1 = 1 + 1 + 1 + \text{صفر}$$

$$\therefore 1 = 1 + 1 + 1$$

وكذلك بالنسبة لأى عدد من العوامل .

وبما أن الطرف الأيمن لتلك المعادلة يدل على تباين الدرجات المعيارية للاختبار ، إذن فتباين الاختبار يساوى مجموع مربعات تشبعاته بالعوامل

المختلفة . وبما أن تباين الدرجات المعيارية يساوى واحداً صحيحاً لأن انحرافها المعيارى يساوى واحداً صحيحاً . إذن مجموع مربعات تشيعات العوامل يساوى واحداً صحيحاً .

والمثال العددى التالى يوضح هذه الفكرة .

لنفرض أن المعادلة التالية تدل على التكوين العامل لاختبار ما

$$= 1\text{م} + 2\text{م} + 3\text{م} + 4\text{م} + 5\text{م} + 6\text{م}$$

ولنفرض أن

$$\begin{aligned} 0.5 &= 1\text{م}, 0.7 &= 2\text{م}, 0.4 &= 3\text{م}, 0.1 &= 4\text{م}, 0.3 &= 5\text{م}, \\ 0.5 &= 6\text{م}, 0.7 &= 7\text{م}, 0.4 &= 8\text{م}, 0.1 &= 9\text{م}, 0.3 &= 10\text{م} \end{aligned}$$

يحسب مجموع مربعات هذه التشيعات بالطريقة التالية :

$$\begin{aligned} \text{مجموع مربعات التشيعات} &= (0.5)^2 + (0.7)^2 + (0.4)^2 + (0.1)^2 + (0.3)^2 \\ &= 0.25 + 0.49 + 0.16 + 0.01 + 0.09 \\ &= 1.00 \end{aligned}$$

#### ٤ - العوامل المشتركة والمنفردة

تنقسم العوامل فى صورتها الحديثة إلى نوعين رئيسيين : مشتركة (١) . ومنفردة (٢) ، فأما المشتركة فتوجد فى اختبارين أو أكثر ، وأما المنفردة فتوجد فى اختبار واحد فقط وهى ما كان يسميها سيرمان الخاصة رغم اشتغالها على الخاصة والمنفردة كما سلبين ذلك .

وننقسم المشتركة إلى ثلاثة أنواع : فأما الأولى فتوجد فى اختبارين فقط

Common Factors

(١) عوامل مشتركة

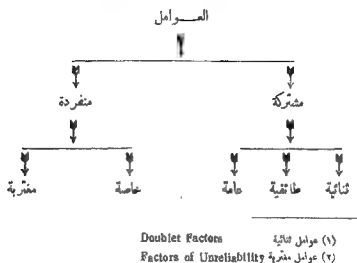
Unique Factors

(٢) عوامل منفردة

وتسمى بالثنائية (١) ، وأما الثانية فتوجد في ثلاثة اختبارات أو أكثر لكنها لا توجد في جميع اختبارات التجربة وتسمى طائفية لوجودها في طائفة من تلك الاختبارات ؛ وأما الثالثة فتوجد في جميع اختبارات التجربة وتسمى عامة بالنسبة لتلك الاختبارات التي تحتوى عليها .

ونقسم المنفردة إلى نوعين : فأما الأولى فهي التي تميز الاختبار عن غيره بتمييز أحاداً قوياً ولذا لا ترتبط بالأنواع المختلفة للعوامل المشتركة ولا بأنواع العوامل المنفردة وتسمى العوامل الخاصة ، وأما الثانية فتتدل على عدم ثبات الاختبار أو الخطأ الإحصائي للقياس ، ونفترض تسميتها بالمختربة (٢) .

والتنظيم التالي يوضح فكرة هذه العوامل ، ويؤكد وظيفة التحليل العامل في تصنيف الظواهر العلمية المختلفة ، وتقسيمها إلى أصول وفروع ، أو أجناس وأنواع ، شأنه في ذلك شأن بقية العلوم الأخرى .





وبذلك تتأخص الصورة العامة للتحليل الطائفي في المعادلة التالية :

$$\text{الدرجة المعيارية} = \text{أ} + \text{ب} + \text{ج} + \text{د} + \text{هـ}$$

$$= \text{أ} + \text{ب} + \text{ج} + \text{د} + \text{هـ} + \text{و} + \text{ز} + \text{ح} + \text{ط} + \text{ي}$$

حيث يدل الرمز ش على العوامل المشتركة

والرمز ف على العوامل المنفردة

والرمز ط على العوامل الطائفة

والرمز ح على العوامل الخاصة

والرمز غ على العوامل المتفرقة

وقد أغفلنا ذكر العوامل الثنائية في تلك المعادلة لأنها حالة خاصة من العوامل الطائفة التي ما زالت في سبيل التكوين .

## ه - علاقة الاشتراكات بتشعبات العوامل

بما أن مجموع مربعات التشعبات يساوي تباين الدرجات المعيارية للاختبار ، وهذا بدوره يساوي واحداً صحيحاً .

وبما أن هذه التشعبات تدل على العوامل المشتركة والمنفردة .

إذن فتباين الدرجات المعيارية يدل على مجموع التباين الاشتراكي والمنفرد ، أي أن :

تباين الدرجات المعيارية للاختبار

$$= \text{مجموع تباين العوامل المشتركة} + \text{مجموع تباين العوامل المنفردة}$$

لكن تباين الدرجات المعيارية للاختبار = ١

$$١ = \text{ش} + \text{ف} + \text{غ}$$

حيث يدل الرمز ش<sup>٢</sup> على تباين العوامل المشتركة ، التي تسمى اصطلاحياً بالاشتراكيات (١) .

ويدل الرمز ف<sup>٢</sup> على تباين العوامل المنفردة .

$$\therefore \text{ش}^2 = 1 - \text{ف}^2$$

هذا ويهدف التحليل العاملي إلى معرفة الاشتراكيات ش<sup>٢</sup>؛ ثم يستنتج منها تباين العوامل المنفردة أو ف<sup>٢</sup> بالمعادلة السابقة .

وبما أن ف<sup>٢</sup> تتكون من تباين العامل الخاص ؛ والعامل الاغترابي . وبما أن تباين العامل الاغترابي يرتبط بثبات الاختبار الذي يحسب تعريباً من الدرجات . إذن يمكن استنتاج القيمة العددية للعامل الخاص .

هذا وغالباً ما ينتهي التحليل عند معرفة تشعبات العوامل المشتركة لأنها المحور الذي تقوم عليه مسكوبات الاختيارات والمقاييس المختلفة ، ولأنها تمهد السبيل لتصنيف تلك النواحي تبعاً لما بينها من تداخل وتشابك .

## ٦ علاقة الارتباط بتشعبات العوامل المشتركة

يدل التحليل التالي على أن ارتباط أى اختارين يساوى مجموع حاصل ضرب تشعبات العوامل المشتركة . فإذا فرضنا مثلاً أن المعادلة التي تدل على المسكوبات العاملية لدرجة فرد ما في اختبار الحساب هي :

$$15 = 1 \times 1 + 4 \times 2$$

وأن المعادلة التي تدل على المسكوبات العاملية لدرجة هذا الفرد في اختبار الجبر هي :

---

(١) الاشتراكيات Communalities

$$ج ب = ب_1 م_1 + ب_2 م_2$$

حيث يدل الرمز  $ج$  على الدرجة المعيارية للفرد في اختبار الحساب  
والرمز  $ب$  على الدرجة المعيارية للفرد في اختبار الجبر  
والرمز  $ا$  على تشيع اختبار الحساب بالعامل الأول .  
والرمز  $ا_1$  على تشيع اختبار الحساب بالعامل الثاني  
والرمز  $ب_1$  على تشيع اختبار الجبر بالعامل الأول .  
والرمز  $ب_2$  على تشيع اختبار الجبر بالعامل الثاني  
والرمز  $م_1$  على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الأول  
والرمز  $م_2$  على الدرجة المعيارية للفرد في العامل الثاني  
فإننا نحصل على المعادلة التالية بضرب المعادلة الأولى في الثانية .

$$ج ا ب = ا_1 ب_1 م_1 + ا_2 ب_2 م_2 + ا_3 ب_3 م_3 + ا_4 ب_4 م_4$$

ويحسب المتوسط بالجمع والقسمة على عدد الأفراد المساوي لـ  $ن$  كما يلي :

$$\frac{ج ا ب}{ن} = \frac{ا_1 ب_1 م_1}{ن} + \frac{ا_2 ب_2 م_2}{ن} + \frac{ا_3 ب_3 م_3}{ن} + \frac{ا_4 ب_4 م_4}{ن}$$

ولكن :

$$م = \frac{ج ا ب}{ن} = \text{معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثاني}$$

لأن  $ج$  ،  $ب$  ، درجات معيارية

$$س١ = \frac{م١ س١}{ن}$$

$$تباين الدرجات المعيارية للعامل الاول = \frac{م١ س١}{ن}$$

$$١ = \frac{م١ س١}{ن}$$

$$تباين الدرجات المعيارية للعامل الثاني = \frac{م٢ س٢}{ن}$$

$$١ = \frac{م٢ س٢}{ن}$$

$$معامل ارتباط العامل الاول بالعامل الثاني ، وبما أن$$

هذه العوامل غير مرتبطة ، إذن فمعامل ارتباطها يساوى صفراً .

$$صفر = \frac{م١ م٢ س١ س٢}{ن}$$

وعندما نعوض هذه القيم في المعادلة السابقة نحصل على :

$$س١ = م١ + م٢ + م٣ + صفر + صفر$$

$$س١ = م١ + م٢ + م٣$$

وهكذا بالنسبة لأي عدد من الاختبارات والعوامل المشتركة .

فإذا فرضنا أن  $١ = ٠,٤$  ،  $٢ = ٠,٥$

وأن  $١ = ٠,٣$  ،  $٢ = ٠,٢$

$$\therefore \text{مرب} = ١٢ + ٢١ =$$

$$= ٠,٤ \times ٠,٥ + ٠,٣ \times ٠,٢ =$$

$$= ٠,٢٠ + ٠,٠٦ =$$

$$= ٠,٢٦$$

ولهذه الفكرة أهميتها الإحصائية في معرفة العوامل المشتركة كما سنرى ذلك.  
في تحليلنا المقبل لطريقة حساب تشعبات تلك العوامل .

### اختيار الاختبارات المناسبة للتحليل العا

يلجأ المشتغلون بالتحليل العا إلى تنظيم الاختبارات التي يهدفون إلى تحليلها بحيث يكشفون بذلك التنظيم عن الأنواع الرئيسية لتلك الاختبارات وعن عدد كل نوع منها ؛ وعن مدى تعقيد أو بساطة المبادئ التي تقيسها تلك الاختبارات ؛ وعن مستويات الصعوبة والسهولة التي تصل إليها مستويات القياس المختلفة .

وسنحاول في الفقرات التالية أن نبين أثر هذه النواحي على عملية التحليل العا ونتائجها النهائية .

### ١ - علاقة عدد الاختبارات بعدد العوامل

يحدد الباحث بآدى . ذى بدء ميدان قياسه وبجال دراسته ، ثم يقسمه إلى أنواع رئيسية ، ثم يمثل لكل نوع من هذه الأنواع ثلاثة اختبارات أو أكثر .

ونقوم فكرة هذا التصنيف على ما قامت عليه فكرة العينة التطبيقية ، حتى يحقق البحث قياس الامتدادات المختلفة لميدان تلك الدراسة . فقياس القدرة العددية مثلا بنوع واحد من الاختبارات التي تقوم على عملية الطرح تصوري . خطة البحث وخطا في تنظيمه . ولذا يجب أن يشتمل قياس هذه القدرة على العمليات الحسابية الرئيسية التي تتلخص في الجمع والطرح والضرب والقسمة ، وأن يحتوي أيضا على التفكير الحسابي وغير ذلك من النواحي المختلفة ، لذلك الشاطئ . وستقرر نتائج التحليل الأهمية النسبية لتلك الاختبارات وتحدد أكثر الاختبارات تشبعا بهذه القدرة ؛ وقد يستبعد هذا التحليل بعض تلك الاختبارات وخاصة عندما يعيق تشبعها بالمامل إلى الصفر .

هذا ويعتمد تحديد عدد الاختبارات كل عامل بثلاثة على المعادلة التالية :

$$r \geq \frac{1}{2} [(1 + n) - \sqrt{1 + n}]$$

حيث يدل الرمز  $r$  على عدد العوامل (١)

ويدل الرمز  $n$  على عدد الاختبارات

ويدل الرمز  $\geq$  على أقل من ، أو يساوي

فإذا فرضنا أن  $n = 1$

$$r \geq \frac{1}{2} [(1 + 1) - \sqrt{1 + 1 \times 1}]$$

$$\geq \frac{1}{2} [2 - \sqrt{2}]$$

$$\geq \frac{1}{2} [2 - 1.41]$$

$$r \geq \frac{1}{2} [0.59] = 0.295$$

(١) رمزا إلى عدد العوامل بالرمز  $r$  لأنه يدل على درجة معقوفة الارتباط .

وهكذا لا يصلح اختيار واحد لفصل واحد .  
وإذا فرضنا أن  $r = 2$

$$\begin{aligned} \therefore r &\geq [ \sqrt{1+2 \times 8} - (1+2 \times 2) ] \geq \\ &[ \sqrt{17} - 5 ] \geq \\ &[ 4,12 - 5 ] \geq \\ &-0,88 \times \geq \\ \therefore r &\geq -0,44 \end{aligned}$$

إذن فعندما يصبح عدد الاختيارات مساوياً لـ 2 يصبح عدد العوامل مساوياً لـ 0,44 . وهذا أقل من الواحد الصحيح .

وإذا فرضنا أن  $r = 3$

$$\begin{aligned} \therefore r &\geq [ \sqrt{1+3 \times 8} - (1+3 \times 2) ] \geq \\ &[ \sqrt{25} - 7 ] \geq \\ &[ 5 - 7 ] \geq \\ \therefore r &\geq 1 \end{aligned}$$

إذن فعندما يصبح عدد الاختيارات مساوياً لـ 3 يصبح عدد العوامل مساوياً لعامل واحد ، وبذلك نرى أن أقل عدد من الاختيارات يصلح لفصل العامل هو 3 .

ويمكن أن نبين أن عدد الاختيارات التي تؤدي إلى فصل عاملين يساوي 0 وذلك بالتعويض في المعادلة السابقة ، كما تدل على ذلك الخطوات التالية .

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{1+0 \times 8 \sqrt{1+0 \times 2}} - (1+0 \times 2) \geq \frac{1}{2} \\
 & \sqrt{1 \sqrt{1+0 \times 2}} - 1 \geq \frac{1}{2} \\
 & \sqrt{1 \sqrt{1+0 \times 2}} - 1 \geq \frac{1}{2} \\
 & 1 \sqrt{1+0 \times 2} \geq \frac{1}{2} \\
 & \therefore \sqrt{1+0 \times 2} \geq \frac{1}{2} \text{ أى تقريباً } 2
 \end{aligned}$$

ويمكن أيضاً أن نبين أن عدد الاختبارات التي تؤدي إلى فصل ٣ عوامل هو ٦ وهكذا نستطيع أن نقرر العدد المناسب من الاختبارات لفصل العوامل المختلفة وذلك بالتعويض في المعادلة السابقة .  
هذا ويدل الجدول (١) رقم ١٣٣ على علاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات .

عدد العوامل	عدد الاختبارات	عدد العوامل	عدد الاختبارات
١	٣	٦	١٠
٢	٥	٧	١٢
٣	٦	٨	١٣
٤	٨	٩	١٤
٥	٩	١٠	١٥

( جدول ١٣٣ )

علاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات

ويبين هذا الجدول التداخل القائم بين الاختبارات في فصلها العوامل ،  
وهكذا نستطيع مثلاً أن نقرر فصل ٥ اختبارات لعاملين بالطريقة المبينة .  
بالجدول رقم ١٣٤ .

(1) Thurstone, L. L, Multiple - Factor Analysis. 1947. P. 294.



الاختبارات	العامل الأول	العامل الثاني
أ	X	
ب	X	
ج	X	X
د		X
هـ		X

( جدول ١٣٤ )

لمدى الصور للسكنة لتشعبات الاختبارات بماملين

حيث يدل العمود الأول على الاختبارات وتدل علامات ( X ) المبينة بالعمود الثاني على تشعبات الاختبارات أ، ب، ج، بالعامل الأول، وتدل أيضاً علامات ( X ) المبينة بالعمود الثالث على تشعبات الاختبارات د، هـ، بالعامل الثاني، وهكذا ندرك أن كل عامل من هذين العاملين قد قام في جوهره على ثلاثة اختبارات، وأن تشعبات الاختبار ج ترتبط بالعامل الأول والثاني، وبذلك يصبح هذا الاختبار أكثر تعقيداً من الاختبارات الأخرى لاحتوائه على عاملين .

## ٢ - التعقيد والبساطة

يقاس مدى تعقيد الاختبار وبساطته بعدد العوامل المشيع بها . وأبسط الاختبارات ما كان مشيعاً بعامل واحد، وبذلك تصبح الاختبارات أ، ب، د، هـ المبينة بالجدول رقم ١٣٤ أبسط عاملياً من الاختبارات ج لتشيع كل منها بعامل واحد فقط ولتشيع الإختبار ج بالعاملين الأول والثاني معاً .

وبما أن هدف التحليل العاملي هو فصل العوامل المختلفة فصلاً واضحاً  
متميزاً ؛ إذن فالاختبارات المعقدة تفوق عملية الفصل والاختبارات البسيطة  
تؤدي إلى سهولة التحليل ووضوح العوامل وتمييزها .

وللبساطة أهميتها القصوى في عملية تحويل العوامل إلى قدرات بإدارة  
محاورها كما سبق ذلك في دراستنا لهذه الفكرة ، وهكذا يحول تعقيد  
الاختبارات دون الإدارة الناجحة لتلك المحاور ، ويحول أيضاً دون التفسير  
النفسي للعوامل التي يسفر عنها التحليل لتدخلها وانتشارها في الأبعاد المختلفة  
للمظاهر التي نجحنا .

ويرتبط التعقيد العاملي للاختبارات ارتباطاً مباشراً بتحليل مكوناتها ،  
ولما كان هذا التحليل لا يتحقق إلا بعد إعداد الاختبارات وحساب معاملات  
ارتباطها ، لذلك يلجأ العلماء في تصنيفهم للتعقيد لتلك الاختبارات إلى  
معرفة العمليات العقلية التي تعتمد عليها استجاباتها ، ويعتمدون أيضاً على  
نتائج الدراسات العاملية السابقة لتلك الاختبارات أو لأشبابها .

### ٣ - مستوى السهولة والصعوبة

ندل بعض نتائج الأبحاث التي قام بها جيلفورد (١) J. P. Guilford ،  
و بيرت C. Burt ، وجون E. John ، وهرتزمان M. Hertzman ، وفرجسون  
G. A. Ferguson ، وفيرنون (٢) P. E. Vernon على وجود عامل نفسي جديد  
يدل على مستوى صعوبة الاختبارات . وبذلك قد تتحول الاختبارات السهلة

---

(1) Guilford, J. P. The Difficulty of a Test and its Factor Composition, Psychomet. Vol. 6. 1941. P. P, 67 — 77.

(2) Vernon, P.E. An Application of Factorial Analysis to The Study of test Item B. J. Psychol. Stat. Sec., Vol, III, 1950, P.P. 1-16.

إلى مجرد اختبارات في مرحلة الإجابة لأنها تعجز عن أن تصل إلى المستوى المناسب للدلالة على العامل والقدرة ، ولأنها تقارب بين مستويات الذين يعملون والذين لا يعملون .

وقد تحول الاختبارات الصعبة دون وضوح الفروق الجوهرية القائمة بين الأفراد وذلك لصغر انحرافها المعياري وتباينها، ولذا يجب أن يكون مستوى صعوبة الاختبار مناسباً للتحليل .

وقد سبق أن درسنا أصلح المستويات لقياس الفروق الفردية وحددناها بنسبة ٥٠ . لأن التباين يصل في هذه الحالة إلى نهايته المظلمة المساوية له ٢٥ . ولذا يجب أن تقترب جميع الاختبارات التي نهدف إلى تحليلها من ذلك المستوى لنحصل بذلك على أكبر ما يمكن من التباين أي أن أصلح هذه الاختبارات هي المتوسطة في صعوبتها .

### حساب العوامل المشتركة بالطريقة التقاربية

يبدأ التحليل العاملي بالمصفوفة الارتباطية الشاملة لاختبارات البحث ، وينتهي إلى تلخيصها في المصفوفة العاملية الموجزة . وتهدف هذه العوامل إلى تصنيف الاختبارات في فئات أو مجموعات متجانسة بحيث تقيس كل فئة عاملاً من تلك العوامل . وتعتمد هذه العملية على فرض قيم عديدة للاشتراكيات ليبدأ بها التحليل ، وتنتهي بحساب القيم العددية الصحيحة لتلك الاشتراكيات ، ثم نلجأ إلى مقارنة القيم الفرضية بالقيم المحسوبة ؛ فإذا كان الفرق كبيراً فعلى الباحث أن يعيد التحليل للمرة الثانية بالاشتراكيات التي أسفر عنها التحليل الأول ، ثم يقارن الاشتراكيات الناتجة من ذلك التحليل بالاشتراكيات التي بدأ بها التحليل ، وهكذا تستمر هذه العملية حتى يختفي ذلك الفرق . وقد سبق أن بينا أن الاشتراكيات الاختبارية تساوي مجموع مربعات تشبهات الاختبارات

بالعوامل المشتركة . وبما أن التشعبات لا تعرف إلا عندما ينتهى التحليل ؛  
وبما أن التحليل يبدأ بها ، إذن فشبكة التحليل العاملى تلخص فى المعرفة الدقيقة  
لتلك الاشتراكيات .

هذا ويحاول المشتغلون بالتحليل العاملى أن يفترضوا فيما عديدية لتلك  
الاشتراكيات قبل بدء التحليل ، فمنهم من يجعلها تساوى الواحد الصحيح ومنهم  
من يجعلها تساوى معامل ثابت الاختيار ، ومنهم من يختار أعلى معاملات كل  
اختيار ليجمعها مساوية لاشتراكياته ، ومنهم من يحاول أن يحسب قيمتها بطريقة  
ملتبسة لا تسلم من النقد الرياضى .

وقد توصل مؤلف هذا للكتاب إلى طريقة جديدة فى التحليل العاملى  
لا تتأثر بالقيم المختلفة لتلك الاشتراكيات الفرضية لأنها تؤدى إلى نفس  
النتائج مهما اختلفت القيم الفرضية للاشتراكيات ، حتى ولو أصبحت تلك  
الاشتراكيات الفرضية مساوية للصفر ، ولأنها تقلل تعيد حساب تشعبات كل  
عامل على حدة حتى تثبت قيمها العددية ولا تتأثر بعد ذلك بأى حساب آخر .  
وتسمى هذه الطريقة بالتقاربية (١) لأنها تقترب من القيم الحقيقية لتشعبات  
الاختبارات بكل عامل من عواملها خطوة إثر خطوة حتى تصل إلى النتيجة  
النهائية التى تقف عندها عملية الكشف عن ذلك العامل . وهى تقوم فى فكرتها  
الرياضية على خضوع التشعبات التقديرية المتتابة للعامل الواحد للتسلسلات  
العددية التقاربية (٢) وتتفق هذه الطريقة الجديدة مع الطريقة المركزية (٣)  
لثيرستون L. L. Thurstone فى العمليات الحسابية الأولى لتقدير تشعبات

(١) يترح المؤلف التسمية الانجائزية التالية لهذه الطريقة Convergent Method

(٢) التسلسلات التقاربية Convergent Series

(٣) الطريقة المركزية Centroid Method

العامل ، وتختلف عنها في حسابها لكل عامل على حدة حساباً دقيقاً نهائياً ، ونعنيها أيضاً في خطواتها الأولى طريقة الجمع البسيط (١) لـ C. Burr ، ولكننا نختلف عنها في عدم تأثرها بترتيب المصفوفة الارتباطية ، وتختلف عنها أيضاً في تقديرها النهائي لتقديرات كل عامل .

هذا وسنوضح المعالم الإحصائية لهذه الطريقة بالتفصيل في الخطوات التالية:

## ١ - مصفوفة الارتباط

يبدأ التحليل العاملي برصد المعاملات الارتباطية في جدول متناسق بالنسبة لقطره . ويسمى هذا الجدول بمصفوفة (١) معاملات الارتباط ، كما يدل على ذلك الجدول رقم ( ١٣٥ ) ،

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦	مجموع
١		٠,٤٨	٠,٣٦	٠,٤٠	٠,٥٨	٠,٣٠	٢,١٢
٢	٠,٤٨		٠,٠٠	٠,١٦	٠,٧٢	٠,٠٨	١,٤٤
٣	٠,٣٦	٠,٠٠		٠,٦٣	٠,٠٩	٠,٥٤	١,٦٢
٤	٠,٤٠	٠,١٦	٠,٦٣		٠,٢٥	٠,٤٤	١,٨٨
٥	٠,٥٨	٠,٧٢	٠,٠٩	٠,٢٥		٠,١٥	١,٧٩
٦	٠,٣٠	٠,٠٨	٠,٥٤	٠,٤٤	٠,١٥		١,٥١
مجموع	٢,١٢	١,٤٤	١,٦٢	١,٨٨	١,٧٩	١,٥١	١٠,٣٦

( جدول ١٣٥ )

مصفوفة معاملات ارتباط ستة اختبارات

Simple Summation Method  
Correlation Matrix

(١) طريقة الجمع البسيط  
(٢) مصفوفة الارتباط

حيث يدل العمود الرأسى الأول والسطر الأفقى الأول على أرقام الاختبارات ، وتدل الخلايا الداخلة لهذه المصفوفة على معاملات الارتباط .  
 فمثلا معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى يساوى ٠.٤٨ ، ومعامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثالث يساوى ٠.٣٦ ، وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذا الجدول . وبما أن معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثانى يساوى معامل ارتباط الاختبار الثانى بالاختبار الأول وهكذا بالنسبة لجميع الاختبارات الأخرى إذن فمعاملات ارتباط خلايا السطر الأفقى الداخلى الأول تساوى معاملات ارتباط خلايا العمود الرأسى الداخلى الأول وبذلك تتناسق خلايا تلك المصفوفة فى اتجاهها الأفقى والرأسى .

ونسمى كل خلية تدل على معامل ارتباط الاختبار بنفسه بالخلية القطرية<sup>(١)</sup> . وقد تركت جميع الخلايا القطرية فى تلك المصفوفة شاغرة لأنها تدل فى جوهرها على الاشتراكات المجهولة .

وتبدأ العمليات الحسابية بجمع أعمدة المصفوفة ، وجمع أسطرها الأفقية لنعلم من ذلك مجموع معاملات ارتباط كل اختبار ولترجع هذه العمليات وذلك بمقارنة نتائج الأسطر الأفقية بالأعمدة الرأسية التى تناظرها .

## ٢ - تشعبات العامل الأول

تعتمد طريقة حساب تشعبات العامل الأول على مجموع معاملات ارتباط كل اختبار من اختبارات المصفوفة السابقة ، أى على السطر الأخير من تلك المصفوفة . ونقوم بفكرة الطريقة التقديرية على التقدير الأولى لتشعبات العامل الأول مباشرة من تلك المجاميع دون الاعتماد على التقدير الفردى للاشتراكات أى أن الاشتراكات بهذا المعنى تساوى صفراً .

وتتلخص الخطوة الأولى في حساب حاصل جمع معامل ارتباط كل اختبار.  
ثم قسمة هذا الناتج على الجذر التربيعي للمجموع الكلي لمعاملات الارتباط.  
وبذلك نحصل على التقدير الأول لتشبعات العامل الأول، أي أن

$$\frac{r}{\sqrt{(r^2 + r^2)}} = 1$$

حيث يدل الرمز 1 على تشبع أي اختبار بالعامل الأول.  
وبدل الرمز  $r$  على حاصل جمع معاملات ارتباط أي المصفوفة.  
كما يوضح ذلك السطر الدال على التقدير الأول لتشبعات العامل  
الأول في الجدول رقم (١٣٦) المبين في الصفحة التالية.

وقد حسب هذا التقدير بالطريقة التالية

$$1 - \text{المجموع الكلي لمعاملات الارتباط } r = 10,36$$

$$2 - \text{الجذر التربيعي لهذا المجموع } \sqrt{r} = 3,2187$$

$$3 - \text{مقلوب الجذر التربيعي لهذا المجموع } \frac{1}{\sqrt{r}} = 0,3107$$

٤ - التقدير الأول لتشبعات العامل الأول، بالاختبار الأول هو

$$0,3107 \times 2,12 = \left( \frac{1}{\sqrt{r}} \right) r$$

$$0,66 =$$

وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى.

وبما أن الاشتراكات تساوى حاصل جمع مربعات التشبعات؛ وبما أننا لم

ملاحظات

	١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦							(م) $\sqrt{\text{م}^2}$	(م) $\sqrt{\text{م}^2}$	(م) $\sqrt{\text{م}^2}$	(م) $\sqrt{\text{م}^2}$
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧				
١	١١٨	١٢١	١٢٤	١٢٦	١٢٨	١٣٠	١٣٢	١٨٧	١٨٧	١٨٧	١٨٧
٢	١٢٠	١٢٣	١٢٦	١٢٩	١٣٢	١٣٥	١٣٨	١٩٢	١٩٢	١٩٢	١٩٢
٣	١٢٢	١٢٦	١٢٩	١٣٢	١٣٥	١٣٨	١٤١	١٩٦	١٩٦	١٩٦	١٩٦
٤	١٢٤	١٢٩	١٣٢	١٣٥	١٣٨	١٤١	١٤٤	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٢٠٠
٥	١٢٦	١٣٢	١٣٥	١٣٨	١٤١	١٤٤	١٤٧	٢٠٤	٢٠٤	٢٠٤	٢٠٤
٦	١٢٨	١٣٥	١٣٨	١٤١	١٤٤	١٤٧	١٥٠	٢٠٨	٢٠٨	٢٠٨	٢٠٨
٧	١٣٠	١٣٨	١٤١	١٤٤	١٤٧	١٥٠	١٥٣	٢١٢	٢١٢	٢١٢	٢١٢
٨	١٣٢	١٤١	١٤٤	١٤٧	١٥٠	١٥٣	١٥٦	٢١٦	٢١٦	٢١٦	٢١٦
٩	١٣٥	١٤٤	١٤٧	١٥٠	١٥٣	١٥٦	١٥٩	٢٢٠	٢٢٠	٢٢٠	٢٢٠
١٠	١٣٨	١٤٧	١٥٠	١٥٣	١٥٦	١٥٩	١٦٢	٢٢٤	٢٢٤	٢٢٤	٢٢٤
١١	١٤١	١٥٠	١٥٣	١٥٦	١٥٩	١٦٢	١٦٥	٢٢٨	٢٢٨	٢٢٨	٢٢٨
١٢	١٤٤	١٥٣	١٥٦	١٥٩	١٦٢	١٦٥	١٦٨	٢٣٢	٢٣٢	٢٣٢	٢٣٢
١٣	١٤٧	١٥٦	١٥٩	١٦٢	١٦٥	١٦٨	١٧١	٢٣٦	٢٣٦	٢٣٦	٢٣٦
١٤	١٥٠	١٥٩	١٦٢	١٦٥	١٦٨	١٧١	١٧٤	٢٤٠	٢٤٠	٢٤٠	٢٤٠
١٥	١٥٣	١٦٢	١٦٥	١٦٨	١٧١	١٧٤	١٧٧	٢٤٤	٢٤٤	٢٤٤	٢٤٤
١٦	١٥٦	١٦٥	١٦٨	١٧١	١٧٤	١٧٧	١٨٠	٢٤٨	٢٤٨	٢٤٨	٢٤٨
١٧	١٥٩	١٦٨	١٧١	١٧٤	١٧٧	١٨٠	١٨٣	٢٥٢	٢٥٢	٢٥٢	٢٥٢
١٨	١٦٢	١٧١	١٧٤	١٧٧	١٨٠	١٨٣	١٨٦	٢٥٦	٢٥٦	٢٥٦	٢٥٦
١٩	١٦٥	١٧٤	١٧٧	١٨٠	١٨٣	١٨٦	١٨٩	٢٦٠	٢٦٠	٢٦٠	٢٦٠
٢٠	١٦٨	١٧٧	١٨٠	١٨٣	١٨٦	١٨٩	١٩٢	٢٦٤	٢٦٤	٢٦٤	٢٦٤

حساب قيمات المائل الأول بالطريقة القياسية  
(جدول ١٣)



نحصل إلا على تشعبات العامل الأول . إذن نستطيع أن نحسب الاشتراكات الناتجة عن هذا العامل وذلك بتربيع التشعبات التي حصلنا عليها . أى بتربيع قيم ١ كما يدل على ذلك السطر المسمى ١ ؟

وبذلك نستطيع أن نحسب التقدير الثانى للتشعبات وذلك بإضافة تلك الاشتراكات الى مجموع معاملات ارتباط كل اختبار من تلك الاختبارات . كما يدل على ذلك السطر المسمى ١ + ٢ ؟

$$\text{فنل} \quad ١ + ٢ = ٢,٢٢$$

$$\text{وتشيع الاختيار الأول} = ٠,٦٦$$

$$\text{واشراكى هذا الاختبار} = ٣(,٦٦)$$

$$= ٠,٤٤$$

$$\therefore ١ + ٢ = ٢,٢٢ + ٠,٤٤ =$$

$$٢,٠٦ =$$

وهكذا بالنسبة لبقية الاختبارات . ثم نستخرج التقدير الثانى لـ تشعبات العامل الأول بنفس الطريقة التى حسبنا بها التقدير الأول لتلك التشعبات ، ونظل نعيد هذه العملية حتى نرى أن التقديرات أصبحت ثابتة . فإذا قارنا مثلا التقدير الثالث لتلك التشعبات بالتقدير الرابع نجد أن الفروق القائمة بينهما قد تلاشت تماما . وبذلك تصبح التشعبات النهائية للاختبارات بالعامل الأول مساوية للقيم العددية التى يدل عليها الجدول رقم ( ١٣٧ ) .

الاختبارات					
١	٢	٣	٤	٥	٦
٠,٧٦	٠,٤٧	٠,٥٤	٠,٦٥	٠,٧١	٠,٥٠

( جدول ١٣٧ )

القيمات النهائية للاختبارات بالمثل الأول

وسيدرك القارئ السبب الذي من أجله سميت هذه الطريقة بالنقارية  
عندما يقارن التقديرات المتتالية لحاصل جميع الت شعبات كما يدل على ذلك  
التحليل التالي

$$3,22 = 1$$

$$2,49 = 1$$

$$2,03 = 1$$

$$2,03 = 1$$

ويمكن أن نحسب الفروق النقارية لتلك التقديرات بالطريقة التالية

$$-0,27 = 3,22 - 2,49 = 1 - 1$$

$$0,04 = 2,49 - 2,03 = 1 - 1$$

$$0 = 2,03 - 2,03 = 1 - 1$$

هذا وتدل الأسهم الميمنة بخلايا العمود  $\sqrt{1}$  على المراجعة  
الإحصائية لكل تقدير من تقديرات شعبات العامل الأول وذلك لأن

$$1 = 1 \times \sqrt{1} = \sqrt{1}$$

وبذلك تصبح عملية المراجعة سهلة وبمسورة ، فثلا تدل مراجعة التقدير  
الأول على أن

$$3,22 = 1$$

$$2,2187 = \sqrt{1}$$

$$3,22 \approx$$

وهكذا بالنسبة للتقديرات الأخرى .

### ٣ - مصفوفة تشبعات العامل الأول

إذا فرضنا أن المصفوفة الارتباطية المبينة بالجدول رقم ١٣٦ لا تقوم في جوهرها إلا على تشبعات العامل الأول فقط فإننا نستطيع أن نحصل على القيم العددية لتلك المصفوفة ، وذلك بضرب تلك التشبعات كما سبق أن بينا ذلك في الخواص الإحصائية للتشبعات ، وهكذا يصبح معامل ارتباط الاختبار الأول بالاختبار الثاني مساوياً لحاصل ضرب تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول في حاصل ضرب تشبع الاختبار الثاني بالعامل الأول .

$$\text{وبما أن تشبع الاختبار الأول بالعامل الأول } r_{11} = 0,76,$$

$$\text{وتشبع الاختبار الثاني بالعامل الأول } r_{21} = 0,47,$$

∴ معامل ارتباط الاختبار الأول بالتالي بفرض أن ذلك الارتباط لا يقوم إلا على هذين التشبعين هو

$$r_{12} = 0,76 \times 0,47,$$

$$= 0,36$$

وبما أن هذا الارتباط في حقيقته  $r_{12} = 0,48$  كما يدل على ذلك

جدول ١٣٥

$$\text{إذن الفرق } = 0,48 - 0,36,$$

$$= 0,12$$

وقد نشأ هذا الفرق في فرضنا أن المصفوفة الارتباطية لا تقوم إلا على عامل واحد . وبذلك تتلخص الخطوات التالية في حساب مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل عليها الجدول رقم ( ١٢٨ ) ثم حساب مصفوفة البواقي والكشف عن العامل الثاني بنفس الخطوات التي كشفنا بها عن العامل الأول .

التشبعات	(-٠,٧٦)	(-٠,٤٧)	(-٠,٥٤)	(-٠,٦٥)	(-٠,٦١)	(-٠,٥٠)
(-٠,٧٦)		٠,٣٦	٠,٤١	٠,٤٩	٠,٤٦	٠,٣٨
(-٠,٤٧)	٠,٣٦		٠,٣٥	٠,٣١	٠,٢٩	٠,٢٤
(-٠,٥٤)	٠,٤١	٠,٣٥		٠,٣٥	٠,٣٣	٠,٢٧
(-٠,٦٥)	٠,٤٩	٠,٣١	٠,٣٥		٠,٤٠	٠,٣٣
(-٠,٦١)	٠,٤٦	٠,٢٩	٠,٣٣	٠,٤٠		٠,٣١
(-٠,٥٠)	٠,٣٨	٠,٢٤	٠,٢٧	٠,٣٣	٠,٣١	

جدول ١٣٨

مصفوفة تشبعات العامل الأول وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الأول

وتتلخص طريقة مراجعة مصفوفة التشبعات في مقارنة خلايا الأسطر الأفقية بخلايا الأعمدة الرأسية التي تناظرها، كما تدل على ذلك المقارنات التالية :-

خلايا السطر الأفقي الأول : - ٠,٣٦ ٠,٤١ ٠,٤٩ ٠,٤٦ ٠,٣٨

خلايا العمود الرأسى الأول : - ٠,٣٦ ٠,٤١ ٠,٤٩ ٠,٤٦ ٠,٣٨

خلايا السطر الأفقي الثانى : - ٠,٣٦ ٠,٣٥ ٠,٣١ ٠,٢٩ ٠,٢٤

خلايا العمود الرأسى الثانى : - ٠,٣٦ ٠,٣٥ ٠,٣١ ٠,٢٩ ٠,٢٤

خلايا السطر الأفقي الثالث : - ٠,٤١ ٠,٣٥ ٠,٣٣ ٠,٢٧

خلايا العمود الرأسى الثالث : - ٠,٤١ ٠,٣٥ ٠,٣٣ ٠,٢٧

وهكذا بالنسبة لبقية خلايا هذه المصفوفة .

## ٤ - مصفوفة بوابي العامل الأول

نحسب مصفوفة بوابي العامل الأول بطرح مصفوفة تصبغات هذا العامل من المصفوفة الارتباطية . وتعتمد الخطوات الحسابية لهذه العملية على طرح كل خلية من خلايا الجدول رقم (١٣) من الخلية التي تناظرها في الجدول رقم (١٣) كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٣) .

الاختلافات	١	٢	٣	٤	٥	٦	مجموع
١		٠,١٢+	٠,٠٥-	٠,٠٩-	٠,١٢+	٠,٠٨-	٠,٠٢+
٢	٠,١٢+		٠,٢٥-	٠,١٥-	٠,٤٣+	٠,١٦-	٠,٠١-
٣	٠,٠٥-	٠,٢٥-		٠,٢٨+	٠,٢٤-	٠,٢٧+	٠,٠١+
٤	٠,٠٩-	٠,١٥-	٠,٢٨+		٠,١٥-	٠,١١+	٠,٠٠
٥	٠,١٢+	٠,٤٣+	٠,٢٤-	٠,١٥-		٠,١٦-	٠,٠٠
٦	٠,٠٨-	٠,١٦-	٠,٢٧+	٠,١١+	٠,١٦-		٠,٠٢-
مجموع	٠,٠٢+	٠,٠١-	٠,٠١+	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٢-	٠,٠٠

( جدول ١٣٩ )

مصفوفة بوابي العامل الأول

وبذلك حسبت خلايا السطر الأفقي الأول في مصفوفة البوابي بالطريقة التالية :-

خلايا السطر الأفقي الأول في مصفوفة الارتباط :

٠,٤٨    ٠,٣٦    ٠,٤٠    ٠,٥٨    ٠,٣٠

خلايا السطر الأفقي في مصفوفة التشبيحات :

$$0,36 \quad 0,41 \quad 0,49 \quad 0,46 \quad 0,38$$

خلايا السطر الأفقي في مصفوفة البواب :

$$0,12 + 0,05 - 0,09 + 0,12 - 0,08$$

وهكذا بالنسبة لبقية الأسطر الأخرى .

هذا وتعتمد طريقة مراجعة مصفوفة البواب على ما يلي :

١ - مقارنة خلايا الأسطر الأفقية بخلايا الأعمدة الرأسية التي تناظرها .

كما راجعنا مصفوفة التشبيحات المبيّنة بالجدول رقم ( ١٣٨ ) .

٢ - مقارنة مجموع الأسطر الأفقية بمجموع الأعمدة الرأسية التي تناظرها

فمثلا مجموع السطر الأفقي الأول يساوي  $0,02$  ومجموع العمود الرأسى

الأول يساوي  $0,02$  . وهكذا بالنسبة للأسطر والأعمدة الأخرى .

٣ - اقتراب المجموع الجبرى لآى سطر أو عمود من الصفر ، أى أن :

$$\text{بحر} \leftarrow \text{صفر}$$

حيث يدل الرمز  $\leftarrow$  على ( تقترب من )

وتدل البيانات العددية لهذا الجدول على أن أكبر قيمة عددية لـ بحر

تساوي  $0,02$  .

٥ - تغيير الاشارات السالبة لمصفوفة البواب

تدل مصفوفة البواب المبيّنة بالجدول رقم ( ١٣٩ ) على معاملات الارتباط

القائمة بين الاختبارات بعد عزل أثر العامل الأول . وقد طبقت القيم العددية

لن تلك الارتباطات بعد طرح تشبيحات هذا العامل حتى أصبح بعضها سالبا ؛

وأثر هذا الهبوط على مجموع معاملات ارتباط بعض الاختبارات فأصبحت

هى الأخرى سالبة كمثل الاختبار الثانى الذى أصبح مجموع ارتباطه مساويا

لـ  $0,01$  ، وكمثل الاختبار السادس الذى أصبح مجموع ارتباطه مساويا

لـ  $0,02$  .

ويطلب التحليل العاملي تحويل المجموع السالب إلى مجموع موجب ، وهذا يعني عكس قياس الصفة ، فإذا كان الاختيار السالب يقبس صفة كالكلب ، فإنه يصبح مقياساً للصدق بعد عكس إشارته الجبرية وتحويلها إلى موجبة .

ويبدأ تغيير الإشارات بالاختبار الذي يدل على أكبر مجموع سالب وهو في مثالنا هذا ، الاختبار السادس لأن مجموعه يساوي - ٠,٢ ، فنضع علامة سالبة أمام رقم الاختبار ثم نغير العلامات السالبة إلى موجبة ، والموجبة إلى سالبة في العمود الرأسي الذي يدل على معاملات ارتباط هذا الاختبار وفي السطر الأفقي الذي يدل أيضاً على تلك المعاملات كما يوضح ذلك الجدول رقم (١٤٠)

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠,١٢+	٠,٠٥+	٠,٠٩+	٠,١٢+	٠,٠٨+
٢	٠,١٢+		٠,٢٥+	٠,١٥+	٠,٤٣	٠,١٦+
٣	٠,٠٥+	٠,٢٥+		+	٠,٢٤+	٠,٢٧+
٤	٠,٠٩+	٠,١٥+	+		٠,١٥+	+
٥	٠,١٢+	٠,٤٣+	٠,٢٨+	٠,١٥+		٠,١١+
			٠,٢٤+	+	٠,١٦+	٠,١٦+
٦	٠,٠٨+	٠,١٦+	٠,٢٧+	٠,١١+	٠,١٦+	
مجموع	٠,٠٢+	٠,٠١-	٠,٠١+	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٢-
مجموع (٦-)	٠,١٨+	٠,٣١+	٠,٥٣-	٠,٢٢-	٠,٢٢+	٠,٠٢+
مجموع (٣-)	٠,٢٨+	٠,٩١+	٠,٥٣+	٠,٧٨-	٠,٨٠+	٠,٥٦+
مجموع (٤-)	٠,٤٦+	١,١١+	١,٠٩+	٠,٧٨+	١,١٠+	٠,٨٧+

( جدول ١٤٠ )

تغيير الإشارات السالبة لمصفوفة البوابات

وبذلك يصبح مجموع معاملات ارتباط الاختبار السادس مساوياً لـ  $+0.2$  ،  
بعد أن كان مساوياً لـ  $-0.2$  ، كما يدل على ذلك التوضيح التالي :-  
معاملات ارتباط الاختبار السادس قبل تغيير الإشارات السالبة  
( ٦ + ) هو :

$$-0.08 - 0.16 - 0.27 + 0.11 - 0.16 = -0.02$$

ومعاملات ارتباط الاختبار السادس بعد تغيير الإشارات السالبة :

$$( ٦ - ) \text{ هو :}$$

$$+0.08 + 0.16 - 0.27 - 0.11 + 0.16 = +0.02$$

وقد رصدنا المجموع الجديد لكل اختبار بعد تغيير الإشارة الجبرية  
الاختبار السادس في السطر الأفقي المسمى بـ ( ٦ - ) فأصبح بذلك  
مجموع الاختبار الأول مساوياً لـ  $+0.18$  بدل أن كان مساوياً لـ  $+0.2$  ،  
وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى .

وتدل نتيجة هذه العملية على أن أكبر مجموع سالب هو  $-0.03$  ، ولذا  
تغير إشارات الاختبار الثالث بنفس الطريقة التي غيرت بها إشارات  
الاختبار السادس ثم برصد المجموع الجديد في السطر المسمى بـ ( ٣ - ) ،  
وهكذا نرى أن المجموع السالب في هذا السطر هو  $-0.78$  ، ولذا تغير  
إشارات الاختبار الرابع بنفس الطريقة السابقة ، وتنتهي عملية تغيير  
الإشارات السالبة عندما يصبح مجموع معاملات كل اختبار موجياً كما يدل  
على ذلك السطر الأخير المسمى بـ ( ٤ - ) .

## ٦ - حساب تشبعات العامل الثاني

نحسب تشبعات العامل الثاني بنفس الطريقة التي حسبنا بها تشبعات  
العامل الأول كما يدل على ذلك الجدول رقم ( ١٤١ )





ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لمجموع التشبعات المتتالية بالطريقة التالية :

$$\begin{aligned} \text{م.ب.} - \text{م.ب.} &= 2,31 - 2,50 = -0,19 \\ \text{م.ب.} - \text{م.ب.} &= 2,50 - 2,55 = -0,05 \\ \text{م.ب.} - \text{م.ب.} &= 2,55 - 2,56 = -0,01 \\ \text{م.ب.} - \text{م.ب.} &= 2,56 - 2,56 = \text{صفر} \end{aligned}$$

وبذلك تصبح التشبعات النهائية للاختبارات العامل الثاني مساوية للقيم العددية التي يدل عليها الجدول رقم ( ١٤٢ ) .

الاختبارات					
٦ -	٥	٤ -	٣ -	٢	١
٠,٣٦	٠,٥٥	٠,٣٦	٠,٥٤	٠,٥٥	٠,٢٠

( جدول ١٤٢ )

التشبعات النهائية للاختبارات العامل الثاني

## ٧ - مصفوفة تشبعات العامل الثاني

نحسب مصفوفة تشبعات العامل الثاني بنفس الطريقة التي حسبنا بها مصفوفة تشبعات العامل الأول كما يدل على ذلك الجدول رقم ( ١٤٣ ) .

وتبين الخلايا الداخلية لهذه المصفوفة أثر العامل الثاني على معاملات الارتباط التي بدأ بها التحليل ، كما دلت مصفوفة تشبعات العامل الأول على أثر ذلك العامل في معاملات الارتباط

التشبعات	(٠,٢٠)	(٠,٥٥)	(٠,٥٤)	(٠,٣٦)	(٠,٥٥)	(٠,٣٦)
(٠,٢٠)		٠,١١	٠,١١	٠,٠٧	٠,١١	٠,٠٧
(٠,٥٥)	٠,١١		٠,٣٠	٠,٣٠	٠,٣٠	٠,٣٠
(٠,٥٤)	٠,١١	٠,٣٠		٠,١٩	٠,٣٠	٠,١٩
(٠,٣٦)	٠,٠٧	٠,٢٠	٠,١٩		٠,٢٠	٠,١٣
(٠,٥٥)	٠,١١	٠,٣٠	٠,٣٠	٠,٣٠		٠,٣٠
(٠,٣٦)	٠,٠٧	٠,٢٠	٠,١٩	٠,١٣	٠,٢٠	

( جدول ١٤٣ )

مصفوفة تشبعات العامل الثاني وتحسب بضرب تشبعات الاختبارات بالعامل الثاني

#### ٨ - مصفوفة بواقى العامل الثاني وتغيير الاشارات السالبة

تحسب مصفوفة بواقى العامل الثاني بنفس الطريقة التى حسبت بها مصفوفة بواقى العامل الأول أى بطرح مصفوفة تشبعات العامل الثاني المينة بالجدول رقم ( ١٤٣ ) من مصفوفة بواقى العامل الأول بعد تغيير إشارتها ، أى من المصفوفة المينة بالجدول رقم ( ١٤٠ ) . وقد رصدنا نتائج هذه العملية فى الجدول رقم ( ١٤٤ ) . ثم غيرنا الإشارات السالبة للاختبارات التى يدل مجموع خلاياها على علامات سالبة أى للاختبارات ٤ ، ٣ ، ٥ كما سبق أن بينا ذلك فى تغييرنا لأشارات مصفوفة بواقى العامل الثاني .

#### ٩ - حساب تشبعات العامل الثالث

تحسب تشبعات العامل الثالث بنفس الطريقة التى حسبت بها تشبعات العامل الثاني كما يدل على ذلك جدول ( ١٤٥ ) ويمكن أن نحسب الفروق التقاربية لمجموع التشبعات بالطريقة التالية : -

$$٠,١١ = ١,١١ - ١,٢٢ = ١,٢٢ - ١,٣٣$$

$$٠,٠٤ = ١,٢٢ - ١,٢٦ = ١,٢٦ - ١,٣٠$$

$$صفر = ١,٢٦ - ١,٢٦ = ١,٢٦ - ١,٣٠$$

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠,٠١+	٠,٠٦+	٠,٠٢+	٠,٠١+	٠,٠١+
٢	٠,٠١+		٠,٠٥+	٠,٠٥+	٠,١٣+	٠,٠٤+
٣-	٠,٠٦+	٠,٠٥+		٠,٠٩+	٠,٠٦+	٠,٠٨+
٤-	٠,٠٢+	٠,٠٥+	٠,٠٩+		٠,٠٥+	٠,٠٢+
٥	٠,٠١+	٠,١٣+	٠,٠٦+	٠,٠٥+		٠,٠٤+
٦-	٠,٠١+	٠,٠٤+	٠,٠٨+	٠,٠٢+	٠,٠٤+	
مجموع	٠,٠١-	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠١-	٠,٠١-
مجموع (٤-)	٠,٠٥-	٠,١٠+	١,١٨	٠,٠١+	٠,٠٩+	٠,٠٣+
مجموع (٣-)	٠,٠٧+	٠,٢٠+	٠,١٨+	٠,١٩+	٠,٢١+	٠,١٣-
مجموع (٦-)	٠,٠٥+	٠,٢٨+	٠,٣٤+	٠,١٥+	٠,٢٩+	٠,١٣+

جدول ١٤٤

مصفوفة يوانى العامل الثالث بعد تغيير الإشارات

الخيارات										1 2 3 4 5 6 7																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
3	3°	6°	9°	12°	15°	18°	21°	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°	48°	51°	54°	57°	60°	63°	66°	69°	72°	75°	78°	81°	84°	87°	90°	93°	96°	99°	102°	105°	108°	111°	114°	117°	120°	123°	126°	129°	132°	135°	138°	141°	144°	147°	150°	153°	156°	159°	162°	165°	168°	171°	174°	177°	180°	183°	186°	189°	192°	195°	198°	201°	204°	207°	210°	213°	216°	219°	222°	225°	228°	231°	234°	237°	240°	243°	246°	249°	252°	255°	258°	261°	264°	267°	270°	273°	276°	279°	282°	285°	288°	291°	294°	297°	300°	303°	306°	309°	312°	315°	318°	321°	324°	327°	330°	333°	336°	339°	342°	345°	348°	351°	354°	357°	360°	363°	366°	369°	372°	375°	378°	381°	384°	387°	390°	393°	396°	399°	402°	405°	408°	411°	414°	417°	420°	423°	426°	429°	432°	435°	438°	441°	444°	447°	450°	453°	456°	459°	462°	465°	468°	471°	474°	477°	480°	483°	486°	489°	492°	495°	498°	501°	504°	507°	510°	513°	516°	519°	522°	525°	528°	531°	534°	537°	540°	543°	546°	549°	552°	555°	558°	561°	564°	567°	570°	573°	576°	579°	582°	585°	588°	591°	594°	597°	600°	603°	606°	609°	612°	615°	618°	621°	624°	627°	630°	633°	636°	639°	642°	645°	648°	651°	654°	657°	660°	663°	666°	669°	672°	675°	678°	681°	684°	687°	690°	693°	696°	699°	702°	705°	708°	711°	714°	717°	720°	723°	726°	729°	732°	735°	738°	741°	744°	747°	750°	753°	756°	759°	762°	765°	768°	771°	774°	777°	780°	783°	786°	789°	792°	795°	798°	801°	804°	807°	810°	813°	816°	819°	822°	825°	828°	831°	834°	837°	840°	843°	846°	849°	852°	855°	858°	861°	864°	867°	870°	873°	876°	879°	882°	885°	888°	891°	894°	897°	900°	903°	906°	909°	912°	915°	918°	921°	924°	927°	930°	933°	936°	939°	942°	945°	948°	951°	954°	957°	960°	963°	966°	969°	972°	975°	978°	981°	984°	987°	990°	993°	996°	999°	1000°
3	3°	6°	9°	12°	15°	18°	21°	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°	48°	51°	54°	57°	60°	63°	66°	69°	72°	75°	78°	81°	84°	87°	90°	93°	96°	99°	102°	105°	108°	111°	114°	117°	120°	123°	126°	129°	132°	135°	138°	141°	144°	147°	150°	153°	156°	159°	162°	165°	168°	171°	174°	177°	180°	183°	186°	189°	192°	195°	198°	201°	204°	207°	210°	213°	216°	219°	222°	225°	228°	231°	234°	237°	240°	243°	246°	249°	252°	255°	258°	261°	264°	267°	270°	273°	276°	279°	282°	285°	288°	291°	294°	297°	300°	303°	306°	309°	312°	315°	318°	321°	324°	327°	330°	333°	336°	339°	342°	345°	348°	351°	354°	357°	360°	363°	366°	369°	372°	375°	378°	381°	384°	387°	390°	393°	396°	399°	402°	405°	408°	411°	414°	417°	420°	423°	426°	429°	432°	435°	438°	441°	444°	447°	450°	453°	456°	459°	462°	465°	468°	471°	474°	477°	480°	483°	486°	489°	492°	495°	498°	501°	504°	507°	510°	513°	516°	519°	522°	525°	528°	531°	534°	537°	540°	543°	546°	549°	552°	555°	558°	561°	564°	567°	570°	573°	576°	579°	582°	585°	588°	591°	594°	597°	600°	603°	606°	609°	612°	615°	618°	621°	624°	627°	630°	633°	636°	639°	642°	645°	648°	651°	654°	657°	660°	663°	666°	669°	672°	675°	678°	681°	684°	687°	690°	693°	696°	699°	702°	705°	708°	711°	714°	717°	720°	723°	726°	729°	732°	735°	738°	741°	744°	747°	750°	753°	756°	759°	762°	765°	768°	771°	774°	777°	780°	783°	786°	789°	792°	795°	798°	801°	804°	807°	810°	813°	816°	819°	822°	825°	828°	831°	834°	837°	840°	843°	846°	849°	852°	855°	858°	861°	864°	867°	870°	873°	876°	879°	882°	885°	888°	891°	894°	897°	900°	903°	906°	909°	912°	915°	918°	921°	924°	927°	930°	933°	936°	939°	942°	945°	948°	951°	954°	957°	960°	963°	966°	969°	972°	975°	978°	981°	984°	987°	990°	993°	996°	999°	1000°
3	3°	6°	9°	12°	15°	18°	21°	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°	48°	51°	54°	57°	60°	63°	66°	69°	72°	75°	78°	81°	84°	87°	90°	93°	96°	99°	102°	105°	108°	111°	114°	117°	120°	123°	126°	129°	132°	135°	138°	141°	144°	147°	150°	153°	156°	159°	162°	165°	168°	171°	174°	177°	180°	183°	186°	189°	192°	195°	198°	201°	204°	207°	210°	213°	216°	219°	222°	225°	228°	231°	234°	237°	240°	243°	246°	249°	252°	255°	258°	261°	264°	267°	270°	273°	276°	279°	282°	285°	288°	291°	294°	297°	300°	303°	306°	309°	312°	315°	318°	321°	324°	327°	330°	333°	336°	339°	342°	345°	348°	351°	354°	357°	360°	363°	366°	369°	372°	375°	378°	381°	384°	387°	390°	393°	396°	399°	402°	405°	408°	411°	414°	417°	420°	423°	426°	429°	432°	435°	438°	441°	444°	447°	450°	453°	456°	459°	462°	465°	468°	471°	474°	477°	480°	483°	486°	489°	492°	495°	498°	501°	504°	507°	510°	513°	516°	519°	522°	525°	528°	531°	534°	537°	540°	543°	546°	549°	552°	555°	558°	561°	564°	567°	570°	573°	576°	579°	582°	585°	588°	591°	594°	597°	600°	603°	606°	609°	612°	615°	618°	621°	624°	627°	630°	633°	636°	639°	642°	645°	648°	651°	654°	657°	660°	663°	666°	669°	672°	675°	678°	681°	684°	687°	690°	693°	696°	699°	702°	705°	708°	711°	714°	717°	720°	723°	726°	729°	732°	735°	738°	741°	744°	747°	750°	753°	756°	759°	762°	765°	768°	771°	774°	777°	780°	783°	786°	789°	792°	795°	798°	801°	804°	807°	810°	813°	816°	819°	822°	825°	828°	831°	834°	837°	840°	843°	846°	849°	852°	855°	858°	861°	864°	867°	870°	873°	876°	879°	882°	885°	888°	891°	894°	897°	900°	903°	906°	909°	912°	915°	918°	921°	924°	927°	930°	933°	936°	939°	942°	945°	948°	951°	954°	957°	960°	963°	966°	969°	972°	975°	978°	981°	984°	987°	990°	993°	996°	999°	1000°
3	3°	6°	9°	12°	15°	18°	21°	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°	48°	51°	54°	57°	60°	63°	66°	69°	72°	75°	78°	81°	84°	87°	90°	93°	96°	99°	102°	105°	108°	111°	114°	117°	120°	123°	126°	129°	132°	135°	138°	141°	144°	147°	150°	153°	156°	159°	162°	165°	168°	171°	174°	177°	180°	183°	186°	189°	192°	195°	198°	201°	204°	207°	210°	213°	216°	219°	222°	225°	228°	231°	234°	237°	240°	243°	246°	249°	252°	255°	258°	261°	264°	267°	270°	273°	276°	279°	282°	285°	288°	291°	294°	297°	300°	303°	306°	309°	312°	315°	318°	321°	324°	327°	330°	333°	336°	339°	342°	345°	348°	351°	354°	357°	360°	363°	366°	369°	372°	375°	378°	381°	384°	387°	390°	393°	396°	399°	402°	405°	408°	411°	414°	417°	420°	423°	426°	429°	432°	435°	438°	441°	444°	447°	450°	453°	456°	459°	462°	465°	468°	471°	474°	477°	480°	483°	486°	489°	492°	495°	498°	501°	504°	507°	510°	513°	516°	519°	522°	525°	528°	531°	534°	537°	540°	543°	546°	549°	552°	555°	558°	561°	564°	567°	570°	573°	576°	579°	582°	585°	588°	591°	594°	597°	600°	603°	606°	609°	612°	615°	618°	621°	624°	627°	630°	633°	636°	639°	642°	645°	648°	651°	654°	657°	660°	663°	666°	669°	672°	675°	678°	681°	684°	687°	690°	693°	696°	699°	702°	705°	708°	711°	714°	717°	720°	723°	726°	729°	732°	735°	738°	741°	744°	747°	750°	753°	756°	759°	762°	765°	768°	771°	774°	777°	780°	783°	786°	789°	792°	795°	798°	801°	804°	807°	810°	813°	816°	819°	822°	825°	828°	831°	834°	837°	840°	843°	846°	849°	852°	855°	858°	861°	864°	867°	870°	873°	876°	879°	882°	885°	888°	891°	894°	897°	900°	903°	906°	909°	912°	915°	918°	921°	924°	927°	930°	933°	936°	939°	942°	945°	948°	951°	954°	957°	960°	963°	966°	969°	972°	975°	978°	981°	984°	987°	990°	993°	996°	999°	1000°
3	3°	6°	9°	12°	15°	18°	21°	24°	27°	30°	33°	36°	39°	42°	45°	48°	51°	54°	57°	60°	63°	66°	69°	72°	75°	78°	81°	84°	87°	90°	93°	96°	99°	102°	105°	108°	111°	114°	117°	120°	123°	126°	129°	132°	135°	138°	141°	144°	147°																																																																																																																																																																																																																																																																																													

(جدول ١٢٥)  
حسابات التكاليف بالخصم: نسبة التكاليف

وبذلك تصبح التشيعات النهائية للاختبارات العامل الثالث مساوية للقيم العددية التي يدل عليها الجدول رقم ( ٤٦١ )

الاختبارات					
١	٢	٣	٤	٥	٦
٠,٠٤	٠,٢٩	٠,٣٨	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١١

( جدول ١٤٦ )

التشيعات النهائية للاختبارات العامل الثالث

### ١٠ - مصفوفة تشيعات العامل الثالث

نحسب مصفوفة تشيعات العامل الثالث بنفس الطريقة التي حسبنا بها مصفوفة تشيعات العامل الأول كما يدل على ذلك الجدول رقم ( ١٤٧ )  
وتبين الخلايا الداخلية لهذه المصفوفة أثر العامل الثالث على معاملات الارتباط التي بدأها التحليل . وهو كما يبدو أثر صغير جداً ، كما كبر القيم العددية لتلك الخلايا لا يتجاوز ٠,١١ ، وأكثرها يقترب من الصفر أو يساويه .

التشيعات	(٠,٠٤)	(٠,٢٩)	(٠,٣٨)	(٠,١٤)	(٠,٣٠)	(٠,١١)
(٠,٠٤)		٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠١	٠,٠٠
(٠,٢٩)	٠,٠١		٠,١١	٠,٠٤	٠,٠٩	٠,٠٣
(٠,٣٨)	٠,٠٢	٠,١١		٠,٠٥	٠,١١	٠,٠٤
(٠,١٤)	٠,٠١	٠,٠٤	٠,٠٥		٠,٠٤	٠,٠٢
(٠,٣٠)	٠,٠١	٠,٠٩	٠,١١	٠,٠٤		٠,٠٣
(٠,١١)	٠,٠٠	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٢	٠,٠٣	

( جدول ١٤٧ )

- مصفوفة تشيعات العامل الثالث ونحسب يضرب تشيعات الاختبارات العامل الثالث

## ١١ - مصفوفة يواقي العامل الثالث

تُحسب مصفوفة يواقي العامل الثالث بنفس الطريقة التي حُسبت بها مصفوفة يواقي العامل الأول. كما يدل على ذلك الجدول رقم (١٤٨)

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠,٠٠٠	٠,٠٤	٠,٠٣-	٠,٠٠	٠,٠١-
٢	٠,٠٠		٠,٠٦-	٠,٠١+	٠,٠٤+	٠,٠١+
٣	٠,٠٤+	٠,٠٦-		٠,٠٤+	٠,٠٥-	٠,٠٤+
٤	٠,٠٣-	٠,٠١+	٠,٠٤+		٠,٠١+	٠,٠٤-
٥	٠,٠٠	٠,٠٤+	٠,٠٥-	٠,٠١+		٠,٠١+
٦	٠,٠١-	٠,٠١+	٠,٠٤+	٠,٠٤-	٠,٠١+	
مجموع	٠,٠٠	٠,٠٠	٠,٠١+	٠,٠١	٠,٠١+	٠,٠١+

جدول (١٤٧)  
مصفوفة يواقي العامل الثالث

وبذلك يدل هذا الجدول على مصفوفة اليواقي النهائية التي يقف عندها التحليل لأن عدد الاختبارات لا يتحمل أكثر من ثلاثة عوامل كما سبق أن بينا ذلك في تحليلنا لعلاقة عدد العوامل بعدد الاختبارات ولأن القيم العددية لخلايا هذه المصفوفة أصغر من أن تحتوى على أى عامل آخر، ولأن الخطأ المعياري للعامل الثالث يدل على أن دلالة الإحصائية ليست من القوة بحيث تؤكد وجوده أو وجود عامل آخر بعده، كما مشين ذلك في حسابنا للدلالة الإحصائية. لتلك العوامل.

الاختبارات	تقييمات العوامل			مربعات التقييمات			الاختبارات	الانحرافات
	١	٢	٣	٤	٥	٦		
١	٠,٧٦	٠,٢٠	٠,٠٤	٠,٥٨	٠,٠٠	٠,٦٢	٠,٢٨	
٢	٠,٤٧	٠,٥٥	٠,٢٩	٠,٢٢	٠,٠٨	٠,٦٠	٠,٤٠	
٣	٠,٥٤	٠,٥٤	٠,٣٨	٠,٢٩	٠,١٤	٠,٧٢	٠,٢٨	
٤	٠,٦٥	٠,٣٦	٠,١٤	٠,٤٢	٠,١٣	٠,٥٧	٠,٤٣	
٥	٠,٦١	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٢٧	٠,٢٠	٠,٧٦	٠,٢٤	
٦	٠,٥٠	٠,٢٦	٠,١١	٠,٢٥	٠,٠١	٠,٢٩	٠,٦١	
المجموع				٢,١٣	١,١٩	٣,٢٦	٢,٣٤	
للمتوسط				٠,٣٥٥٠	١,٩٨٣	٠,٦١٠٠	٠,٣٩٠٠	
النسبة المئوية				٢٥,٥٠	١٩,٨٣	٦١,٠٠	٣٩,٠٠	

(جدول ١٤٩)

تقييمات الاختبارات بمواضع المتركة ، ولاشوايكات والافراد



## النتيجة النهائية للتحليل العامل

ينتهي بنا التحليل العامل بالطريقة التقاربية إلى فصل ثلاثة عوامل مشتركة ١، ٢، ٣، وتناقص تشبهات الاختبارات المختلفة بتلك العوامل في الجدول رقم (١٤٩) .

وهكذا نرى أن العامل الأول ١ مشترك بين جميع اختبارات هذا البحث، فهو بهذا المعنى عام بالنسبة لتلك الاختبارات كما تدل على ذلك تشبهاته حيث يبلغ أكبرها ٠,٧٦، وأقلها ٠,٤٧. ولكن هذه العمومية مقصورة على ٦ اختبارات. وسنرى بعد ذلك أن العامل الأول ١ يمثل كل ما في هذه الاختبارات من نواحي مشتركة، ويميل في تشبهاته نحو الصفة الغالبة على اختبارات البحث؛ فإذا كان أغلبها اختبارات عددية، فإن العامل الأول يميل نحو الناحية العددية، وإذا كان أغلبها اختبارات لفظية فإنه يميل نحو هذه الناحية اللفظية كما يبدو ذلك في الزيادة الرقمية لتشبهاته في الاتجاه العددي أم الاتجاه اللفظي. وأيا كان الرأي في هذا العامل فهو يمثل المتوسط العام الحام لكل اختبارات البحث، وسنرى كيف نفهم معناه النفسي عند دراستنا لتدوير المحاور العاملة.

أما العامل الثاني فهو يشترك بطريقة إيجابية في الاختبارات ١، ٢، ٥، ويشترك بطريقة سلبية في الاختبارات ٣، ٤، ٦. أي أنه يقسم هذه الاختبارات إلى فئتين أو طائفتين، فهو بهذا المعنى عامل طائفي.

أما العامل الثالث فهو يقسم الاختبارات أيضا إلى فئتين، ولكن تشبهاته تدل على أنه إحدى عوامل اليواقى، أو العوامل التي تظهر في نهاية التحليل كنتيجة للتقريب في العمليات الحسابية التي تلازم كل خطوة من خطوات التحليل. والإبقاء على هذا العامل لا يضر البحث بل يساعد على تفسير العوامل.

السابقة لأنه يعطى الباحث حرية أكبر في إدارة محاور عوامله كما سنرى ذلك في نهاية هذا الفصل .

وتدل مربعات التجميعات على التباين العاملي للاختبارات وبذلك يصبح مجموع مربعات التجميعات أى اختبار مساوياً لاختبار أى ش<sup>٢</sup> . وبما أن تباين الدرجات المعيارية للاختبار يساوى ١ إذن فالجزء الباقي من ذلك التباين يدل على الانفراديات ف<sup>٢</sup> أى أن

$$ف^2 = ١ - ش^2$$

لأن  $ف^2 + ش^2 = ١$  كما سبق أن بينا ذلك

وهكذا نستطيع أن نحلل كل اختبار من اختبارات البحث إلى مكوناته الرئيسية كما يدل على ذلك التوضيح التالى :

١ - المكونات العاملية للاختبار الأول :

٦٢ ٪ عوامل مشتركة ، وهى تشتمل على

٥٨ ٪ العامل الأول

٤ ٪ العامل الثانى

٣٨ ٪ عوامل منفردة

٢ - المكونات العاملية للاختبار الثالث

٧٢ ٪ عوامل مشتركة ، وهى تشتمل على

٢٩ ٪ العامل الأول

٢٩ ٪ العامل الثانى

١٤ ٪ العامل الثالث

٢٨ ٪ عوامل منفردة

وهكذا بالنسبة للاختبارات الأخرى .

ويدل هذا الجدول على الأثر النسبي لكل عامل في التكوين العامل للعام للبحث . أو النسبة المئوية لتباين العوامل المختلفة بالنسبة لتباين العام . والتحليل التالي يوضح هذه الفكرة :

( ١ ) مجموع مربعات تشبعات العامل الأول = ٢,١٣

متوسط مربعات التشبعات =  $\frac{٢,١٣}{٦} = ٠,٣٥٥$

٠. النسبة المئوية لتباين العامل الأول =

$$٣٥,٥٠ = ١٠٠ \times ٠,٣٥٥$$

( ٢ ) مجموع مربعات تشبعات العامل الثاني = ١,١٩

متوسط مربعات التشبعات =  $\frac{١,١٩}{٦} = ٠,١٩٨٣$

٠. النسبة المئوية لتباين العامل الثاني =

$$١٩,٨٣ = ١٠٠ \times ٠,١٩٨٣$$

( ٣ ) مجموعة مربعات التشبعات العامل الثالث = ٠,٣٤

متوسط مربعات التشبعات =  $\frac{٠,٣٤}{٦} = ٠,٠٥٦٧$

٠. النسبة المئوية لتباين العامل الثالث =

$$٥,٦٧ = ١٠٠ \times ٠,٠٥٦٧$$

( ٤ ) مجموع النسب المئوية لتباين العوامل المشتركة =

$$٦١,٠٠ = ٥,٦٧ + ١٩,٨٣ + ٣٥,٥٠$$

= مجموع الاشتراكات

$$\approx \text{م ش}^2$$

$$(5) \text{ مجموع النسب المئوية لتباين العوامل المنفردة} = 39,00$$

$$\approx \text{م ف}^2$$

$$(6) \text{ التباين الكلي} = 61,00 + 39,00$$

$$= 100$$

$$\approx \text{م ش}^2 - \text{م ف}^2$$

وهكذا نستطيع أن ندلم الأهمية النسبية لكل عامل من العوامل المشتركة والملافة القائمة بين أثر العوامل المشتركة وأثر العوامل المنفردة في المكونات الرئيسية لاختبارات البحث .

هذا وبدل الجدول السابق على أن أكثر العوامل تأثيراً في التباين الكلي هو العامل الأول ، يليه العامل الثاني ، وأن أضعف هذه العوامل تأثيراً هو العامل الأخير .

### الخطأ المعياري للعوامل المشتركة

تُحسب الأخطاء المعيارية لتضخعات الاختبارات بالعوامل بمعادلة بيرت (1) C. Burt. وبنكس Banks ، التالية :

$$e_r = \frac{\sqrt{t(t-1)}}{\sqrt{n(t-b+1)}}$$

حيث يدل الرمز  $e_r$  على الخطأ المعياري للتضخيم  $r$

(1) Burt, C., Banks, C., A Factor Analysis of Body Measurements. for British Adult Males., Ann. Eugen., 1947, P. P. 238 - 256.

والرمز	س	على تشبع الاحتمار بالعامل
والرمز	ت	على عدد الاختبارات التي حللت .
والرمز	ن	على عدد الأفراد
والرمز	ب	على رتبة العامل كمثل العامل الاول أو الثانى أو الثالث ، وهكذا بالنسبة لبقية العوامل .

ويترح فيرنون (١) P. E. Vernon الطريقة التالية لمعرفة حد الدلالة الإحصائية للعوامل المشتركة .

- ١ - تحسب الأخطاء المعيارية للتبعات العوامل .
- ٢ - تضرب هذه الأخطاء في ٢ وبذلك تضاعف قيمتها العددية .
- ٣ - تقارن التبعات بضعف أخطائها المعيارية .
- ٤ - التبعات التي لها دلالة إحصائية تؤكد وجودها هي التي تريد قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية .
- ٥ - التبعات التي ليست لها دلالة إحصائية تؤكد وجودها ، هي التي تنقص قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية .
- ٦ - عندما يزيد عدد التبعات التي لها دلالة إحصائية عن النصف تصبح العامل دلالة إحصائية تؤكد وجوده .
- ٧ - عندما ينقص عدد التبعات التي لها دلالة إحصائية عن النصف

(1) Vernon, P., The Structure of Human Abilities. 1950. P. 130, foot — note, No 1.

لا تصبح للعامل دلالة إحصائية تؤكد وجوده ، وهذا يدل على الحد الذي ينتهى عنده التحليل العامل .

# ١ - الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الأول

إذا علمنا أن عدد الأفراد يساوى ١٠٠ فإننا نستطيع أن نحسب دلالة الأخطاء المعيارية لتشبعات العامل الأول وذلك بالتعويض في المعادلة السابقة ، وبذلك نرى أن .

$$٦ = ت$$

$$١٠٠ = ن$$

$$١ = ب$$

$$\frac{\sqrt{٦} \sqrt{(٢س - ١)}}{(١ + ١ - ٦) ١٠٠ \sqrt{}} = س \quad \text{إذن}$$

$$\frac{\sqrt{٦} \sqrt{}}{\sqrt{٦} \sqrt{١٠٠} \sqrt{}} \times (٢س - ١) =$$

$$\frac{١}{١} \times (٢س - ١) =$$

$$٠,١ \times (٢س - ١) = س \quad \therefore$$

والجدول رقم ( ١٥٠ ) يدل على الأخطاء المعيارية لتشبعات الاختبارات .  
بالعامل الأول ، وعلى ضعف تلك الأخطاء المعيارية .

الاختبارات	س	س <sup>٢</sup>	١ - س <sup>٢</sup>	ع س	٢ × ع س
١	٠,٧٦	٠,٥٨	٠,٤٢	٠,٠٤	٠,٠٨
٢	٠,٤٧	٠,٢٢	٠,٧٨	٠,٠٨	٠,١٦
٣	٠,٥٤	٠,٢٩	٠,٧١	٠,٠٧	٠,١٤
٤	٠,٦٥	٠,٤٢	٠,٥٨	٠,٠٦	٠,١٢
٥	٠,٦١	٠,٣٧	٠,٦٣	٠,٠٦	٠,١٢
٦	٠,٥٠	٠,٢٥	٠,٧٥	٠,٠٨	٠,١٦

( جدول ١٥٠ )

الأخطاء المعيارية لتنبؤات الاختبارات بالعامل الأول

وهكذا نرى أن جميع تنبؤات العامل الأول دلالة إحصائية تؤكد وجود هذا العامل لأن القيم العددية لجميع تلك التنبؤات تزيد عن ضعف أخطائها المعيارية .

## ٢ - الأخطاء المعيارية لتنبؤات العامل الثاني

نحسب الأخطاء المعيارية لتنبؤات العامل الثاني بالتعويض في المعادلة السابقة عن قيمة ب التي أصبحت تساوي ٢

$$\frac{\sqrt{6} \sqrt{(2-1)}}{(1+2-6)100 \sqrt{}} = ع س \quad \text{إذن}$$

$$\frac{\sqrt{6} \sqrt{}}{500 \sqrt{}} \times (2-1) =$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{1} \times 0,1 \times (2r-1) =$$

$$0,095 \times (2r-1) =$$

والجدول رقم (١٥١) يدل على الأخطاء المعيارية لتثبيعات الاختبارات بالعامل الثاني ، وعلى ضعف تلك الأخطاء المعيارية .

الاختبارات	r	2r	2r-1	ع r	ع 2r
١	٠,٢	٠,٤	٠,٩٦	٠,١١	٠,٢٢
٢	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٧٠	٠,٠٨	٠,١٦
٣	٠,٥٤-	٠,٢٩	٠,٧١	٠,٠٨	٠,١٦
٤	٠,٣٦-	٠,١٣	٠,٨٧	٠,١٠	٠,٢٠
٥	٠,٥٥	٠,٣٠	٠,٧٠	٠,٠٨	٠,١٦
٦	٠,٣٦-	٠,١٣	٠,٨٧	٠,١٠	٠,٢٠

( جدول ١٥١ )

الأخطاء المعيارية لتثبيعات الاختبارات بالعامل الثاني

وهكذا نرى أن التثبيع الذي يهبط عن ضعف الخطأ المعيارى هو تثبيع الاختبار الأول ، وأن جميع التثبيعات الأخرى تزيد في قيمتها العددية عن ضعف أخطائها المعيارية . وتدل هذه البيانات على تأكيد وجود العامل الثانى .

### ٣ - الأخطاء المعيارية لتثبيعات العامل الثالث

تحتسب الأخطاء المعيارية لتثبيعات العامل الثالث بالتعويض فى المعادلة السابقة عن قيمة ب التى أصبحت تساوى ٣ .



$$\frac{\sqrt{17}(25-1)}{(1+2-1)100\sqrt{17}} = 5 \text{ ع م}$$

$$\frac{\sqrt{17}}{100\sqrt{17}} \times (25-1) =$$

$$\frac{\sqrt{17}}{100} \times (25-1) =$$

$$0.1725 \times (25-1) =$$

والجدول رقم (١٥٢) يدل على الأخطاء المعيارية لتثبيات الاختبارات وبالعامل الثالث وعلى ضعف تلك الأخطاء .

الاختبارات	م	م	٢م - ١	ع م	٢ × ع م
١	٠,٠٤	٠,٠٠	١,٠٠	٠,١٢	٠,٢٤
٢	٠,٢٩	٠,٠٨	٠,٩٢	٠,١١	٠,٢٢
٣	٠,٣٨	٠,١٤	٠,٨٦	٠,١١	٠,٢٢
٤	٠,١٤	٠,٠٢	٠,٩٨	٠,١٢	٠,٢٤
٥	٠,٣٠	٠,٠٩	٠,٩١	٠,١١	٠,٢٢
٦	٠,١١	٠,٠١	٠,٠١	٠,١٢	٠,٢٤

( جدول ١٥٢ )

الأخطاء المعيارية لتثبيات الاختبارات وبالعامل الثالث

وهكذا نرى أن التثبيات التي تنبسط عن ضعف أخطائها المعيارية هي تثبيات الاختبارات ١ ، ٤ ، ٦ وهذا يساوي نصف اختبارات البحث . ولذا نشك في الدلالة الإحصائية لوجود العامل الثالث . أى أن التحليل العاملي

يجب أن ينتهي عند هذا الحد ولا تحتوي مصفوفة معاملات الارتباط على أكثر من ثلاثة عوامل . وسنقي على هذا العامل الثالث لأنه يقع على حدود تلك الفئة .

### التدوير المتعامد <sup>(١)</sup> للعوامل

كان الرواد الأول لتحليل العاامل يؤكدون فقط وجود العامل المشترك الأول ويملون العوامل الأخرى ؛ ثم يرتفعون بهذا العامل إلى مستوى العمومية ويسمونه العامل العام ، ويفسرون بعد ذلك نتائجهم التجريبية في هذا الإطار المحدود . ثم ظهرت بعد ذلك فكرة العوامل الطائفة فامتد نطاق العوامل المشتركة حتى شمل تلك العوامل الجديدة . وقد حاول دعاة تلك الفكرة بادي ذي بد أن يفسروا تلك العوامل كما يفسر عنها البحث . ثم تبين لبشتلذين بهذه الدراسات أن التشعبات العديدة لتلك العوامل ماهي إلا إحدى الصور الممكنة ، وليست هي الحالة الوحيدة لتلك التشعبات ، بل وليست أيضاً أقرب تلك الصور إلى التفسير العلى للظاهرة . ولذا نشطت الأبحاث التي تهدف إلى الكشف عن الصورة العملية لتلك العوامل . وقد توصل ثيرستون L. L. Thurston إلى إدارة محاور العوامل إدارة فصل به إلى التفسير العملى المناسب لتشعبات تلك العوامل .

وتتلخص عملية إدارة محاور العوامل في تحديد مواقع الاختبارات بالنسبة لإطار جديد يكسبها معنى واضحاً مفهوماً . ولتضرب لذلك مثل الذى يحدد مواقع داره بالنسبة للدور المجاورة لها ، والذى يحدد موقعها بالنسبة لأحد المعالم الشهيرة فى المدينة كجرى النهر أو ميدان عام أو حديقة معروفة ، ومثل ذلك

(١) التدوير المتعامد Orthogonal Rotation

أيضاً كنزل الذي يحدد موقع مدينة كالمصورة بالنسبة للقاهرة والإسكندرية؛ والذي يحدد موقع المنصورة بالنسبة لخطوط الطول والعرض. فإذا بدأنا بتحديد موقع المنصورة بالنسبة لمجاور القاهرة والإسكندرية فعلياً أن تحول مجاور القاهرة والإسكندرية إلى مجاور خطوط الطول والعرض لنعلم موقع المنصورة بالنسبة للمجاور الجديدة التي نسطلع عليها.

وهكذا ندرك معنى عملية تدوير العوامل، وقد سميت هذه العملية بالتدوير المتعامد لأنها تحتفظ بالتعامد القائم بين العوامل الأصلية، وهي بهذا المعنى تختلف عن طريقة التدوير المائل (١) للمجاور التي لا تحتفظ بتعامد تلك العوامل وإنما تتركها تتخذ لنفسها الميل الملائم لها. ويدل التعامد على أن معاملات ارتباط العوامل تساوى صفراً. أى أن العوامل بهذا المعنى تصنف الاختبارات إلى ثنائيات غير مرتبطة، وهكذا يصبح التقسيم حاداً غير متداخل.

وتتلخص عملية التدوير المتعامد للمجاور في البحث عن التكوين البسيط (٢) لعوامل. وتحقق فكرة هذا التكوين عندما تصبح الاختبارات بسيطة، والعوامل الطائفة واضحة، ويقترح ثيرستون الشروط التالية للوصول إلى التكوين البسيط.

## ١ - بساطة الاختبار

أى أن تصبح على الأقل إحدى تشعبات الاختبار مساوية للصفر؛ وبذلك يقل تعقيد الاختبار وتزداد بساطته، ويصبح تفسير تشعباته أمراً سهلاً ميسوراً.

## ٢ - طائفة العامل

أى أن لا يقل عدد التشعبات العاملة المساوية للصفر عن عدد العوامل.

Oblique Rotation  
Simple Structure

(١) التدوير المائل  
(٢) التكوين البسيط

فإذا كان عدد العوامل مساوياً لـ ٣ فيجب أن يصبح عدد التشعبات الصفرية لكل عامل من تلك العوامل مساوياً لـ ٣ على الأقل . وبذلك يتحدد نطاق العامل ولا ينتشر بتشعباته لكل اختبارات البحث ، وتحدد تبعاً لذلك صفته الطائفية .

### ٣ - الإقران البسيط

أى أن تقترن التشعبات الكبيرة لأى عامل بالتشعبات الصغيرة لعامل آخر ، فإذا كان مثلاً تشعب الاختبار الأول بالعامل الأول كبيراً فيستحسن أن يكون تشعبه بأى عامل آخر صغيراً . ويجب أن يكون عدد هذا الإقران البسيط مساوياً على الأقل لعدد العوامل .

### الطريقة الثنائية لتدوير العوامل

تعتمد الطريقة الثنائية لتدوير العوامل (١) أبسط الطرق المعروفة لتدوير المتعامد .

وتتلخص العمليات الرئيسية لهذه الطريقة في الخطوات التالية .

#### ١ - ترتيب عمليات التدوير

تبدأ هذه الطريقة بترتيب عمليات إدارة المحاور بحيث يستغرق هذا الترتيب جميع احتمالاتها الثنائية ؛ وبذلك يصبح ترتيب إدارة المحاور لمثالنا هذا كما يلي :

أ	ب	تُدار	إلى	أ	ب
أ	ب	د	إلى	أ	ح
ب	ح	د	إلى	ب	ج

حيث تدل الرموز أ ب د على العوامل الأصلية

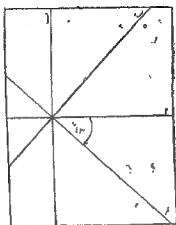
Two — By — Two Rotation

(١) الطريقة الثنائية للتدوير

وتدل الرموز أ ب ح على التدوير الأول لتلك العوامل  
وتدل الرموز ا ب ح على التدوير الثاني والنهائي لتلك العوامل

## ٢ - تدوير ا ب إلى أ ب

نبدأ هذه الخطوة برسم مواقع الاختبارات بالنسبة للعاملين ا ب كما يدل  
على ذلك الرسم البياني الموضح بالشكل رقم (٣٧) ثم ندير المحورين المتعامدين  
ا ب إلى وضعهما الجديد أ ب بحيث تقترب بهذه الإدارة من فكرة  
تبسيط الاختبارات ، وذلك بتصغير التشعبات التي تقبل هذا التصغير . وقد  
اخترنا زاوية الإدارة مساوية لـ  $43^\circ$  لتصغر بذلك تشعبات الاختبارات  
٣ ، ٦ ، ٤ بالعامل ب و لتصغر تشعبات الاختبارين ٢ ، ٥ بالعامل ا وقد  
راعينا أن نصغر أيضاً القيم السالبة لتلك التشعبات .



شكل ٣٧

تصغير ا ب إلى أ ب

وتتلخص عملية حساب تشبعات الاختبارات بالنسبة للمحاور الجديدة  
أ ب في الجدول رقم (١٥٣)

الاختبارات	ا	ب	ا	ب
١	٠.٧٦	٠.٣٠	٠.٧٤٢	٠.٣٦٦
٢	٠.٧٤٧	٠.٣٥٥	٠.٣—	٠.٧٧٢
٣	٠.٥٤	٠.٥٤	٠.٧٦	٠.٣
٤	٠.٦٥	٠.٣٦—	٠.٧٧٢	٠.١٨
٥	٠.٦١	٠.٥٥	٠.٣٧	٠.٨٢
٦	٠.٥٠	٠.٣٦—	٠.٦١	٠.٣٠٨
مجموع المربعات	٢.١٢	١.٣٠	١.٦٥	١.٦٧
المراجعة	٣.٢٣	٣.٢٣		

جدول ١٥٣

تدوير ا ب الى ا ب

ونقوم فمكرة هذه الطريقة على الاستعانة بمجيب زاوية التدوير وجيب تمامها في حساب التشبعات الجديدة وتتلخص معادلة التدوير في الصورة التالية  
ذلك عندما تكون الإدارة في اتجاه حركة عقرب الساعة (١)

$$\begin{vmatrix} \text{جا } ٤٣^\circ & \text{جتا } ٤٣^\circ \\ \text{جتا } ٤٣^\circ & -\text{جا } ٤٣^\circ \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \text{ا} & \text{ب} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{ا} & \text{ب} \end{vmatrix}$$

(١) عندما تكون الإدارة في عكس اتجاه حركة عقرب الساعة تشذ معادلة التدوير  
الصورة التالية

$$\begin{vmatrix} -\text{جا } ٤٣^\circ & \text{جتا } ٤٣^\circ \\ \text{جتا } ٤٣^\circ & \text{جا } ٤٣^\circ \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \text{ا} & \text{ب} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{ا} & \text{ب} \end{vmatrix}$$

حيث يدل الرمز  $\| \bar{a}$  على مصفوفة العاملين ١ ، ب بعد ادارتها  
 ويدل الرمز  $\| 1$  على مصفوفة العاملين ١ ، ب قبل الإدارة  
 وبما أن جتا  $^{\circ} 43 = 0,73$   
 و جا  $^{\circ} 42 = 0,68$

إذن نحول معادلة التدوير إلى الصورة التالية

$$\| \bar{a} \quad \bar{b} \| = \| 1 \quad 2 \| \times \| \begin{matrix} 0,73 & 0,68 \\ 0,68 & 0,73 \end{matrix} \|$$

وتتخلص عملية ضرب المصفوفة الأولى للعاملين ١ ، ب في المصفوفة الثانية  
 المكونة من جتا  $^{\circ} 43$  ، جا  $^{\circ} 42$  في الضرب الاقتراني لسطور المصفوفة الأولى  
 في أعمدة المصفوفة الثانية لنحصل على النتائج كما يدل على ذلك التوضيح التالي :

تشبع الاختيار الأول بالعامل  $\bar{a} = [0,73 \times 0,76] + [0,68 \times 0,20] - [(0,68 - 0,73) \times 0,20]$

$$= 0,5548 - 0,1360 =$$

$$0,4188 =$$

$$0,42 \text{ تقريباً}$$

تشبع الاختيار الأول بالعامل  $\bar{b} = [0,73 \times 0,20] + [0,68 \times 0,76] - [0,73 \times 0,68]$

$$= 0,1460 + 0,5168 =$$

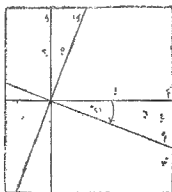
$$0,6628 =$$

$$0,66 \text{ تقريباً}$$

وهكذا بالنسبة لتشبعات بقية الاختيارات الأخرى . وتعتمد فكرة  
 مراجعة العمليات الحسابية على أن مجموع مربعات تشبعات العاملين ١ ، ب يساوي  
 مجموع مربعات تشبعات العاملين ١ ، ب كما يدل على ذلك جدول ١٥٣

### ٣ - تدوير $\alpha$ ح إلى $\alpha'$ ح

نبدأ هذه الخطوة برسم مواقع الاختيارات بالنسبة للعاملين  $\alpha$  ح كما يدل على ذلك الرسم البياني الموضح بالشكل رقم (٢٨) ثم ندير المحورين المتعامدين  $\alpha$  ح إلى وضعهما الجديد  $\alpha'$  ح بحيث نقارب بهذه الإدارة من فكرة تبسيط الاختيارات . ويدل الرسم على أن زاوية التدوير تساوي  $21^\circ$



(شكل ٢٨)

تدوير  $\alpha$  ح إلى  $\alpha'$  ح

ونتخلص عملية حساب تشيعات الاختيارات بالنسبة للمعايير الجديدة  $\alpha'$  ح في الجدول رقم (١٥٤) .

تدوير  $\alpha$  ح إلى  $\alpha'$  ح

هذا وقد حسبنا تشيعات الاختيارات بالدوائر الجديدة  $\alpha'$  ح بنفس الطريقة السابقة .



الاختبارات	أ	ب	أ	ب
١	٠.٢٤٢	٠.٢٠٤	٠.٢٣٨	٠.٢١٩
٢	٠.٢٠٣	٠.٢٢٩	٠.١٢٠	٠.٢٢٦
٣	٠.٢٠٦	٠.٢٣٨	٠.٢٨٤	٠.٢٠٨
٤	٠.٢١٢	٠.٢١٤	٠.٢٧٢	٠.٢١٣
٥	٠.٢٠٧	٠.٢٣٠	٠.٢٠٤	٠.٢٣٠
٦	٠.٢٦١	٠.٢١١	٠.٢٦١	٠.٢١٢
مجموع الرضات	١.٢٦٥	٠.٢٣٥	١.٢٧٦	٠.٢٢٣
المراجعة	٢.٥٠٠		١.٩٩٩	

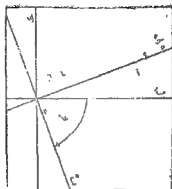
(جدول ١٥٤)

تدوير  $\alpha$  ح  $\parallel$  لد  $\parallel$  ا ح  $\parallel$

#### ٤ - تدوير $\alpha$ ح إلى $\beta$ ح

تبدأ هذه الخطوة بنفس الفكرة التي بدأت بها الخطوة السابقة أي برسم مواقع لاختبارات بالنسبة للعاملين  $\alpha$  ح كما يدل على ذلك الرسم البياني الموضح بالشكل رقم ٣٩ ، تدوير المحورين المتعامدين  $\alpha$  ح إلى وضعهما الجديد  $\beta$  ح بحيث تقترب بهذه الإدارة من فكرة تبسيط الاختبارات ، ويدل الرسم على أن زاوية التدوير تساوي  $٧٠^\circ$  .

وتتلخص عملية حساب تشبعات الاختبارات بالنسبة للمحاور الجديدة  $\beta$  ج في الجدول رقم ( ١٥٥ )



(شكل ٢٩)  
تدوير  $\alpha$  حول  $\beta$

الاختبارات	ب	ج	ب	ج
١	٠.٦٦	٠.١٩	٠.٠٥	٠.٦٩
٢	٠.٧٢	٠.٢٦	٠.٠٠	٠.٧٧
٣	٠.٠٣	٠.٠٨	٠.٠٧	٠.٠٦
٤	٠.١٨	٠.١٣	٠.٠٦	٠.٢١
٥	٠.٨٢	٠.٣٠	٠.٠٠	٠.٨٧
٦	٠.٠٨	٠.١٢	٠.٠٩	٠.١٢
مجموع التكرارات	١.٦٧	٠.٢٣	٠.٠٢	١.٨٩
المراجعة	١.٩٠			١.٩١

(جدول ١٥٥)  
تدوير  $\alpha$  حول  $\beta$

هذا وقد حسبنا تجميعات الاختبارات بالعوامل الجديدة  $\alpha$  و  $\beta$  بنفس الطريقة السابقة .

## تفسير العوامل بالقدرات الطائفية

نلتخصم النتيجة النهائية لتدوير العوامل في البيانات التي يسجلها الجدول رقم (١٥٦) وقد أعيد ترتيب تلك العوامل بحيث أصبح أحدهم آخرها .

الاختبارات	العامل الأول	العامل الثاني	العامل الثالث	الاشتراكات بعد التدوير	الاشتراكات قبل التدوير	الفرق
١	٠.٦٩	٠.٣٨	٠.٥٥	٠.٦٢	٠.٦٢	٠.٠٠
٢	٠.٧٧	٠.١٣	٠.٠٠	٠.٦١	٠.٦٠	٠.٠١
٣	٠.٠٦	٠.٨٤	٠.٠٧	٠.٧١	٠.٧٢	٠.٠١
٤	٠.٢١	٠.٧٢	٠.٠٦	٠.٥٧	٠.٥٧	٠.٠٠
٥	٠.٨٧	٠.٠٤	٠.٠٠	٠.٧٦	٠.٧٦	٠.٠٠
٦	٠.١٢	٠.٦١	٠.٠٩	٠.٣٩	٠.٣٩	٠.٠٠
مجموع مربعات	١.٨٩	١.٧٦	٠.٠٢	٠.٦٦	٣.٦٦	٠.٠٠

( جدول ١٥٦ )

النتيجة النهائية للعوامل الطائفية بعد تدوير المحاور

وتعتمد عملية تفسير العوامل على التشعبات الكبيرة وخاصة التي تزيد قيمتها عن ٥٠. أو تساويها ، وهكذا نرى أن ترتيب التشعبات الكبيرة بالمسبة للعامل الأول ينتظم في الصورة التالية :

الاختبار الخامس ٠.٨٧

الاختبار الثاني ٠.٧٧

الاختبار الأول ٠.٦٩

فإذا كان القدر المشترك بين هذه الاختبارات هو العمليات الحسابية سمي هذا العامل بالقدر العددي ، وبذلك يتحول العامل إلى قدرة عقلية .

ويبدل ترتيب التشعبات الكبيرة بالنسبة للعامل الثاني على التنظيم التالي :-

الاختبار الثالث ٠٨٤

الاختبار الرابع ٠٧٢

الاختبار السادس ٠٦١

فإذا كان القدر المشترك بين هذه الاختبارات هو الاستدلال ممي  
هذا العامل الثاني بالقدرة الاستدلالية .

أما العامل الثالث فإنه لا يدل على أى قدرة لأن تشعباته لا تصلح للتفسير،  
ولذا يسمى بعامل البواقي .

وهكذا نرى أن التحليل العاملي قد أدى إلى تنظيم الاختبارات في فئات  
متجانسة بحيث تدل الأولى على القدرة العددية ، وتدل الثانية على القدرة  
الاستدلالية ؛ وتؤدي بنا هذه النتيجة إلى معرفة المكونات العائقية لكل  
اختبار من اختبارات البحث في إطار تلك القدرات .

## ثمارين على الفصل الخامس عشر

- ١ - اعتمدت الدشة الأولى للتحليل العامل على فكرة الارتباط الجزئي ، ناقش .
- ٢ - بين أهمية التحليل العامل ومبادئه المختلفة ؛
- ٣ - والمنهج العلمي للتحليل العامل منهج استقرائي ، ناقش .
- ٤ - بين المعادلة الأساسية للتحليل العامل ، ووضح مكوناتها الرئيسية
- ٥ - برهن على أن تباين الاختيار يساوي مجموع مربعات تشبعاته .
- ٦ - أذكر أنواع العوامل ؛ وبين خواص كل نوع منها .
- ٧ - بين علاقة الاشتراكات بتشبعات العوامل .
- ٨ - ما هي علاقة الارتباط بتشبعات العوامل المشتركة ..
- ٩ - أذكر أهم الأسس العلمية لاختيار الاختبارات المناسبة للتحليل .
- ١٠ - حلل المصفوفة التالية إلى عواملها المشتركة بالطريقة التقاربية .

الاختبارات	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠.٥١	٠.٦٢	٠.٢٢	٠.٤٨	٠.٤٢
٢	٠.٥١		٠.٤٤	٠.١١	٠.٢٦	٠.٢١
٣	٠.٦٢	٠.٤٤		٠.١٧	٠.٣٧	٠.٣٢
٤	٠.٢٢	٠.١١	٠.١٧		٠.٤٣	٠.٤٧
٥	٠.٤٨	٠.٢٦	٠.٣٧	٠.٤٣		٠.٧٨
٦	٠.٤٢	٠.٢١	٠.٣٢	٠.٤٧	٠.٧٨	

١١ - احسب الأخطاء المعيارية لعوامل المصقوفة التالية إذا عُدت أن عدد الأفراد يساوي ١٥٠

١٢ - احسب تشيعات العوامل السابقة بعد إدارتها بالطريقة الثنائية المتعامدة ، وبين الأوس التي يمكن أن نستعين بها في تفسير القدرات التي تدل عليها تلك العوامل .

---

رقم الإيداع ٢١٩٠ / ١٩٧١

مكتبة دار الكتب و شاع يتصرف بالمالية  
تاريخ ١٣٩٥ هـ





